



Vzorové riešenia 3. série letnej časti

Pikofyz, 7. ročník

www.p-mat.sk/pikofyz

šk. rok 2004/2005

Príklad 1 ♥ Tunel (opravovala Ad'a Tinajová)

Najprv si situáciu nakreslíme a označíme: rýchlosť vlaku $v = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$, dĺžka tunela L , dĺžka vlaku d , dráha ktorú prešiel vlak v prvom a druhom prípade: s_1, s_2 , časy $t_1 = 10 \text{ s}; t_2 = 40 \text{ s}$.

Vlak prešiel takú dráhu, ako prešla jeho lokomotíva, teda si bude všimáť ju. Na obrázku je zakreslené, kde stál vlak keď mu začali (1) a prestali (2) merať čas.

Orlie Oko nameral čas 10 s kým vlak prešiel vzdialenosť $s_1 = L-d$ rýchlosťou 20 m/s , čiže: $s_1 = v \cdot t_1$, teda

$$L-d = 20 \cdot 10 = 200 \text{ m.}$$

Bystrý Sokol nameral čas 40 s , vtedy ako vidíme na obrázku, vlak prešiel vzdialenosť $s_2 = L+d$, rýchlosť vlaku bola stále 20 m/s , čiže: $s_2 = v \cdot t_2$, teda

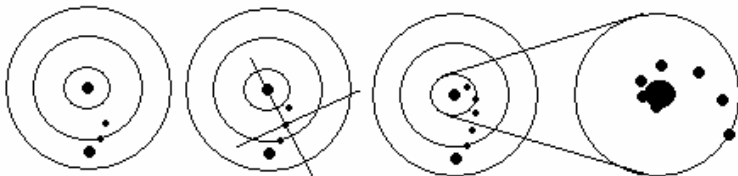
$$L+d = 20 \cdot 40 = 800 \text{ m}$$

Vieme teda, že: $L-d = 200 \text{ m}$ a $L+d = 800 \text{ m}$. Sčítaním oboch rovníc dostaneme: $L-d+L+d = 200+800$, teda $2L = 1000$, po predelení dvomi $L = 500 \text{ m}$. Dĺžka tunela je teda 500 m .

Bodovanie: 0,5 b za počítanie v správnych jednotkách, 1 b za vypočítanie s_1, s_2 , 2,5 b za vyjadrenie s_1, s_2 pomocou L, d a dopočítanie L, d , za správny výsledok 1 b.

Príklad 2 ♥ Až na severný pól (opravoval Peťo Petrík - Zilo)

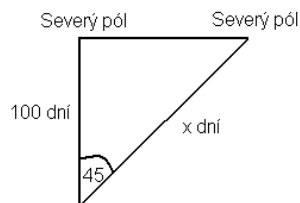
Ahojte. Tak tento príklad bol veľmi zaujímavý. Najprv si vysvetlíme jednu vec. Ako sa dá pokaziť kompas, aby ukazoval na SV... Jednoducho. Dáme do neho malú megnetku na pravú stranu (pozor životu nebezpečné!). Teraz, keď pôjdem stále na SV, kam sa dostanem? Keď si to nakreslíme po malých úsekoch (spravíme si SV smer a nakreslíme bodku), vyzerá to asi takto (to posledné je môj digitálny zoom):



Nastáva otázka: dostane sa tam niekedy? Keďže je to špirála, tak hociktorý matik by vyhlásil, že sa tam nedostane nikdy. Avšak nikdy je dosť dlho. Nám fyzikom stačí vedieť, kedy sa tam priblíži natoľko, aby dočiahol na tu vlajku, čo tam vlaje. Lebo keď sa Ťa niekto opýta, či si bol na severnom póle, a ty sa tam bol a dotkol si sa vlajky, aj keď si tam išiel po divnej špirále, tak povieš, že si tam bol.... No ale ako to zrátať? Vieme, že vždy ideme pod uhlom 45° od severu.

Po dôkladnom preštudovaní druhého obrázku vidíme 2 severné póly. To preto, lebo je to vlastne jeden :) (kvôli tej špirále). Z tohto rovnostranného trojuholníka je jasné, že $2 \cdot 100^2 = x^2$ (Pytagorka), teda $x = 141 \text{ dní}$. Takže vlajku chytil za 141 dní.

