Vzorové riešenia 2. série zimnej časti

Úloha 1: Kľúčová úvaha - *opravovali Michaela Ždímalová a Barbora Čemanová*
Terka má na internáte nové protipožiarne dvere, ktoré sú ukrutne ťažké. Tak sa zamyslela: „Prečo majú vlastne dvere kľučku na opačnej strane, ako sú pánty?“ **Odpovedz Terke na otázku a nezabudni svoju odpoveď poriadne zdôvodniť, aby to Terka pochopila.**

Poďme sa pozrieť na to, ako také dvere fungujú: dvere sú vlastne jednoramenná páka a pánty sú jej os otáčania. Na to, aby sme dvere okolo tejto osi otočili, musíme vyvinúť **moment sily** určitej veľkosti. Moment sily vyjadruje mieru otáčavého účinku sily okolo nejakého bodu, preto musíme rátať s ním a nestačí nám iba sila. Veľkosť momentu sily *M* je súčin veľkosti sily *F* a dĺžky ramena *a* (vzdialenosti pôsobiska sily od osi otáčania)

$$M = F \cdot a$$

Môžeme si všimnúť, že koľkokrát dlhšie rameno páky máme, toľkokrát menšiu silu potrebujeme a naopak, koľkokrát kratšie rameno páky máme, toľkokrát väčšiu silu potrebujeme. V bežnom živote chceme, aby sa nám dvere otvárali čo najľahšie - chceme pôsobiť čo najmenšou možnou silou. To dosiahneme tak, že budeme tou silou pôsobiť čo najďalej od osi otáčania - pántov. To je na druhej strane dverí, tam, kde sa bežne nachádza kľučka.

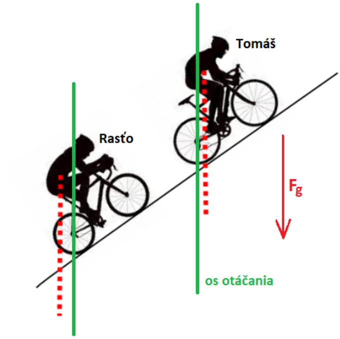
Mnohí z Vás sa nad touto úlohou zamýšľali aj z konštrukčného hľadiska. Napadli Vám ďalšie dva dôvody, prečo je kľučka na strane pántov nepraktická - zavadzala by pántom (to sa dá vyriešiť otočením kľučky smerom do stredu dverí) a to, že tam, kde je kľučka, je aj zámok a jazýček, čiže na druhej strane by nemalo čo dvere držať v zárubni (to by sa dalo vyriešiť inou zarážkou, konštrukciou,...). Ako vidíme, tieto problémy sa dajú ľahko vyriešiť a nie sú až také závažné, narozdiel od fyzikálneho princípu páky popisovanom vyššie. Preto sme za tieto dôvody udeľovali menej bodov.

Bodovanie: $1\ b$ *za uvedomenie si, že dvere sú páka a pánty os otáčania,* $2\ b$ *ak ste napísali, že nám treba menšiu silu na otvorenie dverí ak je kľučka ďalej od pántov,* $2\ b$ *za vysvetlenie, prečo je to tak,* $+0{,}5\ b$ *sme dávali ak ste napísali aj iné dôvody, prečo je kľučka ďalej od pántov (ak ste ich však nemali, body sme za to nestrhávali)*

Úloha 2: Prevratný súboj - *opravovali Nina Hanesová a Renáta Klimanová – Renka*
Tomáš s Rasťom si dali závod na bicykloch. Tomáš sa postavil na pedále, že sa do toho oprie, akurát keď ich dráha začala strmo stúpať. Vtedy sa jeden z chalanov prevrátil dozadu. **Prevrátil sa Tomáš stojaci na pedáloch alebo Rasťo sediaci na sedadle? Prečo?**

Zo zadania vieme, že obidvaja chlapci stúpajú do strmého kopca. Bicykel sa počas jazdy nemení, jediný rozdiel môže spôsobiť cyklista. Aby sme zistili, ktorý z chlapcov spadol, zamyslíme sa nad polohou ich ťažiska.

