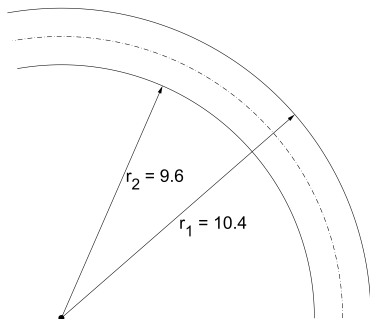


Vzorové riešenia 2. série letnej časti

Úloha 1: - opravovala Tereza Prokopová a Marianka Hronská

Opičky na segwayi sa vybrali plnou rýchlosťou $20 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ do ostrej zákruty s polomerom 10 m. Tento segway má kolesá od seba vzdialené 80 cm. **Aký bude pomer rýchlostí vonkajšieho a vnútorného kolesa?** Polomer zákruty aj rýchlosť sa vzťahujú na stred segwaya.

Najprv si treba uvedomiť, že každé koleso je vzdialené od stredu 40 cm. To znamená, že vonkajšie koleso pôjde po zákrute s polomerom $r_1 = 10,4$ m a vnútorné s polomerom $r_2 = 9,6$ m.



Keby segway prešiel celé kolesko, prešiel by dráhu $2\pi r$. Takže, obe kolesá aj so stredom by prešli vzdialenosť $2\pi r$ s príslušným polomerom. Rýchlosť kolesa vypočítame ako dráha deleno čas. Označíme si rýchlosť vonkajšieho kolesa v_1 a rýchlosť vnútorného v_2

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\frac{2 \cdot \pi \cdot r_1}{t}}{\frac{2 \cdot \pi \cdot r_2}{t}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r_1}{2 \cdot \pi \cdot r_2} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{10,4}{9,6} \doteq 1,08$$

Pomer rýchlostí kolies segwaya je teda 1,08.

Bodovanie: Väčšina z vás mala správny výsledok, i keď postupy boli rôzne. Za drobné chyby v premieňaní jednotiek sme strhávali 0,5 b.

Úloha 2: Stúpajúce hélium - opravoval Jakub Pravda

Zuzka sa na minulej hodine fyziky učila o tom, že každé teleso sa snaží dostať do stavu s najnižšou potenciálnou energiou. Je tu ale rebelský balónik, ktorý je napustený héliom. **Zamyslela sa teda, ako je možné, že balónik stúpa, aj keď najnižšiu potenciálnu energiu má, keď je pri zemi?** Úlohu rieš z energetického hľadiska.

To, že každé teleso sa snaží dostať do polohy s najnižšou energiou samozrejme platí vždy. Čo sa teda deje s našim balónom? Prečo takýmto neintuitívnym spôsobom stúpa a zvyšuje svoju potenciálnu energiu?

Pointa spočíva v tom, že sa z energetického hľadiska musíme pozrieť na celý systém, teda na celý vzdušný obal zeme. Aj ten sa snaží získať čo najmenšiu potenciálnu energiu a keďže pre potenciálnu energiu poznáme vzorec $E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h$, jasne z neho vidíme, že potenciálna energia priamo závisí od hmotnosti a výšky nad zemským povrchom a teda aj samotný vzduch bude chcieť znižovať svoju potenciálnu energiu čo najviac a teda bude preňho energeticky výhodnejšie najviac znižovať výšku molekúl, ktoré majú najväčšiu hmotnosť.

Majú teda molekuly hélia menšiu hmotnosť ako molekuly okolitého vzduchu? Áno majú, pretože vzduch je tvorený z 99 percent kyslíkom a dusíkom a tie majú oba väčšiu hustotu ako hélium a teda pri rovnakom objeme molekúl aj väčšiu hmotnosť. Ťažšie molekuly kyslíka a dusíka sa teda natlačia na pôvodné miesto molekúl hélia, pretože kvôli väčšej hmotnosti znížia svoju energiu viac ako ľahšie molekuly hélia zvýšia stúpnutím na pôvodné miesto molekúl dusíka a kyslíka (násobok väčšieho súčinu $m \cdot g$ sa mi zmenší viac rovnako veľa krát, ako sa mi zmenší súčin $m \cdot g$ zväčší a teda energia klesá.) Následkom tohto znižovania energie mi teda ťažšie molekuly dusíka a kyslíka vytlačajú zdola héliové molekuly a balónik napustený héliom začne stúpať.