Bodovanie: 3b – dobrá úvaha, ale zlý výpočet, 2b - nepočítanie času, ale dobrá úvaha, 0,5b - nepochopenie príkladu.



Príklad 3 ♥ Odhadovačka (opravoval Martin Gottweis - Gottwik)

Pointa príkladu bola podľa možnosti čo najpresnejšie odhadnúť, ktorý z týždenníkov vykonal väčšiu prácu. Úplný základ bolo vyrátať podľa vzťahu $W = m \cdot g \cdot h$ prácu pri zdvíhaní stoličiek a prácu pri zdvíhaní mokrej špongie. Toto ale nemôže byť veľmi presné riešenie, pretože jeden týždenník zotieral tabuľu a nielen nezmyselne dvíhal a spúšťal špongiu. To isté druhý týždenník. Pri zotieraní tabule bolo dobré, ak ste ráтали, že musí pri zotieraní tlačiť na tabuľu určitou silou, teda vzniká trenie, ktoré treba prekonať, teda koná sa práca.

Ďalej napr. chodenie môže byť dôležitý element oboch činností. Bolo vhodné spomenúť, že treba občas špongiu vyžmýkať. Dôležité je tiež, že spolu so špongiou respektíve stoličkou zdvíhame tiež naše ruky, prípadne možno aj časť trupu. Veci ako trenie stoličky po lavici, otáčanie kohútikom, žmýkanie špongie, premýšľanie nad príkladom z pikofyzu... boli veci, za ktoré sa udeľovali plus body. Všeobecne čím presnejšie ste sa snažili vystihnúť prácu oboch týždenníkov, tým viac bodov ste získali.

Medzi časté chyby patrilo najmä, že ste si neuvedomili, že ak nesieme vo vzduchu nejakú vec bez toho, aby sa menila jej výška tak nekonáme žiadnu prácu. Vzťah $W = F \cdot s$ platí len vtedy, keď je smer pôsobenia sily rovnaký ako smer pohybu. Bola teda chyba, ak ste ráтали do celkovej práce aj to, že vodorovne posúvame stoličku vo vzduchu. Podobne so špongiou po ceste dolu. Vtedy nemusíme prekonávať gravitáciu, teda nekonáme žiadnu prácu. Viacerí sa snažili vypočítať prácu keď tlačili špongiu na tabuľu tiež vzorcom $W = F \cdot s$. To je úplne rovnaký prípad. Tlačíme do tabule, pohybujeme sa dole. Sila je kolmá na smer. Žiadna práca. Tu sa dá počítať s trením, ktoré ste sa ešte neučili.

Bodovanie: 1.5 bodu za ideu, že treba počítať prácu, 1 bod za počítanie práce na zdvíhanie stoličiek, 1 bod za počítanie práce na zdvíhanie špongie, plus body za všetko navyše, mínus body za prípadné fyzikálne chyby, za drobné chyby vo výpočtoch som body nestrhával.

Príklad 4 ♥ Kriví indiáni (opravoval Martin Lauko - Logik)

Ako ste mnohí správne spozorovali, pri nesení ťažkej batožiny sa vykriví nielen indián, ale každý človek. Takže sa na to pozrime z fyzikálneho hľadiska.

Najskôr si všimneme ťažisko. Aby bolo teleso (napríklad indián) v stabilnej polohe, musí byť podporené v ťažisku alebo pod ťažiskom (prípadne zavesené nad ťažiskom, čo nie je náš prípad). Indián má normálne ťažisko v strede tela (teda je podporený nohami pod ním), preto môže kráčať rovno a nespadne.

Ak však vezme do ruky ťažkú tašku alebo si na pleciah dá batoh, spoločné ťažisko sústavy indián+batožina nebude v strede indiána, ale posunie sa smerom k batožine. Teda ťažisko sa už nebude nachádzať nad miestom, kde sa indián nohami dotýka zeme. Preto začne padať. Ak sa však nakloní (vykriví) smerom od batožiny, ťažisko sa opäť dostane nad nohy a indián bude v rovnováhe.