V ťažisku pôsobí gravitačná sila F_g, ktorá smeruje kolmo nadol. Aby sa cyklista neprevrátil, je potrebné, aby bolo ťažisko bicykla a jeho samého pred osou otáčania, ktorá v tomto prípade prechádza stredom zadného kolesa. Akonáhle sa totiž ich spoločné ťažisko posunie za túto os, cyklista sa prevráti dozadu.



Rasťo, ktorý sedí, je naváženy najmä na zadnú časť bicykla, preto sa pri stúpaní jeho ťažisko posunie za os otáčania a prevráti sa. Naopak Tomáš, ktorý stojí, má vďaka predkloneniu ťažisko pred osou otáčania, vďaka čomu pohodlne vyjde až na vrchol kopca. **Správnou odpoveďou bolo, že sa prevráti Rasťo.**

Bodovanie: *Správna úvaha o ťažisku obidvoch cyklistov* $2\ b$*; Vysvetlenie, ako a prečo dôjde k prevráteniu* $2\ b$*; Správna odpoveď* $1\ b$

Úloha 3: Cukrovinky - *opravoval Matej Novota – Krtko*
Teta si na stolík prichystala šesť nádob s rovnakým objemom, dve s vodou, dve s octom a dve s kolovým nápojom, pričom v každej z dvojice nádob bola kvapalina s teplotou 25 ℃ a v druhej 75 ℃. Potom do každej kvapaliny pridávala cukor až kým nespozorovala na spodku drobné kryštáliky ktoré nie a nie sa rozpustiť. **Zopakuj doma experiment s rozpúšťaním cukru v spomínaných kvapalinách a svoje výsledky zapíš do tabuľky. Nezabudni podrobne popísať ako si postupoval/a a k akým chybám merania mohlo dôjsť.**

Predtým, ako začneme niečo merať, je dobré sa zamyslieť, ako to chceme robiť a čo máme očakávať.

Ako zohrievať Cukor sa môže rozpúšťať pomerne dlho a my počas toho potrebujeme udržiavať teplotu 75 ℃, čo nie je zrovna málo. To vieme vyriešiť viacerými spôsobmi, či už použitím elektrickej rúry, ktorá vie udržovať takúto teplotu (niektoré to vedia) alebo môžme spraviť pre naše nádoby, v ktorých budeme robiť pokus, vodnú kúpeľ. To znamená, že nebudeme priamo variť hrniec kolového nápoja, ale dáme do jedného hrnca vodu a doň vložíme druhý hrniec, v ktorom bude samotná kvapalina, do ktorej budeme pridávať cukor. Toto je dôležité najmä aby sa nám niektorý z nápojov nepripiekol.

Ako pridávať cukor Ďalej si treba premyslieť, ako pridávať cukor. Nechceme pridávať veľké množstvo cukru naraz pretože ľahko môžme prešvihnúť maximálnu hmotnosť cukru, ktorá sa nám ešte rozpustí a tak získame zbytočnú chybu. (a taktiež kolový nápoj nereaguje dobre na prudký nárast koncentrácie cukru, tí z vás, ktorý to skúšali vedia a čom hovorím :-)

No pridávanie po malých množstvách má tiež svoje problémy. Nádobu musíme veľakrát otvoriť, čo spôsobuje kolísanie v teplote. Ale hlavne, ak chceme vždy odvážiť objem, ktorý ideme pridať, tak budeme mať veľa meraní, ktoré budeme sčítavať. Na prvý pohľad si asi problém nevšimneme. Ak však dokopy pridáme 100 g postupne po jednom grame, čo sme merali váhou, ktorá meria s presnosťou $\pm 0{,}5$ g, tak budeme mať výslednú presnosť ± 50 g, čo nie je zrovna dobré. Tomuto problému sa dá jednoducho vyhnúť. Jednoducho hmotnosť vloženého cukru zmeriame až na konci.