Veľké množstvo z vás písalo iba o hmotnostiach a nevysvetlilo priamy súvis medzi hmotnosťou a energiou. Takmer všetci z vás neuvažovali o celom systéme ale porovnávali vzduch s héliom ako dve „telesá“ a väčšinou ste o molekulách vôbec nehovorili. Samozrejme aj takéto riešenia sú správne, no treba si pri nich dávať pozor na úplné zdôvodnenie vašich myšlienok, pretože som kvôli nejasnostiam v riešení musel strhávať polbody a podobne... Na záver treba spomenúť, že veľa ľudí napriek zadaniu neriešilo príklad z energetického hľadiska za čo som bohužiaľ nemohol, udeliť veľa bodov.

Bodovanie: Pol boda ste mohli dostať za uvedomenie si hustotného/hmotnostného rozdielu medzi vzduchom a héliom. 3 b sa dali získať za uvedomenie si základnej pointy príkladu, a teda, že aj vzduch chce znižovať svoju potenciálnu energiu a robí to agresívnejšie ako hélium, lebo má väčšiu hmotnosť. A 1,5 b boda sa dalo získať za úplné vysvetlenie spätosti medzi potenciálnou energiou a hmotnosťou ideálne za použitia spomínaného vzorčeka. Za správne riešenia z iné ho pohľadu ako energetického som sa snažil udeliť aspoň 0,5 b/1 b bod. Za správne no neúplné riešenia som strhával nejaké body.

Úloha 3: Škriatkova neplecha - opravoval Matej Novota – Krtko

Irma odbehla a jej nezbedný škriatok Ernest to využil. Ihlou prepichol každý pohárik. Keď sa Irma vrátila, našla svoje vzácne ingrediencie porozlievané na dlážke. Niektoré kvapaliny ešte nevytiekli celé. **Prečo kvapaliny nevytiekli naraz?** Zober si plastové poháriky urob do nich zospodu dierky a sleduj za aký čas vytečie rovnaké množstvo vody, oleja, sladkého a slaného nasýteného roztoku. **Vedela by Irma podľa ich hustoty určiť, ktoré kvapaliny budú tiecť rýchlejšie?**

Začneme pekne postupne. Najprv si vytvoríme merací prístroj, teda jeden plastový pohárik s malou dierkou na spodku. To aby sme zamedzili rozdielom vo výsledku. Vždy chceme mať rovnaké podmienky!

Aby sme zbytočne nevyliali niekoľko litrov oleja a ostatných kvapalín, tak si pod náš pohárik uchyťme ešte jeden, ktorý bude slúžiť ako zberná nádoba. Ešte pred tým než pristúpime k meraniu, na vrchný pohárik si zaznačíme dve čiarky. Takmer nikdy nám nepretečie z pohára úplne všetko. No takto nám to ani nebude vadiť. Po jednu čiarku budeme mať kvapalinu na začiatku a druhá nám bude naznačovať, kedy máme meranie zastaviť.

S rozumne zostrojenou aparátúrou môžeme pohodlne spraviť meranie. Pre každú kvapalinu meranie zopakujeme aspoň 5 krát. Aby sme vedeli či je naše meranie relevantné a v akej miere hodnôť sa pohybuje.

Tabuľka 1: Čas s sekundách, za ktorý vytekli jednotlivé kvapaliny

Kvapalina	voda	nasýtení roztok soli	nasýtení roztok cukru	olej
1. meranie	56,3	54,8	70,4	124,2
2. meranie	58,7	55,7	68,8	123,1
3. meranie	56,2	53,6	69,2	122,6
4. meranie	57,3	55,2	68,4	125,8
5. meranie	56,8	54,8	69,7	123,5
priemer	57,1	54,8	69,3	123,8

Z merania je evidentné, že nám všetko skutočne nevyteklo za rovnaký čas. Aj keď časy za ktoré vytečú roztoky sú blízke času za ktorý vytečie voda, dá sa rozpoznať nezanedbateľný rozdiel. Veľa z Vás si myslelo, že tento rozdiel je spôsobený hustotou, čo však nieje rozumné tvrdenie. Pretože keď si zoradíme jednotlivé kvapaliny podľa hustoty, dostaneme: olej < voda < slaný roztok < sladký roztok

Avšak ak si jednotlivé kvapaliny zoradíme podľa času za ktorý nám vytekli z pohára, tak dostaneme: slaný roztok < voda < sladký roztok < olej

Na základe tohoto pozorovania ide pomerne jednoducho usúdiť, že medzi časmi a hustotou nieje žiaden súvis alebo je prinajmenšom zanedbateľný.