Celý príklad sa dá zdôvodniť aj cez momenty síl: aby indián nespadol, momenty síl (vzhľadom na nové ťažisko!) musia byť v rovnováhe. Zo vzťahu $F = m \cdot a$ ľahko nahliadneme, že gravitačnú silu tašky musí vyrovnať väčšia hmotnosť tela na strane ďalej od batožiny, teda vykrivenie. A máme to isté.

Bodovanie: 5 bodov za úplné a správne zdôvodnenie, -1 až -2 body za fyzikálne nepresnosti, za nie celkom správne riešenie 0 až 3 body podľa kvality fyzikálneho zdôvodnenia.

Príklad 5 ♥ Najdlhšia slamka (opravovala Ad'a Daniláková)

Najskôr si vyriešime situáciu bežca a vítača od momentu rozídenia sa do najbližšieho stretnutia všeobecne. Označme x vzdialenosť medzi miestom rozídenia a NV. Potom Bežec prebehne k NV a späť k miestu rozídenia dráhu $2x$. Vítač sa v tom čase bude nachádzať vo vzdialenosti x od miesta kde sa rozišli (keďže ide 2 krát pomalšie), teda vo vzdialenosti $2x$ od NV, čo je vo vzdialenosti x od bežca. Vyjadríme si dráhu s , ktorú ešte prejde vítač kým ho bežec dobehne.

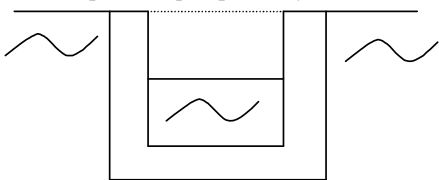
Platí $s = v_v \cdot t$ (pomocou rýchlosti Vítača), $s = 2v_b \cdot t - x$ (pomocou rýchlosti Bežca). Z rovnosti $v_v \cdot t = 2v_b \cdot t - x$ vyplýva vyplýva, že $s = x$. Pri stretnutí sa budú Bežec a Vítač nachádzať vo vzdialenosti $3x$ od NV.

Teda v našom prípade je úplne na začiatku $x = 1 \text{ m}$. V momente keď bežec prvýkrát dobehne vítača sa obaja nachádzajú vo vzdialenosti 3 m od NV. Z tohto miesta sa znova rozchádzajú a v tomto prípade je $x = 3 \text{ m}$ vzdialenosť miesta ich rozídenia od NV. Bežec potom znova dobehne vítača vo vzdialenosti 9 m od NV. Po treťom rozchode je $x = 9 \text{ m}$ a tretie stretnutie bude 27 m od NV a po štvrtom rozídení bude $x = 27 \text{ m}$ a štvrté stretnutie bude 81 m od NV. Teda vítač stretnie hostí 81 m od NV.

Bodovanie: 5b za úplné a správne riešenie, za chyby body dole podľa závažnosti.

Príklad 6 ♥ Poháre s vodou (opravoval Ivo Masaryk)

Tento pohár sa potopil. Keby v ňom bolo len trochu menej vody, už by sa nepotopil.



Označíme si
 $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3 = 1 \text{ g/cm}^3$ – hustota vody
 $m_v = V_v \cdot \rho_v = 250 \text{ g}$ – hmotnosť vody
 $m_p = 390 \text{ g}$ – hmotnosť pohára
 $V_n = 500 \text{ ml}$ – vnútorný objem
 $V = V_p + V_n$ – objem ponor. časti
 $\rho_p = ?$ – hustota pohára

Pohár sa ponorí a preto $F_{vztl} \leq F_{gp} + F_{gv}$, po úprave $V \cdot \rho_v \cdot g \leq m_p \cdot g + m_v \cdot g$, po predelení g máme $V \cdot \rho_v \leq m_p + m_v$. Preto pohár naplnený do polovice vytlačí najviac 640 g vody ($\leq 390 \text{ g} + 250 \text{ g}$). To zodpovedá 640 ml vody a to je aj objem ponorenej časti telesa V . Objem pohára je preto