Kedy domerať a koľkokrát si to zopakovať Ešte nám ostávajú dva detaily, ktoré treba doriešiť pred samotným meraním. Kedy povieme, že viac cukru sa nám už nevie rozpustiť v danej kvapaline? Pre naše účely postačí, ak po piatich minútach stále vidíme kryštáliky v kvapaline. Druhým je, koľkokrát chceme meranie opakovať, keďže to nebolo napísané v zadaní. Všeobecne platí 5 meraní pre každú kvapalinu a teplotu je už vcelku fajn, 3 sú úplné minimum. Obzvlášť to platí pri meraniach ako tieto, kde je rozhodnutie, kedy prestaneme pridávať cukor, vcelku neexaktné.

Keď sa už pustíte do merania, mali by ste namerať niečo takéto:

Teplota	voda	ocot	kolový nápoj
25 ℃	$(38 \pm 2{,}6)$ %	$(35 \pm 3{,}1)$ %	$(33 \pm 3{,}0)$ %
75 ℃	$(47 \pm 3{,}3)$ %	$(45 \pm 3{,}5)$ %	$(39 \pm 3{,}5)$ %

Hmotnostný zlomok cukru vo vode, octe a kolovom nápoji

Hmotnostný zlomok Ale ako sa dostať k takýmto pekným hodnotám?

Začneme s tým, že nameriame, koľko cukru sme pridali do jednotlivých kvapalín. Ja som mal vždy 100 g kvapaliny, ale prakticky je to jedno. Potom som pridával cukor až kým sa neprestal rozpúšťať a jeho hmotnosť som si vždy zapísal. Potom som si meranie pekne 5 krát zopakoval pre každú kvapalinu. Keď som mal toto namerané, chcel som nejako vyjadriť koncentráciu. Celkom dobrý spôsob je hmotnostný zlomok, ktorý hovorí, koľko percent hmotnosti výsledného roztoku je cukor. Teda ak som napríklad pridal 50 g cukru do 100 g vody, tak hmotnostný zlomok bude $50 : (100 + 50) \approx 33{,}3\%$.

Odchýlka Nakoniec som ešte vyrátal odchýlku. To sa dá robiť viacerými spôsobmi, tentokrát si ukážeme jeden s tých jednoduchších. Jednoducho vezmeme všetkých našich 5 meraní, ktoré sme opakovali, a spravíme priemer. Teraz postupne odčítame každý hmotnostný zlomok od tohoto priemeru a tieto nové čísla si zapíšeme. Zabudneme na znamienka nových čísiel, inak povedané, spravíme absolútnu hodnotu. Už stačí spraviť iba priemer týchto absolútnych hodnôt a tak dostaneme odchýlku.

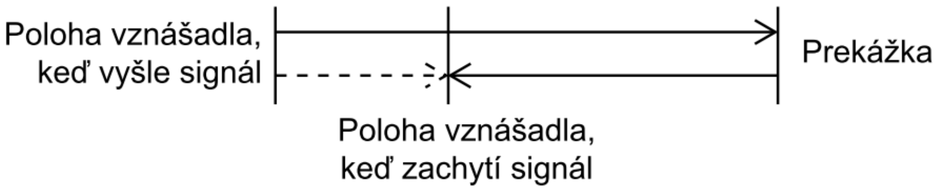
Bodovanie: *Za popis vášho postupu bolo $1{,}5$ b, ak ste pridali aj tabuľku, dostali ste ďalší 1 b a ďalšieho $0{,}5$ b ste mohli získať za uvedenie koncentrácie v rozumnom tvare (nie 90 g na 200 ml). Za vyjadrenie sa ku presnosti vášho merania sa dalo získať 1 b, ďalšieho $0{,}5$ b ste dostali za opakovanie merania. A posledného $0{,}5$ b sa dalo získať za vyhnutie sa chybe s postupným pridávaním cukru.*