Tak čo spôsobuje ten rozdiel v čase? V skutočnosti nám tento čas ktorý sme namerali závisí od viacerých vecí. Od priemeru dierky, od objemu kvapaliny ale hlavne od viskozity. Teraz si spomeňme čo sme si povedali na začiatku. Schválne všetko meriame v tom istom poháriku, aby sme mali stále tú istú dierku a rovnaké množstvo kvapaliny. A teda jediná veličina od ktorej nám výsledok ešte stále závisí je viskozita.

V túto chvíľu by sme si mali vysvetliť čo je to viskozita. Viskozita je vlastnosť konkrétnej kvapaliny, ktorá nám hovorí ako veľmi kvapalina „chce“ tiecť. Inak povedané miera deformačného odporu kvapaliny.

Bodovanie: Za experimentálnu časť ste mohli získať 2,5 b, teda ste mali meranie pre všetky kvapaliny, aj ste opakovali meranie a nakoniec vyrátali priemerné časy. Za „teoretickú“ časť ste mohli získať tiež 2,5 b. Konkrétne 1,5 b za zdôvodnené odpovede na otázky a 1 b za popísanie vášho experimentu.

Úloha 4: Plávajúci pohár - opravoval Ján Jurica

Jožo položil 200 g pohár s priemerom dna 6 cm do kuchynského drezu. **Koľko vody s hustotou $1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ musí Jožo napustiť do drezu na to, aby sa pohár položený v dreze zdvihol?** Drez má rovné steny, a plocha jeho spodku je $0,3 \text{ m}^2$.

Táto úloha nebola veľmi obtiažna ak poznáme archimedov zákon a premenu jednotiek. Najprv musíme zistiť plochu spodku pohára. Keďže vieme $d = 6 \text{ cm}$ tak potom r sa bude rovnať 3 cm . To dosadíme do vzorca $S_p = \pi \cdot r^2$ a vyjde nám výsledok $28,26$ čo si môžeme zmeniť na $0,002828 \text{ m}^2$. Teraz si musíme vypočítať výšku hladiny. Keďže chceme aby pohár plával, najprv sa musí začať vznášať. To sa stane vtedy, keď sa vyrovná vztlaková sila gravitačnej, tým pádom:

$$F_{vz} = F_g$$

$$S_p \cdot h \cdot \rho \cdot g = m \cdot g$$

tu si vieme vyškrtnúť gravitačné zrýchlenie a dostaneme tento vzorec.

$$S \cdot h \cdot \rho = m$$

Tento vzorec si upravíme ako $h = \frac{m}{\rho \cdot S}$ a dosadíme $h = \frac{0,2 \text{ kg}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0,002828 \text{ cm}^2}$. Zistili sme, že ak chceme aby pohár plával musí byť výška hladiny minimálne $0,0707 \text{ m}$.

Teraz, keď už vieme výšku pohára vieme zistiť aj objem jeho ponorenej časti pomocou vzorca $V_p = S_p \cdot h$. Po dosadení hodnôt v správnych jednotkách $V_p = 0,002828 \text{ m}^2 \cdot 0,0707 \text{ m}$ zistíme že objem ponorenej časti pohára bude $V_p = 0,000199 \text{ m}^3$.

To isté čo sme spravili s pohárom spravíme aj s drezom (výška hladiny je rovnaká). Do vzorca $V_D = S_D \cdot h$ dosadíme hodnoty ktoré sú nám k dispozícii $V_D = 0,3 \text{ m}^2 \cdot 0,0707 \text{ m}$ a máme objem drezu, ktorý je pod vodou $V_D = 0,02121 \text{ m}^3$.

Tu sa naša cesta ešte nekončí ako by si jeden mohol myslieť. Musíme ešte odpočítať objem ponorenej časti pohára V_p od objemu pod hladinou V_D čím zistíme koľko vody sa musí reálne napustiť do drezu aby pohár vyplával

$$V_C = V_D - V_p$$

$$V_C = 0,02121 \text{ m}^3 - 0,0002 \text{ m}^3$$

$$V_C = 0,02101 \text{ m}^3 = 21,01 \ell$$

Takže sme zistili, že Jožo musí napustiť do drezu minimálne $21,01 \ell$ vody, aby pohár začal plávať.

