Celoslovenský korešpondenčný seminár z fyziky pre žiakov ZŠ a OG

PIKOFYZ

22. ročník www.pikofyz.sk školský rok 2019/2020

Termín odoslania:
30. 9. 2019
Adresa:
PIKOFYZ
P-MAT, n.o.
Ambroseho 2
851 04 Bratislava 5

Seriálová úloha PIKOFYZu – študijný text č. 1

Milá kamarátka, milý kamarát!
V rukách držíš úplne prvý študijný text k úplne prvej seriálovej úlohe PIKOFYZu. Cieľom tohto textu je vyložiť čitateľovi teóriu nad rámec bežného základoškolského učiva a priamo naň nadväzuje seriálová úloha v zadaniach 1. série PIKOFYZU tohto ročníka. Text je určený na samoštúdium, no pokojne sa mu môžeš venovať s kamarátmi alebo spolužiakmi, iba nadväzujúcu úlohu by si mala/mal riešiť sama/sám. Budeme vďační za akékoľvek pripomienky a podnety na zlepšenie tohto nového projektu, pošli nám ich na adresu ***pikofyz@p-mat.sk****. Prajeme príjemné čítanie!*

Rýchlosť

Či sa nám to páči alebo nie, svet je plný pohybu. Nie len ten dnešný, nie len u nás, no úplne vždy a všade - nič neostáva nemenné: hýbu sa atómy a elektróny v nich, hýbu sa ľudia cestou do práce, kontinenty sa hýbu smerom k Himalájam, planéty sa hýbu okolo Slnka, aj rada na pokladni v supermarkete sa hýbe, hoc každá z vymenovaných inak. Rýchlosť je úžasne všeobecný pojem. Okrem významu *vec sa posúva z miesta A na miesto B a chcem povedať, ako dlho jej to potrvá*, rýchlosť používame aj abstraktnejšie, rozoberme napríklad, že pri presúvaní dát nejakou *rýchlosťou* z disku v počítači na USBéčko sa dáta nikam fyzicky nepresúvajú – dáta ani len fyzicky neexistujú, informácia je obsiahnutá v *stave* kusu kremíka, ktorý tam, v PC skrini leží *nehybne*, či na ňom ten seriál je alebo nie – ich *poloha* sa nemení. Rýchlosť používame aj pri popise rádioaktívneho rozpadu, ktorý zase súvisí len so zmenou *stavu*, nie *polohy* rádioaktívneho materiálu. Berúc do úvahy, že rýchlosť používame aj v slovnom spojení *rýchle rozhodnutie* aj vo vyjadrení *rýchly kariérny postup*, možno túto veličinu vôbec exaktne zadefinovať?

Odpoveď je kladná: rýchlosť vo *fyzike* zavádzame ako odpoveď na otázku: Ako veľmi sa *stav zmení* za *jednotku* času? alebo matematickým vzťahom:

$$rýchlosť = \frac{veľkosť\ zmeny\ stavu}{uplynulý\ čas}$$

Jednotkou času môže byť všetko možné, v najužšom význame niečo ako *sekunda*, *hodina* alebo *rok*, no aj niečo ako *kým nepríde autobus*, venujme sa v ďalšom pevne daným jednotkám – jednotkám, ktoré možno merať ručičkovými hodinkami.

Aby sme mohli uvedený výraz pre rýchlosť použiť, musíme byť schopní merať *veľkosť* zmeny stavu. Ak sa napríklad farba chameleóna mení zo žltej na modrú, o rýchlosti tejto zmeny určite môžeme hovoriť, len si musíme rozmyslieť, akým jazykom – ako meriame stav chameleóna (napríklad percentuálne pokrytie tela modrou farbou?). Merať zmenu polohy je však oveľa jednoduchšie.

Ak sa rozprávame o rýchlosti pohybu (auta, bežca, vlaku…), skúmame veličinu danú vzťahom:

$$rýchlosť\ pohybu = \frac{zmena\ polohy}{uplynulý\ čas}$$

Ak budeme v nasledujúcom výklade hovoriť o rýchlosti, budeme mať na mysli práve rýchlosť *pohybu*.