Úloha 4: Nočné poletovanie - *opravovali Juraj Jánošík a Adam Šánta*
Vzdušné vznášadlo pilotované škriatkami si to šinie rýchlosťou $10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Loď je vybavená špeciálnym prístrojom, ktorý vysiela zvukový signál presne ako netopier. Práve hlási, že priamo pred nimi sa nachádza nejaký predmet. Posledný zvukový signál sa od momentu vyslania po odrazení od predmetu vrátil za $0{,}15$ s. **Koľko času posádke ostáva, aby sa predmetu vyhla a zabránila zrážke?** Uvažuj, že zaznamenaný predmet sa nehýbe. Teplota vzduchu je 26 ℃. Rýchlosť zvuku závisí od teploty.

V prvom kroku vypočítame rýchlosť zvuku pri 26 ℃. Použijeme známy tabuľkový vzťah pre určenie rýchlosti zvuku vo vzduchu v závislosti od jeho teploty: $v = 331{,}82\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + 0{,}61\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}\,℃} \cdot T$, kde T je teplota v ℃. Po dosadení dostaneme, že rýchlosť zvuku pri teplote 26 ℃ je:

$$v = 331{,}82\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + 0{,}61\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}\,℃} \cdot 26\,℃ \doteq 348\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Vznášadlo sa hýbe rýchlosťou $v_v = 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. V istom momente vyšle zvukový signál, hýbe sa ďalej a po čase $t = 0{,}15$ s sa k nemu signál vráti.



Čiarkovaná šípka je dráha, ktorú prešlo vznášadlo za čas $t = 0{,}15$ s. Plné šípky predstavujú dráhu, ktorú prešiel zvuk - najskôr išiel k prekážke, odnej sa odrazil a vrátil sa k vznášadlu. Vypočítame dráhy vznášadla $s_v = v_v \cdot t = 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 0{,}15\,\mathrm{s} = 1{,}5\,\mathrm{m}$ a zvuku $s_z = v \cdot t = 348\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 0{,}15\,\mathrm{s} = 52{,}2\,\mathrm{m}$.

Aby sme zistili, koľko času zostáva do nárazu, musíme najskôr zistiť vzdialenosť vznášadla od prekážky, keď prijme signál. Z obrázku je zrejmé, že ak od vzdialenosti, ktorú prešiel zvuk odrátame vzdialenosť, ktorú prešlo vznášadlo, dostaneme dvojnásobok vzdialenosti medzi vznášadlom a lietadlom.

Vzdialenosť medzi vznášadlom a prekážkou označíme s.

$$s = \frac{s_z - s_v}{2} = \frac{52{,}2\,\mathrm{m} - 1{,}5\,\mathrm{m}}{2} \doteq 25{,}4\,\mathrm{m}$$

Keď už máme vypočítanú vzdialenosť vznášadla od prekážky, ľahko vypočítame, za aký čas prejde vznášadlo túto vzdialenosť.

$$t' = \frac{s}{v_v} = \frac{25{,}326\,\mathrm{m}}{10\,\mathrm{s}} = 2{,}54\,\mathrm{s}$$

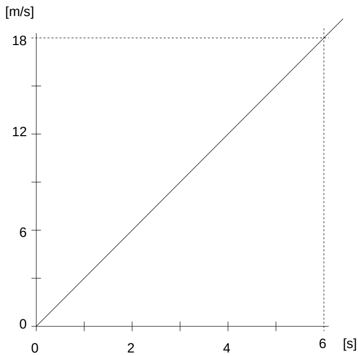
Posádke teda zostáva približne $2{,}54$ s do nárazu.