Bodovanie: 1 b sa dal získať za vypočítanie objemu ponorenej časti pohára. Ďalšie 2 b boli za správne použitie archimetovho zákona. 1 b bol za výpočet množstva vody v dreze a posledný 1 b sa získal ak ste nezabudli odpočítať objem ponorenej časti pohára od vody v dreze.

Úloha 5: - opravovala Michaela Leinwatherová – Myšiel

Linde prišlo ľúto, ako veľa energie vyjde navnivoč každý deň. Hodinu zbytočne svietiaci žiarovka alebo zapnutý televízor. A čo tak auto, ktoré zastaví na prechode kvôli červenej?

Vieš, koľko energie vyjde navnivoč pri týchto každodenných zbytočnostiach?

V prvom rade sa poďme pozrieť na veličinu, ktorá nám udáva množstvo spotrebovanej energie za istý čas. Je to príkon P , meriame ho vo Wattoch a svoju vlastnú hodnotu má každý spotrebič nielen v domácnosti. Vyjadríme ho vzťahom: $P = \frac{W}{t}$

Začnime svetlom, ktoré často nechávame svietiť v miestnosti aj keď sa v nej nenachádzame. Zdrojov osvetlenia poznáme už v dnešnej dobe veľmi veľa a ich príkony sa pohybujú zhruba od 5 Wattov úsporných LEDiek až po 100 Wattové staré žiarovky. Keď necháme žiarovku svietiť hodinu, spotrebuje $W = P \cdot t$ energie. $100 \text{ W} \cdot 1 \text{ h} = 100 \text{ Wh}$ alebo aj 360 kJ. Pri LED osvetlení je to len 18 kJ.

Pri televízore naše výpočty budú vyzeráť rovnako. Dnešné televízory majú príkon okolo 135 W čím spotrebovávajú 135 Wh = 486 kJ.

S autom to už je trošku komplikovanejšie a nejednoznačnosť úlohy vám dávala na výber, ako sa s ňou popasovať. Ale pekne po poriadku. Auto sa v meste pohybuje nanajvýš rýchlosťou $50 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ čo je $13,89 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Keď vodič vidí červenú na semafore, zabrzdí a tonu a pol ťažké auto premení všetku svoju kinetickú energiu na teplo pri brzdení. Na zabrzdzenie sa spotrebuje $E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \cdot 1500 \text{ kg} \cdot (13,89 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 = 144,7 \text{ kJ}$ Pri zastavení by sme teda vyplytvali 144,7 kJ.

Čo keď ale auto pred prechodom nečinne stojí? Motor sa mu krúti síce pomalšie, ale naďalej spaľuje benzín. Za minútu takto spotrebuje okolo 410 kJ čo je zhruba 114 Wh. Mnohí z vás sa rozhodli si príklad uľahčiť a počítať s výkonom motora elektromobilu. Tieto autá však pri zastavení vypnú motor úplne a nespotrebovávajú žiadnu energiu. Navyše pri brzdení sú schopné rekuperovať, čiže namiesto toho, aby brzdy konali prácu na to aby auto spomalili, nechajú auto konať prácu, čím sa spomalí a navyše sa trocha dobije.

Verím, že ste sa spolu s Lindou zamysleli nad tým ako veľa energie denne vyplytváme a budete na to myslieť pri zapínaní a vypínaní spotrebičov! :)

Bodovanie: Za vyjadrenie vzťahu pre príkon ste mohli získať 1 b. Po 1 b taktiež za správne výsledky spotrebovanej energie žiarovky a televízora. 2 b za spotrebu auta boli udeľované rôzne, podľa spôsobu poňatia úlohy.

Úloha 6: Výhľad na krajinku - opravoval Tomáš Švihorík – Šviho

Panda si všimol, že na elektrickom vedení bolo najčastejšie 4, 5 alebo 7 drôtov. **Vysvetlite Pandovi, prečo sú na vedeniach zrovna tieto počty drôtov.**

V elektrárňach sa elektrika vyrába v trojfázových elektrických generátoroch, lebo napätie sa v nich indukuje na troch cievkach v navzájom posunutých časových intervaloch - fázach. Takto vyrobený elektrický prúd sa prenáša rozdelený na tzv. fázy. Každá z týchto fáz sa prenáša osobitným drôtom. Elektrický prúd je teda na väčšie vzdialenosti prenášaný v trojiciach káblov.