Zmenu polohy meriame medzi *dvoma* (referenčnými) časmi a meriame ju v dĺžkových jednotkách, napríklad v metroch. Napríklad: natiahneme meter medzi miestom, kde bol skúmaný objekt v prvom (referenčnom) časovom okamihu a miestom, kde bol skúmaný objekt v druhom časovom okamihu. Uplynulý čas je potom čas uplynulý medzi prvým a druhým časovým okamihom (merané napríklad ako rozdiel čísel, ktoré ukazovali hodinky v prvom a druhom čase). Rýchlosť *sedem metrov za jednu sekundu* potom samozrejme znamená, že predmet sa *po 1 sekunde* ocitol o *7 metrov* ďalej. Jednoduché, však?

Priemerná a okamžitá rýchlosť

Popísaný vzťah nám umožňuje rozprávať o rýchlosti, ktorú predmet mal medzi dvoma časmi. To je napríklad to číslo, ktoré bude napísané na pokute za prekročenú maximálnu povolenú rýchlosť, ktorú vystaví delikventnému autu *radar úsekového merania*. Toto zariadenie funguje nasledovne: na ceste je definovaný meraný úsek, napríklad 500 m, ktorý by v princípe mohol byť označený začiatočnou a konečnou čiarou, aj keď sa to v praxi nerobí. Radar (počítač) si zapíše čas, v ktorý auto (jednotlivé autá identifikuje fotkou ŠPZtky) vstúpilo na meraný úsek (časový okamih T1) a rovnako čas, kedy meraný úsek opustilo (časový okamih T2). Rýchlosť na úseku je potom podľa nášho vzorca:

$$rýchlosť = \frac{500m}{T2 - T1}$$

Toto však nie je to, ako rýchlosť *intuitívne* chápeme. Ak radar nameria, že auto tento 500m dlhý úsek prešlo za 30 sekúnd, vypočíta mu podľa vyššie uvedeného vzorca rýchosť 60km/h. Neznamená to vôbec, že jeho pohyb bol akýmkoľvek spôsobom rovnomerný. Je pokojne možné, že auto išlo veľmi vysokou rýchlosťou väčšinu úseku a na konci sa na 10 sekúnd zastavilo. Alebo sa zastavilo na začiatku. Alebo dvakrát. Alebo zrýchľovalo a spomaľovalo. Ani jednu z týchto situácií by sme ako okoloidúci neopísali slovami *auto išlo 30 sekúnd rýchlosťou 60km/h*. Tiež to nie je to, čo vidí šofér na tachometri, ten vidí číslo, ktoré sa mení okamžite vždy, keď vodič pritlačí alebo povolí plynový alebo brzdový pedál.

Aby sme *fyzikálne* uchopili rýchlosť tak, ako jej intuitívne rozumieme (tak, ako ju chápe aj tachometer v aute), zaveďme pojem *okamžitá rýchlosť*, ktorý práve túto tachometrovú rýchlosť vystihuje a pobavme sa o tom, ako ju možno exaktne definovať a odmerať. Aby sme odlíšili okamžitú rýchlosť od rýchlosti na úseku, volajme rýchlosť, ktorú meria úsekový radar **priemernou rýchlosťou**. Je jasné, že ak bude mať meraný úsek 1000km, je v podstate vylúčené, aby sa auto pohybovalo celý čas rovnakou okamžitou rýchlosťou, už len preto, že šofér bude potrebovať pauzu na odpočinok a auto bude musieť zastaviť, aby dotankovalo benzín. Priemerná rýchlosť je v takej situácii značne odlišná od okamžitej rýchlosti. Ak však bude mať meraný úsek dĺžku 5 metrov, auto na ňom nestihne svoju okamžitú rýchlosť príliš zmeniť, aj keby sa šofér snažil, čo potvrdí aj pozorovateľ: autá idúce po ceste svoju rýchlosť na 5 metroch dĺžky cesty *príliš* nemenia. Čím kratší úsek si zvolíme, tým bližšie bude priemerná rýchlosť okamžitej rýchlosti tak, ako tieto pojmy intuitívne chápeme. Obohatení touto úvahou môžeme pristúpiť k definícii okamžitej rýchlosti: **Okamžitá rýchlosť predmetu v danom čase je priemerná rýchlosť tohto predmetu na veľmi krátkom úseku, na ktorom sa predmet nachádza v danom čase.**

Ospravedlňujeme sa všetkým, ktorým prišli uplynulé odstavce zbytočne obsiahle, zložito opisujúce niečo jednoduché, čomu aj tak všetci rozumieme, ale pochopenie pojmu *okamžitá rýchlosť* je kľúčové pre pochopenie pojmu, ktorý sa chystáme zaviesť v kapitole nasledujúcej, pojmu, ktorý je oveľa menej zrejmý.