Bodovanie: 1 b *za rýchlosť zvuku,* 1 b *za dráhy vznášadla a zvuku počas* $0{,}15$ *s* 2 b *za určenie správnej vzdialensoti vznášadlo-prekážka a* 1 b *za určenie času do zrážky*

Úloha 5: Výlet - *opravoval Peter Ralbovský – Peťo*

Auto A vyštartovalo z Bratislavy presne o 10:00. Z nulovej počiatočnej rýchlosti zrýchľovalo zrýchlením $3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ až dosiahlo rýchlosť $64{,}8\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$. Auto B vyštartovalo o 10:03. Z nulovej počiatočnej rýchlosti zrýchľovalo zrýchlením $6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ až dosiahlo rýchlosť $86{,}4\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$. **V akej vzdialenosti od Bratislavy auto B predbehne auto A? Koľko bude vtedy hodín?**

Auto A zrýchľovalo zrýchlením $a_A = 3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ na rýchlosť $v_A = 64{,}8\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} = \frac{64800\,\mathrm{m}}{60\cdot 60\,\mathrm{s}} = 18\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Zrýchlovanie trvalo čas t_A. Vieme, že $a_A = \frac{v_A}{t_A}$ a teda $t_A = \frac{v_A}{a_A} = \frac{18\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} = 6\,\mathrm{s}$. Graf rýchlosti v závislosti od času počas zrýchlovania auta A si teda vieme predstaviť takto:



Zo seriálového textu k druhej sérii vieme, že vzdialenosť prejdenú počas zrýchlovania vieme vypočítať ako obsah plochy pod krivkou rýchlosti. V tomto prípade to bude obsah trojuholníka, ktorý ma jednu stranu dlhú $t_A = 3\,\mathrm{s}$ a druhú stranu dlhú $v_A = 18\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Preto jeho obsah a teda aj vzdialenosť prejdená počas zrýchlovania auta A je $s_A = \frac{1}{2} v_A \cdot t_A = \frac{1}{2} 18\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 6\,\mathrm{s} = 54\,\mathrm{m}$.

Podobné informácie máme o aute B. To začalo zrýchlovať po čase $t_z = 3\cdot 60\,\mathrm{s} = 180\,\mathrm{s}$ zrýchlením $a_B = 6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ na rýchlosť $v_B = 86{,}4\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} = \frac{86400\,\mathrm{m}}{60\cdot 60\,\mathrm{s}} = 24\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Zrýchlovanie trvalo čas t_B, pričom zase $a_B = \frac{v_B}{t_B}$ a teda $t_B = \frac{v_B}{a_B} = \frac{24\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} = 4\,\mathrm{s}$. Vzdialenosť prejdená počas zrýchlovania auta B je $s_B = \frac{1}{2} v_B \cdot t_B = \frac{1}{2} 24\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 4\,\mathrm{s} = 48\,\mathrm{m}$.

Kým auto B zrýchli na svoju plnú rýchlosť $v_B = 24\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, prejde $s_B = 48\,\mathrm{m}$ a uplynie čas $t_B + t_Z = 184\,\mathrm{s}$ od štartu auta A. To za ten čas získa značný nások: Počas prvých $t_A = 6$ sekúnd prejde $s_A = 54\,\mathrm{m}$ a počas zvyšných $t_B + t_Z - t_A = 178$ sekúnd prejde rýchlosťou $v_A = 18\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ vzdialenosť $18\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 178\,\mathrm{s} = 3204\,\mathrm{m}$. Dokopy tak bude $3204\,\mathrm{m} + 54\,\mathrm{m} = 3258\,\mathrm{m}$ od Bratislavy.

Auto A má preto náskok $3258\,\mathrm{m} - s_B = 3258\,\mathrm{m} - 54\,\mathrm{m} = 3204\,\mathrm{m}$. Keďže auto B ide o $v_B - v_A = 24\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - 18\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ rýchlejšie, tak takouto rýchlosťou aj bude znižovať náskok auta A. Náskok teda dobehne $\frac{3204\,\mathrm{m}}{6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = 535$ sekúnd po zrýchlení auta B na plnú rýchlosť. Autá sa teda stretnú v čase $t_B + t_Z + 535\,\mathrm{s} = 719\,\mathrm{s}$ po desiatej hodine. Vtedy bude presne 10:11:59.

