Celoslovenský korešpondenčný seminár z fyziky pre žiakov ZŠ a OG

PIKOFYZ

22. ročník www.pikofyz.sk školský rok 2019/2020

Termín odoslania:
2. 12. 2019

Adresa:
PIKOFYZ
P-MAT, n.o.
Ambroseho 2
851 04 Bratislava 5

Seriálová úloha PIKOFYZu – študijný text č. 3

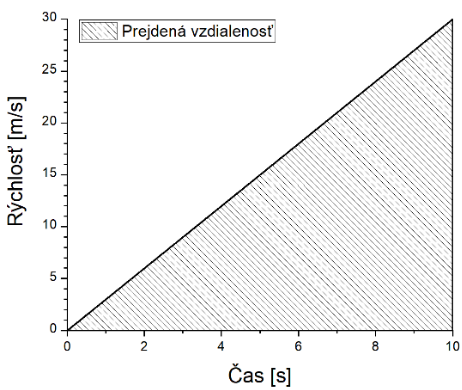
Milá kamarátka, milý kamarát!
Naša seriálová prvotina sa chýli ku svojmu koncu, dúfame, že sa Ti páčila a pripomíname, že budeme vďační za akékoľvek pripomienky a podnety na zlepšenie, pošli nám ich na adresu ***pikofyz@p-mat.sk****. Na nový seriál, tentokrát na tému elektriny sa môžeš tešiť už v nasledujúcom polroku. Prajeme príjemné čítanie a tešíme sa na Tvoje riešenia!*

Zrýchlený pohyb

V minulých sériách sme si objasnili pojmy ako priemerná a okamžitá rýchlosť či zrýchlenie. Následne sme si pomocou grafov $v(t)$ (čítaj: rýchlosti od času) ukázali, že dráha prejdená za tento úsek je rovná ploche pod priamkou tohto grafu. Z toho vyplynul vzorec pre výpočet dráhy zrýchleného pohybu:

$$s = \frac{1}{2}\Delta v \cdot \Delta t,$$

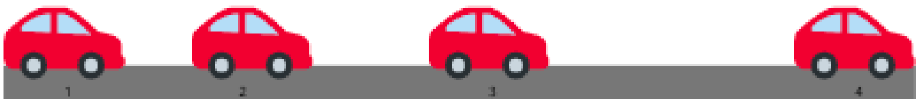
pričom sme pod Δv mysleli rozdiel medzi maximálnou a minimálnou rýchlosťou.



Teraz, keď sme si už všetko občerstvili v pamäti, je na čase posunúť sa k hlavnej téme tohto študijného textu, ktorou bude tiažové zrýchlenie – jeho veľkosť a vzťah k rýchlosti a prejdenej dráhe.

Ešte predtým sa však pozastavíme pri stálom (konštantnom) zrýchlení a tom, ako si ho vieme lepšie ilustrovať, keďže nám jeho pochopenie môže veľmi pomôcť následne pri tom, čo sa deje v prípade tiažového zrýchlenia.

Predstavme si, že by sme každú sekundu fotili rovnakú dráhu, na ktorej rovnomerne zrýchľuje auto. Následne fotky upravíme do jednej jedinej fotky, tak, že na nej vidíme len polohu auta v každej sekunde. Zistíme, že dráha, ktorú prešlo auto medzi prvou a druhou sekundou by bola o dosť kratšia ako dráha, ktorú auto prešlo medzi treťou a štvrtou sekundou.



Toto celkom logicky vychádza aj z predchádzajúcich vzorcov, kedy sme si povedali, že dráha je rovná rýchlosti vynásobenej časom. Nakoľko sa rýchlosť zvyšuje a jednotka času ostáva rovná jednej sekunde, dráha je v každom intervale dlhšia.

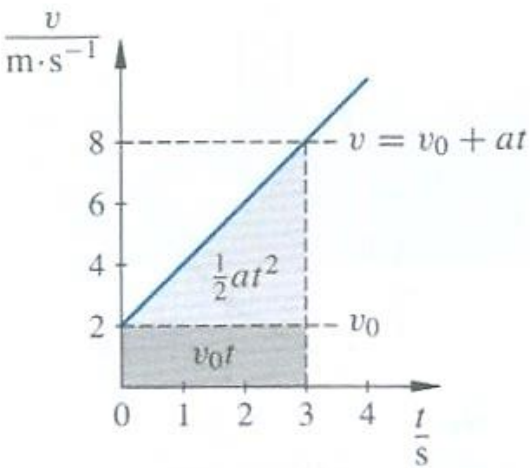
Čo však v prípade, že máme zadané len zrýchlenie a čas? Poznáme dve veľmi užitočné rovnice, ktoré nám v tomto prípade padnú vhod.