$$V_p = V - V_n$$

$$V_p \leq 640 \text{ ml} - 500 \text{ ml}$$

$$V_p \leq 140 \text{ ml}$$

$$V_p \leq 140 \text{ cm}^3$$

Odtiaľ hustota prázdneho pohára je

$$\rho_p = m_p / V_p$$

$$\rho_p \geq 390 \text{ g} / 140 \text{ cm}^3$$

$$\rho_p \approx 2,8 \text{ g/cm}^3$$

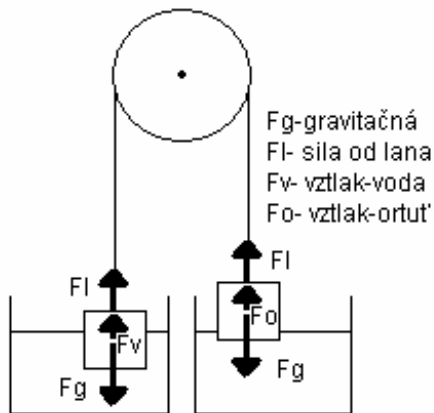
Náčelníkové prázdne poháre majú hustotu približne 2800 kg/m^3 .

Bodovanie: 5b za úplné a správne riešenie, za chyby body dole podľa závažnosti.

Príklad 7 ♥ Sklenené kocky (opravoval Danó Pastor)

Predstavme si najprv, že by kocky neboli navzájom prepojené. Sklenená kocka voľne pustená v ortuti by plávala na hladine, lebo hustota skla je menšia ako hustota ortuti, a sklenená kocka voľne pustená vo vode by klesala ku dnu,

pretože hustota skla je väčšia ako hustota vody. V našom prípade sú však kocky spojené lanom cez kladku, a preto sa navzájom ovplyvňujú – predpokladáme, že lano sa nemôže predĺžiť ani pretrhnúť. Takže kocka vo vode, ktorú to ťahá ku dnu, vyťahuje von z ortute druhú kocku. Nemôže ju však vytiahnuť z ortute úplne, lebo ťaž kocky vo vode je menšia ako ťaž kocky vo vzduchu (nad ortuťou). Ako to teda dopadne, keď Lotosový Kvet kocky pustí? Môžeme to presne vypočítať. Vieme, že o koľko vystúpi kocka v ortuti vyššie, o toľko presne klesne kocka vo vode nižšie (lano nepustí aby klesla viac).



Čiže ak bude spodná stena kocky v ortuti v hĺbke $(4 - x) \text{ cm}$, tak spodná stena kocky vo vode bude v hĺbke $(4 + x) \text{ cm}$. Ďalej, obe kocky pôsobia na lano nejakou silou; a „výsledný stav“ nemôže byť iný než taký, že tieto dve sily budú v rovnováhe. Sila, ktorou pôsobí kocka na lano, sa rovná výslednici gravitačnej a vztlakovej sily pôsobiacej na kocku. Vyjadríme si tieto sily a napíšeme príslušné rovnice:

$$F_{\text{výsl-voda}} = F_{\text{výsl-ortuť}}$$

$$F_{\text{výsl-voda}} = F_{\text{g-voda}} - F_{\text{vztlak-voda}} \quad (\text{gravitačná a vztlaková sila majú opačný smer;}$$

$$F_{\text{výsl-ortuť}} = F_{\text{g-ortuť}} - F_{\text{vztlak-ortuť}} \quad \text{výsledná smeruje nadol, t.j. tak ako gravitačná})$$

$$\text{z toho: } F_{\text{g-voda}} - F_{\text{vztlak-voda}} = F_{\text{g-ortuť}} - F_{\text{vztlak-ortuť}}$$

$$F_{\text{g-voda}} = m \cdot g = F_{\text{g-ortuť}} \quad (\text{kocky sú rovnaké})$$

$$\text{z toho: } F_{\text{vztlak-voda}} = F_{\text{vztlak-ortuť}}$$

$$F_{\text{vztlak-voda}} = V_{\text{ponor-voda}} \cdot \rho_{\text{voda}} \cdot g = a \cdot a \cdot (4 + x) \cdot \rho_{\text{voda}} \cdot g \quad (a \text{ je dĺžka hrany kocky})$$

$$F_{\text{vztlak-ortuť}} = V_{\text{ponor-ortuť}} \cdot \rho_{\text{ortuť}} \cdot g = a \cdot a \cdot (4 - x) \cdot \rho_{\text{ortuť}} \cdot g$$