Auto B dovtedy prešlo $535\,\text{s}$ rýchlosťou $v_B = 24\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ a ďaľších $48\,\text{m}$ sa rozbiehalo. Vzdialenosť miesta stretnutia od Bratislavy teda musí byť $535\,\text{s} \cdot 24\,\frac{\text{m}}{\text{s}} + 48\,\text{m} = 12888\,\text{m}$.

Bodovanie: *Správne zistenie časov zrýchľovania* $1\ b$ *; Správne zistenie vzdialeností prejdených počas zrýchľovania* $1\ b$ *; Uvažovanie zrýchlení pri počítaní prejdeného času* $1\ b$ *; Správny exaktný postup pri počítaní prejdeného času* $1\ b$ *Približne správny čas* $0{,}5\ b$*; Výpočet prejdenej vzdialenosti* $0{,}5\ b$

Úloha 6: Komorná atmosféra - *opravovali Patrik Rusnák a Tomáš Proks*
Tlakomer pozostával z jednoduchej ohnutej trubice čiastočne naplnenej ortuťou, ktorá mala jeden otvor z vnútornej strany komory a jeden z vonkajšej strany komory. Aby ortuť neprchala, bola na každej strane nad ortuťou $1\,\text{cm}$ vrstvička neprchavej kvapaliny. Peťko si všimol, že vonkajšia hladina v trubici bola o $29\,\text{cm}$ vyššia ako vnútorná. **Aký bol tlak vnútri komory?** Vonku bol vtedy tlak $101\,\text{kPa}$.

Prvým krokom k vyriešeniu tejto úlohy bolo, že sme si uvedomili, že ak by bol tlak v komore a vonku rovnaký, výška hladiny ortuti by bola na oboch koncoch rovnaká. Keďže vo vonkajšom prostredí bol stĺpec ortuti vyššie, tak v komore musel byť vyšší tlak, pretože tlak je nejaká sila pôsobiaca na plochu. V našom prípade je plocha na oboch stranách rovnaká (hladina vody), a preto keď zvýšime tlak v komore, tak tým zvýšime silu pôsobiacu na ortuť v komore, a teda z komory sa vytlačí viac ortuti. Ortuť sa však nevytlačí celá, čo znamená, že z vonkajšieho prostredia, musela pribudnúť, vytlačením ortuti, nejaká ďalšia sila, resp. tlak. V našom prípade to je hydrostatický tlak. Hydrostatický tlak je tlak vyvolaný tiažou stĺpca kvapaliny. Keďže vieme, že sústava je v pokoji, tak to môže znamenať len to, že sily pôsobiace z komory sa rovnajú silám pôsobiacim z vonkajšieho prostredia, a teda vnútorný tlak komory musí byť rovný Atmosférickému tlaku a hydrostatickému tlaku vo vytlačenej časti ortuti, teda $p_K = p_A + p_h$.

1. spôsob ako vyriešiť túto úlohu bolo použiť vzorec $p_h = \rho \cdot g \cdot h$, kde h je rozdiel výšok hladín, ρ je hustota ortuti a g je gravitačné zrýchlenie. $h = 29\,\text{cm} = 0{,}29\,\text{m}$, $\rho = 13534\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, $g = 9{,}81\,\frac{\text{N}}{\text{kg}}$ Teraz iba dosadíme vzorec a máme hotový výpočet.

$$p_h = \rho \cdot g \cdot h$$
$$p_h = 13534\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 0{,}29\,\text{m}$$
$$p_h = 38502{,}8766\,\text{Pa} \doteq 39\,\text{kPa}$$

Teraz sa niektorí z Vás môžu pýtať, čo s tou $1\,\text{cm}$ vrstvou neprchavej kvapaliny. No kedže je na oboch stranách tak ju nemusíme uvažovať, lebo ich sily sa vyrovnajú.

Keď už máme vypočítaný hydrostatický tlak ortuti, môžeme ho dosadiť do nášho pôvodného vzorca.

$$p_K = p_A + p_h$$
$$p_K = 101\,\text{kPa} + 39\,\text{kPa}$$
$$p_K = 140\,\text{kPa}$$

To, že sa $p_A = 101\,\text{kPa}$ vieme zo zadania. A teda výsledný tlak v komore bude $140\,\text{kPa}$.