Zrýchlenie

Okrem toho, že sa *polohy* predmetov v čase menia (čo popisujeme v minulom odstavci vyčerpávajúco definovanou a popísanou *priemernou* a *okamžitou* rýchlosťou pohybu), musia sa zjavne v čase meniť aj ich samotné rýchlosti. V opačnom prípade by to znamenalo napríklad to, že ak niečo stojí, bude to stáť navždy, čo je blbosť. Ako popísať zmenu rýchlosti? Môžme to urobiť podobne, ako v prípade zmeny polohy a zaviesť veličinu **zrýchlenie** vzťahom:

$$zrýchlenie = \frac{zmena\ rýchlosti}{uplynulý\ čas}$$

Tu vidíme, aký je pojem okamžitej rýchlosti dôležitý. Ak chceme do menovateľa napísať rozdiel dvoch časov, do čitateľa by sme mali napísať rozdiel dvoch rýchlostí, a to rýchlostí *v týchto dvoch časoch*. Keďže jednoduchšie zadefinovaná priemerná rýchlosť nemá žiadnu hodnotu v jednom konkrétnom čase, prislúcha len meranému úseku ako celku, práve okamžitá rýchlosť, ktorá má hodnotu v každom čase je tou rýchlosťou, ktorú musíme v definícii použiť. Inšpirovaní rýchlosťou píšme teda vzťah pre **priemerné zrýchlenie**:

$$priemerné\ zrýchlenie = \frac{veľkosť\ zmeny\ okamžitej\ rýchlosti}{čas, za\ ktorý\ sa\ táto\ zmena\ udiala}$$

V analógii s definíciou okamžitej rýchlosti môžeme teraz definovať **okamžité zrýchlenie** nasledovne: **Okamžité zrýchlenie predmetu v danom čase je priemerné zrýchlenie tohto predmetu na veľmi krátkom úseku, na ktorom sa predmet nachádza v danom čase.**

Keďže zrýchlenie je vlastne *rýchlosťou zmeny rýchlosti*, jednotkou zrýchlenia musí byť *rýchlosť za čas*, teda napríklad $\left(\frac{m/s}{s}\right)$, čo je zložený zlomok ekvivalentný jednoduchému zlomku $\frac{m}{s \cdot s}$. Samozrejme, možno pokračovať ďalej a zadefinovať zmenu zrýchlenia, no zmena zrýchlenia nemá zďaleka také praktické využitie, ako zmena polohy a zmena rýchlosti – k vysvetleniu tohto sa vrátime na konci textu.

Značenie a referenčný čas

Aby sme vedeli *komunikovať* efektívnejšie, zaveďme klasické značenie použitých fyzikálnych veličín: prejdenú dráhu (dĺžku úseku) značíme **Δs** (čítame *delta s*, kde *delta* vo fyzike bežne znamená *zmena*) a meriame ju v dĺžkových jednotkách, napríklad metroch. Čas potrebný na prekonanie tohto úseku značíme **Δt** a meriame ho v jednotkách času, napríklad sekundách. Čas, v zmysle *číslo, ktoré momentálne ukazujú hodinky* značíme **t** a meriame ho jednotkách času, pričom sa pre jednoznačnosť musíme dohodnúť, ktorý čas (zo všetkých časov, ktoré už boli a ktoré ešte len budú) je čas *0 sekúnd*, keďže každý si môže nastaviť hodinky ako chce. Uvedomme si, že ručičkové hodiny *neukazujú*, aký je *skutočný* čas, ale koľko minút prešlo od času, keď *tieto* hodiny naposledy ukázali 12 hodín.