Keďže elektrické vedenie je ale celkom vysoko nad krajinou, musí byť vrcholom stožiaru vedený ešte jeden drôt, ako uzemňovací, alebo tiež ako bleskozvod. Takéto káble môžu byť

aj dva, podľa potrieb zabezpečenia a konštrukcie stožiara.

4 drôty videl Panda na stožiaroch preto, lebo tromi sa prenášajú jednotlivé fázy elektrického prúdu a štvrtý drôt je uzemňovací.

5 drôtov videl Panda na stožiaroch preto, lebo tromi sa prenášajú jednotlivé fázy elektrického prúdu a štvrtý a piaty drôt sú uzemňovacie.

7 drôtov videl Panda na stožiaroch preto, lebo dvomi trojicami sa prenášajú jednotlivé fázy elektrického prúdu a siedmy drôt je uzemňovací.

Bodovanie: 2 b za zistenie, že na elektrickom vedení vedú drôty 3 rôzne fázy elektrického prúdu, 1 b za zistenie, že na elektrickom vedení sú jeden, alebo dva drôty uzemňovacie, 2 b za správne popísanie drôtov pri ich danom počte.

Úloha 7: Armádny ostreľovač - opravovala Barbora Barančíková – Barbie

Ostreľovač vystrelí zo svojej sniperskej pušky projektíl rýchlosťou $853 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ vo vodorovnom smere. Sniper si laserovým zameriavačom zistil, že sú budovy od seba vzdialené 1194,2 m. Odpor vzduchu zanedbaj. **Ak chce sniper trafiť bossa do hlavy, o koľko centimetrov nad hlavu musí mieriť?**

Najprv by sme sa mali zamyslieť, ako sa bude projektíl po vystrelení správať. Ostreľovač mu udelil istú rýchlosť a smer, v ktorom sa bude pohybovať. Zo zadania vieme, že tento smer bol vodorovný, takže strieľal priamo pred seba. To znamená, že jediný dôvod, prečo bude náboj časom klesať je, že ho ťahá k zemi gravitácia. Rozložme si teda jeho pohyb na dve časti: ten ktorý sa odohráva vodorovným smerom a druhý, ktorý sa odohráva horizontálne (smerom dole). Zvyčajne sa s nimi stretávame pod názvami pohyb v x-ovej a y-ovej osi.

Vodorovným smerom má náboj uvedenú rýchlosť a keďže zanedbávame odpor vzduchu, nepôsobí proti jeho pohybu žiadna sila. Ak na náš projektíl nepôsobí žiadna, bude sa pohybovať rovnomerným priamočiarým pohybom (to nám hovorí prvý Newtonov zákon). Preto čas, za ktorý sa dostane na úroveň obeť - napríklad nad jeho hlavu, môžeme pokojne vypočítať jednoducho ako $t = \frac{s}{v} = \frac{1194,2 \text{ m}}{853 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 1,4 \text{ s}$.

Vertikálnym smerom bude projektíl padať voľným pádom, takže zrýchľovať gravitačným zrýchlením. Na to, akú dráhu prejde niečo, čo rovnomerne zrýchľuje, existuje vzorec $s = \frac{1}{2}gt^2$. Dráha v tomto vzorci je presne to, na čo sa nás pýtajú v úlohe - teda výškový rozdiel, ktorý náboj musí počas padania prekonať. Teraz si musíme uvedomiť, že chceme, aby presne za ten čas ako sa náboj vodorovne dostane na úroveň hlavy obeť (to sme už vypočítali), na danú úroveň v horizontálnom smere aj spadol.

Keďže poznáme čas, ktorý bude náboj letieť, môžeme ho dosadiť:

$$s = \frac{1}{2} \cdot gt^2 = \frac{1}{2} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1,4 \text{ s}^2 \doteq 9,61 \text{ m}$$

Bodovanie: Za rozdelenie na vodorovný a zvislý pohyb ste mohli dostať 1 b. Za vypočítanie času 1 b a za dostatočné zdôvodnenie, prečo sa tak počíta 1 b. Za vypočítanie voľného pádu, a teda výšky 2 b. Za drobné chyby alebo nedostatočné vysvetlenie som strhávala do 2 b.