PIKOFYZ

Vzorové riešenia 1. série zimnej časti

Pikofyz, 7. ročník www.p-mat.sk/pikofyz šk. rok 2004/2005

Príklad 1 ♥ Aká dlhá je loď *(opravovala Zuzka BTW Batmendijnová)*

Príklad sa dal vyriešiť peknou logickou úvahou, ktorú použili mnohí z vás. Označme si:

v_t – rýchlosť Tima
$t_1 = 20$ s – čas, ktorý šiel Timo proti prúdu rieky
$v_L = 3{,}6$ km/h = 1 m/s – rýchlosť lode
$t_2 = 120$ s – čas, ktorý šiel Timo po prúde rieky
$x = ?$ – dĺžka lode

Rozoberme 2 prípady:

1.) Timo kráča čas t_1 proti prúdu rieky, loď mu teda šla „v ústrety“. Keďže sa pohybovala rýchlosťou v_L, za čas t_1 prešla dráhu $s_l = v_L.t_1$ oproti Timovi. Ak by stála, Timo musí prejsť celú dĺžku lode, takto však len dĺžku lode skrátenú o dráhu s_1. Teda: $v_t.t_1 = x - v_L.t_1$.

2.) Timo kráča čas t_2 v smere prúdu rieky, loď mu teda „uteká“. Za čas t_2 utečie $s_2 = v_L.t_2$. Timo musí prejsť celú dĺžku lode a k tomu ešte dráhu s_2, o ktorú mu loď utiekla. Teda: $v_t.t_2 = x + v_L.t_2$.

Je dôležité uvedomiť si, že rýchlosť Tima je v oboch prípadoch rovnaká. Takto sme si vytvorili dve rovnice o dvoch neznámych, z ktorých si vyjadrime dĺžku lode x:

$v_t = (x - v_L.t_1)/t_1$
$v_t = (x + v_L.t_2)/t_2$ $\qquad v_t = v_t$
$(x - v_L.t_1)/t_1 = (x + v_L.t_2)/t_2$ $\qquad$ po úpravách
$x = 2v_L.t_1t_2/(t_2 - t_1)$

Po dosadení zadaných hodnôt dostávame dĺžku lode $x = 48$ m.

Ako správne poznamenal jeden z riešiteľov, Timo vôbec nemusel robiť takýto zložitý experiment. Stačilo, aby sa postavil na začiatok lode a odstopoval, ako rýchlo popri ňom loď prejde. Viete, čo by Timovi ukazovali stopky v takomto prípade? :)

Bodovanie: za násobenie daných veličín bez rozmyslu 2 b; za nájdenie riešenia skúšaním 3 b; za správne rovnice s nedostatočným slovným odôvodnením 4 b až 4,5 b; za rovnice s logickým slovným odôvodnením 5 b.

Príklad 2 ♥ Skúšanie dela *(opravoval Jakub Kubus Závodný)*

Ako bolo uvedené už v zadaní, zanedbávame odpor vzduchu, vzdušné prúdy či prípadné prevýšenie. Niektorí z vás si všimli aj to, že vzdialenosť, do ktorej Timo doletel, by sa mohla zmeniť, ak by delostrelci zmenili sklon a silu dela. Teraz predpokladajme, že pri vystrelení na západ bola zachovaná rovnaká sila dela aj jeho sklon (veď Timo sa rozhodol na poslednú chvíľu). Ak sa na celú situáciu pozrieme očami delostrelca (alebo hocikoho iného stojaceho na Zemi), z jeho pohľadu všetko vyzerá rovnako, či bude Timo vystrelený na východ alebo na západ. Má predsa rovnakú rýchlosť, a delo je nastavené rovnako.

Takisto sa na celú situáciu môžeme pozrieť zvonku. Vidíme, že Zem sa otáča okolo svojej osi, a to zo západu na východ. Nech sa v tom mieste, kde je delo, otáča rýchlosťou v. Delo udelí Timovi rýchlosť w vzhľadom na Zem. Ak teda letí Timo na východ, bude mať rýchlosť $w + v$. Zem ho však „dobieha“ rýchlosťou v, preto sa vzhľadom na Zem bude pohybovať znova len rýchlosťou $(w + v) - v = w$. Ak poletí na západ, bude jeho rýchlosť $w - v$. Zem sa však točí oproti nemu, jeho rýchlosť vzhľadom na ňu bude teda $(w - v) + v = w$. Obe rýchlosti sú teda rovnaké! Ak Timo vyletel do rovnakej výšky, potom bol vo vzduchu rovnaký čas a preto preletel na západ (rovnakou rýchlosťou) rovnakú vzdialenosť ako na východ.