Voľba počiatočného času je pri riešení úlohy na nás, v praxi (tradične) za čas 0 sekúnd (takzvaný referenčný čas) volíme moment stlačenia stopiek, najmä ak je podstatné zistiť, ako dlho proces alebo jav trvá (pád predmetu na zem, prejazd auta úsekom cesty...). Ak je podstatný moment, kedy sa niečo stalo (zatmenie Slnka, výbuch sopky...), musíme sa odkázať na nejaký všeobecne známy referenčný čas, ktorý poznajú aj ostatní ľudia (informácia, že výbuch na Slnku sme pozorovali 17 sekúnd po tom, ako sme stlačili stopky, je úplne zbytočná). Ako referenčný čas (čas 0) v takom prípade používame napríklad narodenie Ježiša (to je ten čas, ktorý používame v podstate vždy a podľa ktorého sa práve píše rok 2019), no ak sa to hodí, môžme použiť aj iný referenčný čas, ak všetkým povieme, aký používame, napríklad astronómovia považujú za nulu čas moment pravého poludnia v pondelok 1. januára 4713 rokov pred Kristom, kvôli významnej astronomickej udalosti, ktorá sa vtedy stala.

Postúpme ďalej, priemernú rýchlosť značíme **v**, okamžitú rýchlosť určenú v čase t, značíme **v(t)** (čítaj *vé* v čase *té*), zmenu rýchlosti značíme **Δv** a všetky tieto tri rýchlosti meriame v jednotkách *dĺžka / čas*, napríklad *m/s*. Zrýchlenie na úseku značíme **a** a okamžité zrýchlenie v čase t značíme **a(t)**, obe tieto zrýchlenia meriame v jednotkách *rýchlosť / čas*, teda napríklad m/(s·s), čo pre pohodlnosť zapisujeme m/s^2, kde $s^2 = s \cdot s$.

Vyššie uvedené vzťahy môžeme teraz novým značením písať v tvare:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Pričom rýchlosť na úseku sa od okamžitej rýchlosti líši iba *dĺžkou časového úseku Δt*.

Znamienka a referenčná poloha

Venujme sa chvíľu *znamienkam* veličín. Je logické povedať, že ak čas nula je moment narodenia Ježiša, tak 3 hodiny pred narodením Ježiša bol čas *-3h*. Čas teda môže mať aj záporné znamienko. Môže mať rýchlosť záporné znamienko? Z definície, v ktorej používame hodnotu *ako sa zmenila poloha* a meriame ju krajčírskym metrom vyplýva, že nie, už len preto, že krajčírsky meter *nemá záporné hodnoty*. Nechajme sa však necháme inšpirovať definíciou nulového času a definujeme polohu na priamke. Definujme polohu (miesto) na Váhu, môžeme povedať napríklad, že bod *0 km* (*referenčné miesto*) je v Bytči. Potom Púchov, ktorý je po prúde, má polohu *32 km* a Žilina (proti prúdu) má polohu - *19 km*. Podobne môžeme definovať referenčný nulový bod pre diaľnicu alebo železničnú trať, pričom sa ale musíme rozhodnúť, ktorým smerom naša súradnica polohy rastie (miesta majú polohu s kladným znamienkom) a ktorým smerom klesá (miesta majú polohu so záporným znamienkom). Pri čase aj Váhu bola voľba viac-menej jasná, keďže aj čas aj Váh tečú *jedným* smerom, pri diaľnici a železničnej trati radno byť opatrní nielen ktoré miesto, ale aj ktorý smer zvolíme.

Keď sa bude loď plaviť po Váhu z Púchova do Žiliny, môžeme povedať, že bude mať *zápornú rýchlosť* a teraz už vieme, že tým nemyslíme nič iné než to, že jej poloha (napríklad voči Bytči) sa v čase mení tak, že *klesá*. Všimnime si tiež, že ak by sme za *polohu nula na Váhu* nezvolili Bytču, ale Sereď, znamienko, no ani veľkosť rýchlosti sa pre tú istú loď nezmenia. Ak sa teda budem pozerať na skutočnú loď, ako sa plaví hore skutočným Váhom a budem mať informáciu, že jej rýchlosť je podľa kapitána *-15km/h*, nezistím z toho, aké miesto považuje kapitán za *bod nula*, zistím len to, že za kladný smer považuje smer *po prúde*. Ak budem chcieť vedieť, kde sa loď pred hodinou nachádzala ak svoju rýchlosť nezmenila, budem síce vedieť, kde presne na mape to bolo, ale nebudem si to iba použitím čísel (bez použitia názvov geografických miest) vedieť overiť po vysielačke u kapitána, ak sa nedohodneme, kde je bod nula, respektíve akú má momentálne loď polohu (vzdialenosť a smer od bodu nula) – *referenčná poloha* je pri výpočtoch dôležitá.