Už sme si spomínali že $a = \Delta v / \Delta t$. V prípade, že vynásobíme obe strany časom Δt, získame vzťah $a \cdot \Delta t = \Delta v$.

Náš druhý, už vyššie spomínaný vzťah (platný len pre rovnomerne zrýchlený pohyb) je $s = \frac{1}{2} \Delta v \cdot \Delta t$. Aj keď v tomto prípade nemáme zadaný rozdiel rýchlostí Δv, odvodili sme si vzťah, ktorý namiesto neznámej Δv dosadíme. A teda:

$$s = \frac{1}{2} a \cdot \Delta t \cdot \Delta t = \frac{1}{2} a \cdot \Delta t^2$$

Tento vzťah však platí len v prípade, že sa auto začne pohybovať z kľudu a predtým sa nepohybovalo. Ak však uvažujeme o prípade, kedy prichádza napríklad z mesta, kde je povolená rýchlosť $50\ km/h$, na diaľnicu, kde je povolená rýchlosť $130\ km/h$, začne auto zrýchľovať z rýchlosti, ktorú malo v meste. Pozrime sa teda na graf, ktorý nám presne tento prípad opisuje.



Vidíme, že ku dráhe, ktorú auto prejde počas zrýchľovania (pravouhlý trojuholník), musíme pridať aj obdĺžnik, ktorý sa pod ním nachádza (a reprezentuje dráhu, ktorú by auto prešlo, ak by po výjazde na diaľnicu nezačalo zrýchľovať, ale pokračovalo rovnomerne), nakoľko za celkovú prejdenú dráhu považujeme celú plochu pod krivkou. Z tejto úvahy nám teda vyplynie vzťah:

$$s = v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot \Delta t^2$$

Ešte však treba zmieniť jednu podstatnú vec. Povedzme, že cestujeme z Viedne do Košíc, a keďže je cesta pridlhá, rozhodneme sa prespať v Banskej Bystrici. Hneď na ďalší deň vyrazíme a dráhu prejdenú v ten deň si vieme spočítať pomocou vyššie uvedeného vzťahu. Avšak v tomto prípade nás zaujímala celková dráha, nielen cesta z Banskej Bystrice do Košíc. Z toho dôvodu si k nášmu vzťahu pripočítame aj vzdialenosť, ktorú sme prešli z Viedne do Banskej Bystrice a ktorú do nášho vzťahu vložíme ako s_0. Náš vzťah tak bude vyzerať nasledovne:

$$s = s_0 + v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot \Delta t^2,$$

kde s_0 je dráha, ktorú sme prešli od začiatku pohybu do momentu, než sme začali zrýchľovať a v_0 je rýchlosť, ktorú sme mali v momente, keď sme začali zrýchľovať.

Poďme si ukázať, ako by sme odvodené vzorce použili vo výpočte príkladu.

Príklad: Auto prešlo 200 metrov konštantnou rýchlosťou $10m/s$, keď začalo na nasledujúcich 10 sekúnd rovnomerne zrýchľovať so zrýchlením $5m/s^2$. Aká je celková dráha, ktorú auto prešlo po 10 sekundách zrýchľovania?

Výpočet:

$$s_0 = 200m$$

$$v_0 = 10m/s$$

$$\Delta t = 10s$$

$$a = 5m/s^2$$

$$s = ?$$

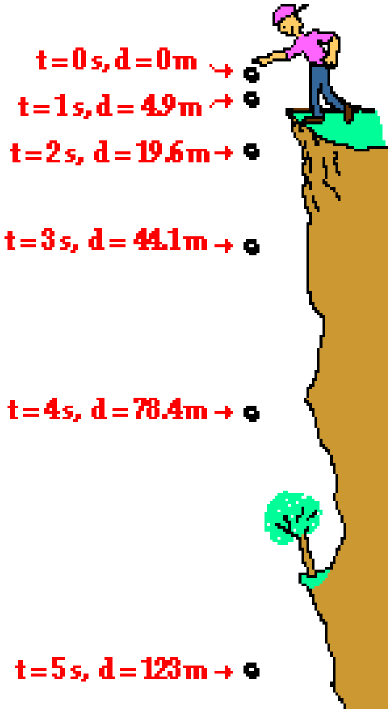
$$s = s_0 + v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot \Delta t^2$$

$$s = 200m + \frac{10m}{s} \cdot 10s + \frac{1}{2} \cdot \frac{5m}{s^2} \cdot 10s \cdot 10s = 550m$$