Niektorí z vás uviedli do riešenia pre výpočet hydrostatického tlaku vzorec: $p_h = (\rho_1 - \rho_2) \cdot g \cdot h$ kde ρ_2 je hustota média, čo je v našom prípade vzduch. Tento vzorec je v podstate správnejší, ale keď sa na to však pozrieme fyzikálne, tak hustota vzduchu je rádovo 10000 krát menšia ako ortuti, takže to môžeme s pokojným srdcom zanedbať ako správny fyzici.

2. spôsob, ako sa dala táto úloha vyriešiť je, že ste si mohli uvedomiť, alebo skôr vygoogliť, že existuje jednotka tlaku Torr $=$ mmHg, ktorá je definovaná ako hydrostatický tlak, ktorý vyvolá stĺpec ortuti vysoký 1 mm. Po zavedení tejto jednotky, bol definovaný tlak štandardnej atmosféry ako 760 mmHg. Keď už vieme tieto dve veci, stačí použiť princíp z predchádzajúceho riešenia, a to, že tlak v komore je rovný atmosférickému tlaku a hydrostatickému tlaku ortuti. Keďže je rozdiel výšok stĺpcov ortuti h = 29 cm = 290 mm => p = 290 mmHg, a teda:

$$p_K = p_A + p_h = 760\,\text{mmHg} + 290\,\text{mmHg} = 1050\,\text{mmHg}$$

Týmto sme vlastne vyriešili úlohu. Výsledok je, že tlak v komore je 1050 Torrov alebo po prevode je to 140 kilopascalov

Bodovanie: *Za správne použitie hydrostatického tlaku 2 b, za správne zostavenie rovnice 3 b.*

Úloha 7: Predbiehací manéver - *opravoval Martin Lauko – Logik*
Pani Mária sa vo vzdialenosti 50 m za vozidlom preradí do ľavého pruhu, pokračuje konštantnou rýchlosťou $90\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$, obíde vozidlo a zaradí sa naspäť do pravého pruhu vtedy, keď medzera medzi koncom jej auta a vozidlom bude opäť 50 m. Pani Mária na cestách stretáva rôzne typy vozidiel: odstavené vozidlo, traktor idúci $30\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$, skúter idúci $60\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ a kamión, ktorý sa pohybuje $85\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Pani Mária vlastní auto, ktoré má dĺžku 5 m. Vozidlá, ktoré predbieha, majú tiež dĺžku 5 m, okrem kamiónu, ktorý má dĺžku 20 m. **Vypočítaj, akú dlhú dráhu potrebuje pani Mária na predbehnutie každého z týchto štyroch vozidiel.**

Milí kamaráti, odovzdávam Vám pozdrav od pani Márie, ktorá ďakuje, že ste jej pomohli pri bezpečnom predchádzaní! Zároveň Vám prinášam stručný návod, ako teda správne predbiehať.

Odstavené vozidlo. Začneme najjednoduchšou situáciou — obchádzanie odstaveného vozidla (OV). Predbiehanie začína v momente, keď medzi začiatkom auta pani Márie (APM) a koncom OV presne bezpečná vzdialenosť 50 m. Pani Mária sa preradí do pravého pruhu, prejde týchto 50 metrov, dĺžku vozidla (5 m) a ďalších 50 metrov za vozidlom, spolu teda 105 m. Ale pozor, v tejto chvíli je vzdialenosť medzi koncom APM a predkom OV iba 45 metrov! Ak chceme, aby tam bolo 50 metrov, musíme pripočítať dĺžku auta pani Márie. Celková vzdialenosť pri obchádzaní stojacej prekážky je teda 110 m.