Kladné zrýchlenie musí podľa vyššie uvedených vzorcov znamenať zvyšovanie rýchlosti (uvážme, aké znamienko by malo priemerné zrýchlenie na úseku, ak na konci úseku je rýchlosť auta vyššia, než na začiatku úseku). Ak bude teda loď stáť v Trenčíne a pohne sa po prúde Váhu, povieme, že zrýchľovala s kladným zrýchlením. Ak sa pohne proti prúdu, povieme, že zrýchľovala so záporným zrýchlením (jej rýchlosť je nižšia, než bola na začiatku, pretože na začiatku bola nulová a teraz je záporná). Uvedomme si však, že ak bude loď plávať nenulovou zápornou rýchlosťou proti prúdu a v tom momente vypne motory, podľa našej definície rýchlosti a zrýchlenia začne okamžite zrýchľovať s kladným zrýchlením, aj keď to nie je to, ako by to opísal pozorovateľ tejto situácie: podľa sedliackeho rozumu začne loď spomaľovať. To, že zrýchlenie je kladné, nesie užitočnú informáciu len vtedy, keď pozorovateľ pozná našu dohodu, ktorý smer je kladný a ktorý záporný.

Rozlišovať znamienka polohy, rýchlosti a zrýchlenia môže byť veľmi užitočné pri riešení úloh na pohyb vlakov alebo áut oproti sebe, no v (dopravnej a každodennej) praxi sa vyjadrujeme tak, že keď hovoríme o rýchlosti, myslíme len veľkosť rýchlosti a *ignorujeme smer*. Praktické je to už aj len preto, že nie je možné jedným číslom popísať polohu na ploche, keď sa môžeme pohybovať nielen vpred a vzad (rieka, koľajnice…), ale na všetky svetové strany (futbalové ihrisko). Pre fajnšmekrov: Rozmyslite si, ako by bolo možné pracovať s polohou a rýchlosťou napríklad na futbalovom ihrisku, aby sme číslami jednoznačne určili polohu a rýchlosť. Nápoveda: potrebujete 2 čísla na popísanie jednej rýchlosti.

Praktické použitie rýchlosti - tachometer

V každodennej dopravnej praxi používame iba **veľkosť rýchlosti**, čo je presne tá hodnota, ktorú ukazuje tachometer v aute. Uvážte, že aj ak Prešov zvolíme za bod nula na diaľnici a smer k Tatrám za kladný smer, tachometer *nebude* ukazovať pri pohybe smerom na Košice záporné hodnoty. *Neexistencia* záporných rýchlostí zjednodušuje interpretáciu zrýchlenia. Ak zakážeme záporné rýchlosti (definíciou tak, ako sme to práve urobili), potom podľa vzťahov pre zrýchlenie platí, že kladné zrýchlenie znamená zvyšovanie veľkosti rýchlosti, zatiaľ čo záporné zrýchlenie znamená znižovanie veľkosti rýchlosti. Pre záporné zrýchlenie má konečne zmysel používať slovo **spomalenie**.