$$\text{z toho: } a \cdot a \cdot (4 + x) \cdot \rho_{\text{voda}} \cdot g = a \cdot a \cdot (4 - x) \cdot \rho_{\text{ortuť}} \cdot g$$

$$\text{a upravujeme: } (4 + x) \cdot \rho_{\text{voda}} = (4 - x) \cdot \rho_{\text{ortuť}} \quad \dots \quad x \cdot (\rho_{\text{voda}} + \rho_{\text{ortuť}}) = 4 \cdot (\rho_{\text{ortuť}} - \rho_{\text{voda}})$$

$$\text{a z toho } x = 4 \cdot (\rho_{\text{ortuť}} - \rho_{\text{voda}}) / (\rho_{\text{voda}} + \rho_{\text{ortuť}}) = 4 \cdot (12600 \text{ kg/m}^3) / (14600 \text{ kg/m}^3)$$

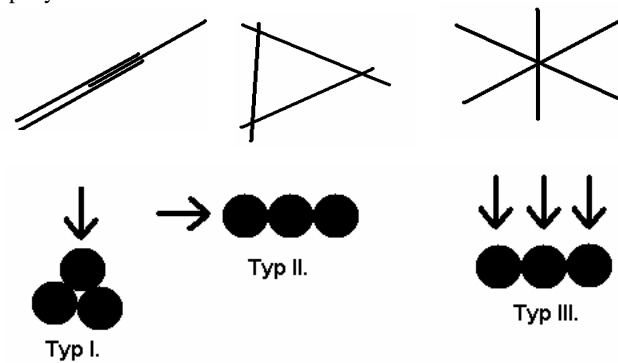
(dosadili sme zadané hodnoty hustoty vody a hustoty ortute)

a máme $x = 3,452 \text{ cm}$
 To znamená, že spodná stena kocky vo vode bude v hĺbke $(4+3,452) \text{ cm} = 7,452 \text{ cm}$ a spodná stena kocky v ortuti bude v hĺbke $(4-3,452) \text{ cm} = 0,548 \text{ cm}$. Čiže kocka vo vode bude ponorená hlbšie ako kocka v ortuti.

Bodovanie: Za správne riešenie (aj s výpočtom hĺbiek ponoru) 5 bodov, ináč primerane menej. Ak ste nebrali do úvahy, že kocky sú prepojené, max. 2,5 bodu (bez „výpočtov“ max. 1,5 bodu).

Príklad 8 ♥ Lámanie paličiek (opravoval Peťo Petrik - Zilo)

Ahojte, ako mnohí spoznali na svojom bodovom ohodnotení, aj tento príklad bol experimentálny. Ako teda môžeme usporiadať tri špajdle? Fantázii sa medze nekladú, ale tu sú vaše najčastejšie nápady:



Ktorý je najlepší? To je ťažko povedať. Keď robí konštruktér most, vie, že ako bude namáhaná každá jeho „špajdla“, teda si to vie aj vypočítať. Ale pri indiánskej súťaži je ťažké posúdiť ako to budú lámať. Preto je vhodné vybrať najuniverzálnejší tvar a to je I typ. Inak dajme tomu II. typ je lepší pri lámaní v smere šípky ale keď sa otočí na typ III, je úplne k ničomu.)

Napríklad hviezdicový je dobrý, keď dávame závažie do stredu. Hoci tieto veci sú intuitívne jasné, ich teoretické vysvetlenie je príliš komplikované a preto sme ho nevyžadovali. Avšak experimentálne dá zistiť, čo bolo vlastne vaša úloha! Použijem výsledky Jána Bogára, ktorý odmeral, že typ I znesie 400 g , typ II 450 g a typ III 300 g , pričom zaťažoval koniec špajdlí s vodou (druhý bol upevnený na stole). Najčastejšia chyba bola, že ste merali, koľko to vydrží tak „od oka“. Väčšina z vás vôbec neskúšala položiť nejaké závažia na rôzne typy a odmerať, koľko vydržia. Musím ešte raz zdôrazniť: experimenty! Tešte sa na sústredko a užite si prázdniny. Experimentovať treba a nielen vo fyzike (ale tam hlavne): Bodovanie: neboldoval som zdôvodnenie, prečo ktorý typ je lepší, ale fyzikálny prístup. Teda počet vyskúšaných typov, experiment, snaha,...