Pohybujúce sa vozidlo. Auto pani Márie sa pohybuje vzhľadom na cestu rýchlosťou $v = 90\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Druhé vozidlo (DV) sa pohybuje rýchlosťou u. Pozrime sa na celé predbiehanie z pohľadu vodiča DV. (Odborne sa to volá zmena vzťažnej sústavy.)

Všimnime si, že z pohľadu vodiča druhého vozidla sa DV nehýbe (má nulovú rýchlosť).

Auto pani Márie sa k nemu približuje rýchlosťou $v-u$ (teda trochu pomalšie). Z pohľadu vodiča DV to teda vyzerá tak, že vo vzdialenosti 50 metrov za vozidlom sa pani Mária preradí, v druhom pruhu ho predbehne a v dostatočnej vzdialenosti sa preradí späť do pravého pruhu. Vzdialenosť, ktorú prejde vzhľadom na DV, označíme s_0. Je to teda podobné ako obchádzanie stojacej prekážky, len s rozdielom, že APM ide pomalšie.

Čas predbiehania môžeme označiť $t_0 = \frac{s_0}{v-u}$. Akú vzdialenosť však prejde auto pani Márie vzhľadom na cestu? Musíme sa na to pozrieť z pohľadu cesty. Potom čas pohybu t_0 vynásobíme rýchlosťou APM vzhľadom na cestu v, teda

$$s = t_0 \cdot v = \frac{s_0}{v-u} \cdot v = s_0 \cdot \frac{v}{v-u} \tag{1}$$

Tento vzťah platí aj pre stojace vozidlo $u = 0\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ — dostaneme rovnaký výsledok ako v prvom odstavci.

Dosadíme do odvodeného vzťahu (1) a zhrnieme si potrebnú vzdialenosť v jednotlivých prípadoch:

- odstavené vozidlo - $u_1 = 0\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$,

$$s_1 = s_0 \cdot \frac{v}{v-u_1} = 110\,\text{m} \cdot \frac{90\,\frac{\text{km}}{\text{h}}}{90\,\frac{\text{km}}{\text{h}}} = 110\,\text{m}$$

- traktor - $u_2 = 30\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$, skúter - $u_3 = 60\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$,

$$s_2 = s_0 \cdot \frac{v}{v-u_2} = 110\,\text{m} \cdot \frac{90\,\frac{\text{km}}{\text{h}}}{90\,\frac{\text{km}}{\text{h}} - 30\,\frac{\text{km}}{\text{h}}} = 110\,\text{m} \cdot \frac{90}{60} = 165\,\text{m}$$

$$s_3 = s_0 \cdot \frac{v}{v-u_3} = 110\,\text{m} \cdot \frac{90\,\frac{\text{km}}{\text{h}}}{90\,\frac{\text{km}}{\text{h}} - 60\,\frac{\text{km}}{\text{h}}} = 110\,\text{m} \cdot \frac{90}{30} = 330\,\text{m}$$

- kamión - $u_4 = 85\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$, pozor, dráha je v tomto prípade $s_0 = 50+20+50+5 = 125\,\text{m}$,

$$s_4 = s_0 \cdot \frac{v}{v-u_4} = 125\,\text{m} \cdot \frac{90\,\frac{\text{km}}{\text{h}}}{90\,\frac{\text{km}}{\text{h}} - 85\,\frac{\text{km}}{\text{h}}} = 125\,\text{m} \cdot \frac{90}{5} = 2\,250\,\text{m}$$

Pani Mária teda na predbiehanie vozidiel potrebuje 110, 165, 330 a 2250 metrov. Pri postupnom výpočte času a dráhy by mohlo dôjsť k nepresnosti, naším postupom sme zaokrúhľovať nemuseli. Výhodou nášho riešenia je, že dosadením do vzťahu (1) rýchlo vypočítame potrebnú vzdialenosť aj pre iné vozidlá.

Bodovanie: *Kompletné a správne riešenie* $5\ b$, *za menšie chyby* $-0{,}5\ b$ *až* $-2\ b$ *podľa závažnosti, v prípade nekompletného riešenia bol* $1\ b$ *za každú časť príkladu.*