Ak vo vzťahu

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

a vynásobíme obe strany rovnice ·(uplynulý čas), dostávame vzťah pre *zmenu polohy*:

$$\Delta s = v \cdot \Delta t$$

Tento vzťah udáva zmenu polohy (posunutie z čas) a platí pre okamžitú rýchlosť (veľmi krátke uplynulé časy) alebo v prípade, že rýchlosť je *nemenná*, teda v sa počas toho, kým uplynie čas Δt príliš nezmení – teraz už vieme, čo týmito podmienkami myslíme. Rovnako, ak vo vzťahu

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

a vynásobíme obe strany rovnice ·(uplynulý čas), dostávame vzťah pre *zmenu rýchlosti*:

$$\Delta v = a \cdot \Delta t$$

Všimnime si, že posledný vzťah (a·Δt=Δv) nemožno jednoducho dosadiť do vzťahu (v·Δt=Δs) a určiť tak zmenu polohy zo zrýchlenia. Tomu, kde je vlastne problém a ako ho vyriešiť sa bude venovať nasledujúci diel tejto minisérie. Podobne ako vzťah pre rýchlosť, vzťah pre zrýchlenie platí pre *okamžité zrýchlenie* (veľmi krátke uplynulé časy) alebo v prípade, že zrýchlenie je konštantné, teda a sa počas toho, kým uplynie čas Δt príliš nezmení. Vidíme, že ak chceme, aby sa rýchlosť nemenila (napríklad kvôli platnosti vzťahu v·Δt=Δs), teda chceme, aby Δv=0, musí byť nulové zrýchlenie alebo čas, po ktorý pôsobí. Druhá možnosť je samozrejmá: rýchlosť sa v skutočnom svete za nulový čas nemôže zmeniť, zmena rýchlosti trvá vždy istú (hoc niekedy veľmi krátku) dobu – ako napríklad odraz pingpongovej loptičky od stola. Nulové zrýchlenie zase podľa druhého Newtonovho zákona (zvedavcov odkazujem na Google s heslom *druhý newtonov zákon* alebo *zákon sily*) znamená, že na teleso nepôsobí žiadna výsledná sila. To je aj dôvod, prečo je výhodné a užitočné hovoriť o zrýchlení, ale zmena zrýchlenia nemá veľké uplatnenie, hoci je merateľná. Sily vo svete riadia zrýchlenie, sily sa môžu meniť veľmi rýchlo a môžme ich priamo ovládať, rýchlosť môžme ovládať len *prostredníctvom zrýchlenia* - nepriamo.

Konštantné zrýchlenie

Povedzme si na záver ešte niečo o *konštantnom* zrýchlení. Opäť, podľa 2. Newtonovho zákona, *konštantné zrýchlenie je dôsledkom konštantnej pôsobiacej sily*. To je fyzikálne veľmi dôležitý prípad, keďže konštantná sila je veľmi bežný jav. Napríklad, na všetky veci padajúce v tiažovom poli Zeme pôsobí konštantná sila. Rozbeh vlaku prebieha tiež postupne tak, že ho možno približne popísať konštantnou pôsobiacou silou. Akýkoľvek predmet posúvaný po stole je zase brzdený konštantnou trecou silou (nezávislou na rýchlosti predmetu), ktorá pôsobí proti pohybu vždy, keď sa predmet hýbe. Všetky tieto javy majú za následok postupné zvyšovanie rýchlosti. Pripomeňme však, že všetky sily pôsobiace na teleso sa sčítavajú (v prípade opačného smeru pôsobenia odčítavajú) a pohyb telesa určuje výsledná (súčtová / rozdielová) sila. Konštantné zrýchľovanie by teda skutočne nastalo, ak by proti konštantným silám zrýchlenia *nepôsobili žiadne, alebo nanajvýš konštantné sily*. Vo svete však existuje veľa síl závislých na rýchlosti, typicky sú to odporové sily (napríklad odpor vzduchu), aj keď nie všetky (napríklad trecia sila na rýchlosti nezávisí). Ak bude teda teleso zrýchľovať (napríklad pri páde z lietadla), jeho rýchlosť bude skutočne spočiatku rovnomerne narastať (teleso bude zažívať konštantné zrýchlenie), no so zvyšujúcou sa rýchlosťou sa bude zvyšovať aj (brzdiaca) sila odporu vzduchu a teleso postupne naberie len takú rýchlosť, pri ktorej sa tiažová sila vyrovná s odporovou. Podobne to platí aj pre vlak alebo auto, ktorých maximálne rýchlosti sú obmedzené rovnosťou maximálnej sily motora a odporovej sily - pri nulovej *výslednej* sile už motor nedokáže auto viac urýchliť.

p-mat

Organizátor korešpondenčného
seminára PIKOFYZ