Tiažové zrýchlenie

Po tom, čo sme si vyššie odvodili akú dráhu teleso prejde v prípade, že začne zrýchľovať, je načase presunúť sa k hlavnej téme tohto dielu – tiažovému zrýchleniu. Myslím si, že nikomu z nás nie je cudzí fakt, že na všetko a všetkých na povrchu Zeme (ale aj iných planét) pôsobí gravitačná sila. Určite sme si však všimli aj to, že je rozdiel či nám mobil spadne zo stoličky na zem alebo či vypadne z okna druhého poschodia. Inými slovami, objekty, na ktoré pôsobí tiažová sila, zrýchľujú pod jej pôsobením. Otázkou však ostáva, či je toto zrýchlenie rovnaké a akú má hodnotu.

Aby sme vedeli, čo najlepšie pochopiť, čo sa vlastne deje rozmýšľajme nad nasledovným prípadom. Oproti vysokému útesu umiestnime znovu raz fotoaparát, ktorý má nastavenú spúšť na každú sekundu. Zo samotného vrchu pustíme loptu. Po tom istom procese ako s fotkami auta zistíme, že celkom očakávane lopta zrýchľuje. Máme však tentoraz šťastie, lebo vieme ako vysoko bola v každej sekunde a tým pádom vieme aj presnú dráhu, ktorú lopta za daný okamih prešla. Poďme si teda overiť, aká je hodnota nami pozorovaného zrýchlenia lopty.



Intervaly	Dráha	Priemerná rýchlosť v danom intervale	a=v/t
0. → 1.	4,9 m	4,9 m/s	-
1. → 2.	14,7 m	14,7 m/s	$9{,}8\ \mathrm{m/s^2}$
2. → 3.	24,5 m	24,5 m/s	$9{,}8\ \mathrm{m/s^2}$
3. → 4.	34,3 m	34,3 m/s	$9{,}8\ \mathrm{m/s^2}$

Keď sa pozrieme na obrázok z nášho experimentu, ku ktorému si dorobíme tabuľku a dorátame zrýchlenie medzi jednotlivými časovými úsekmi, dostaneme odpoveď na položené otázky. Tiažové zrýchlenie je vskutku konštantné a má hodnotu $9{,}8\ \mathrm{m/s^2}$. Označujeme ho malým g a zvykneme ho zaokrúhľovať na hodnotu $10\ \mathrm{m/s^2}$.

Príklady, v ktorých sa najčastejšie stretneme s tiažovým zrýchlením sa zaoberajú voľným pádom alebo zvislým vrhom nahor. Poďme si na dvoch príkladoch ukázať, čo pod týmito termínmi myslíme a ako by sme príklady s nimi riešili.

<u>Príklad:</u> Alfréd sa rozhodol, že chce odmerať výšku paneláku, v ktorom býva. Našiel si preto kamienok o hmotnosti $200\ \mathrm{g}$, ktorý nechal padať z najvyššieho poschodia a nameral takto čas letu kamienka 2 sekundy. V ako vysokom paneláku Alfréd býva?

<u>Odpoveď:</u> Zadaný máme čas a nakoľko uvažujeme o voľnom páde, poznáme aj zrýchlenie ktoré udeľuje kamienku Zem. Všimnime si, že pri výpočte vôbec nepoužijeme hmotnosť objektu, ktorý padá a že zrýchlenie je na povrchu Zeme *vždy* konštantné a záleží len na hmotnosti Zeme (dokázali by ste prísť sami na to, že prečo je to tak?)

$$\Delta t = 2\ \mathrm{s}$$

$$a = g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

$$s = \frac{1}{2} a \cdot \Delta t^2 = \frac{1}{2} \cdot 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 2\ \mathrm{s} \cdot 2\ \mathrm{s} = 20\ \mathrm{m}$$

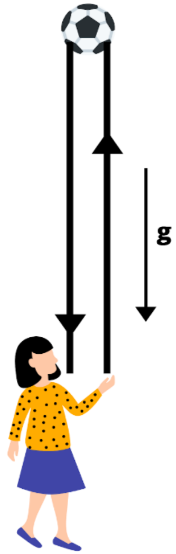
<u>Príklad:</u> Majka nacvičuje na zajtrajšiu súťaž v škole. Idú sa totiž so spolužiakmi a spolužiačkami pretekať, kto vyhodí futbalovú loptu najvyššie. Majka chce preto zistiť výšku, do ktorej jej lopta vyletí. Už vie, že loptu vyhadzuje s počiatočnou rýchlosťou $10\ m/s$ a že loptu znovu chytí po 2 sekundách.

<u>Odpoveď:</u> Príklady so zvislým vrhom sú už popravde náročnejšie a vyžadujú aby sme situácií dobre rozumeli. Celý dej, od momentu kedy Majka loptu vyhodí až do momentu kedy ju znova chytí vieme rozdeliť na dve časti. Prvá časť bude, keď lopta letí smerom nahor a spomaľuje. Druhá nastane hneď po tom, čo lopta dosiahla maximálnu výšku, začne zrýchľovať späť do Majkiných rúk. Inými slovami, v prvej časti pohybu lopta spomaľuje a zrýchlenie pôsobí proti smeru rýchlosti a budeme ho musieť preto odpočítať, zatiaľ čo v druhej časti je to presne naopak.

Vieme taktiež, že tieto dve časti trvajú rovnaký čas a doba, za ktorú sa lopta dostane do maximálnej výšky bude teda polovicou celkového času.

Aby sme si vedeli lepšie predstaviť celú situáciu, poďme si ju nakresliť:

Ako teda vieme vyriešiť tento problém? Vieme, že celá púť lopty trvala 2 sekundy, čo znamená, že do najvyššieho bodu, ktorý hľadáme sa lopta dostala za sekundu a spadla za ďalšiu sekundu (zrýchlenie, ktoré na loptu pôsobí smerom hore a smerom dole je rovnaké, pohyb bude preto takto symetrický) vieme taktiež počiatočnú rýchlosť. Spočítajme, z akej výšky bude lopta padať 1 sekundu:



$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \Delta t^2 = \frac{1}{2} \cdot 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 1\ \mathrm{s} \cdot 1\ \mathrm{s} = 5\ \mathrm{m}$$

Toto je výška, do akej Majka loptu vyhodila a z akej teda lopta opäť spadla do jej rúk.

Poďme si ešte v skratke zhrnúť, čo sme sa o voľnom páde a zvislom vrhu nahor naučili a aké sú medzi nimi rozdiely:

Voľný pád	**Zvislý vrh nahor**
Tiažové zrýchlenie pôsobí v smere pohybu	Celú dráhu hodeného objektu delíme na dve časti – na prvej pôsobí g proti smeru rýchlosti a v druhej časti naopak
Objekt je len „pustený“- nedodávame mu žiadnu počiatočnú rýchlosť	Objekt “hádžeme” nahor s istou počiatočnou rýchlosťou – tá súvisí s maximálnou získanou výškou
Ak sa bavíme o prípade, kedy teleso dopadlo na zem, jej konečná rýchlosť je 0 m/s (pred nárazom je ale samozrejme väčšia)	Konečná rýchlosť je rovná počiatočnej rýchlosti (lopta nám padá do rúk s rovnakou rýchlosťou akou sme ju hodili nahor)

Je zaujímavé si všimnúť, že do rovníc vôbec nezahŕňame hmotnosť objektov, ktoré hádžeme, čo sa len zdá byť v rozpore s našou každodennou skúsenosťou. Veď predsa keď necháme padať pierko a už spomínanú loptu z rovnakej výšky, správne by sme predpokladali, že by prvá dopadla lopta. Pôvodcom tejto nerovnosti však nie je tiažové zrýchlenie a ani hmotnosť objektov ale skôr odpor vzduchu, ktorého efekt na jemnučké pierko je oveľa väčší ako na loptu. Ak by sme však mali dlhý zvislý tunel, z ktorého by sme vysali všetok vzduch, a nechali by sme oba objekty padať týmto tunelom naraz a z rovnakej výšky, ich čas dopadu by bol vskutku rovnaký. Je teda dôležité mať vždy na pamäti, že tiažové zrýchlenie je vždy konštantné a závisí čisto len na hmotnosti planéty/objektu, ku ktorému teleso padá.

p-mat

Organizátor korešpondenčného
seminára PIKOFYZ