Bodovanie: Veľa z vás si uvedomilo, že z pohľadu zvonku bude Zem Tima dobiehať alebo mu pôjde oproti (podľa smeru letu), ale nie všetci si uvedomili, že rotácia Zeme spôsobí aj zmenu Timovej rýchlosti (znovu z pohľadu zvonku). Za túto chybu som strhával 2,5 bodu. Za správne riešenie som dával 5 b. Samozrejme, za dôležité postrehy som hodnotenie zvyšoval a za chyby znižoval.

Príklad 3 ♥ Ľadová kryha *(opravoval Peter Zilo Petrík)*

Kryha s Timom bude plávať, ak ich spoločná tiaž bude menšia prípadne rovná vztlakovej sile vody. Teda: $\qquad F\mathrm{g} = F\mathrm{vz}$

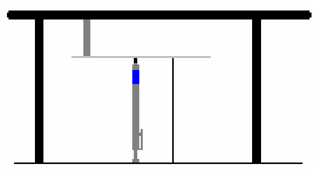
$m.g + Mg \le \rho_{vody}.\ g.S.h\ \ /g$ $\qquad$ // M - hmostnosť kryhy = objem * hustota
$m + S\,h\,\rho_{ľadu} \le \rho_{vody}.\ S.\ h$ $\qquad$ // h - hrúbka ľadu
$m \le S.h(\rho_{vody} - \rho_{ľadu})$ $\qquad$ // S - plocha
$S \le m/[h(\rho_{vody} - \rho_{ľadu})]$ $\qquad$ // m- hmotnosť Tima
$S \le 60/(0{,}2.100)\ \mathrm{m}^2$

Čiže ľad musí mať plochu veľkú najmenej 3 m^2. Častými chybami bolo hlavne premieňanie jednotiek alebo neuvažovanie hmotnosti ľadovej kryhy vo výpočte.

Bodovanie: 5 b - všetko v poriadku; 4 b - malá chyba, numerická alebo iná; 3 b - pochopenie fyzikálnej podstaty problému, ale nedotiahnuté riešenie; 2 b - snaha, ale nedotiahnuté riešenie.

Príklad 4 ♥ Šťukacie pero *(opravoval Tomáš Tomino Jediný)*

Častou chybou bolo, že ste vôbec neuviedli, ako vysoko vlastne pero vyskočí. Rovnako nie všetci uviedli, ako to možno určiť. Najpresnejšie to bude, ak si do určitej výšky dáme vodorovnú dosku (knihu, pravítko,.. ktorú samozrejme upevníme). Potom budeme zo stola, na ktorom je náš „strop“ postavený, strieľať pero. Ak sa dotkne, dosku o kúsok zdvihneme, ak nie, naopak ju spustíme nižšie. Takto budeme postupovať, až kým sa nedostaneme do situácie, že pero už vyššie nevyletí.



Odmeriame výšku, v akej sa doska nachádza. Teraz od nej musíme odčítať dĺžku pera, pretože špic, ktorý sme do dosky strieľali mal už na začiatku určitú výšku.

Potom ešte musíme zistiť, čo všetko môže ovplyvniť let pera. Hmotnosť – ťažšie pero lieta nižšie, ľahšie vyššie, ak je pružina tvrdšia (niektorí ste písali pružnejšia, čo nie je úplne správne), lieta vyššie, mäkšia nižšie. Z pevného povrchu lieta vyššie ako z mäkkého. Niektorí z vás zatlačili spolu s perom aj matrac, ktorý pomohol pero vystreliť vyššie, no to neznamená, že z mäkkého povrchu lieta pero vyššie. Matrac bol viac pružný ako mäkký ;)

Bodovanie: 1 b za popísanie vlastností pružiny; 1 b za popísanie hmotnosti; 2 b za popísanie výšok do akých pero vyletelo; 1 b za popísanie spôsobu meriania výšky.

Príklad 5 ♥ Č ervíček na gumičke *(opravoval Michal Priky Prikler)*

Ahojte! Červíkovo lezenie nebolo až také ťažké, no predsa sa našlo zopár nešťastlivcov, pre ktorých je tu vzorové riešenie.

Červík je na začiatku v strede gumičky, ktorá ma 8 dm, teda musí prekonať dráhu 4 dm. V priebehu prvej minúty prejde 2 dm a teda má pred sebou už len 2 dm, čo je 25% z 8 dm. No na konci každej minúty Laco natiahne gumičku o 2 dm, takže gumička už bude mať po prvej minúte 10 dm. Ale keďže vieme, že červík zostane v toľkých % dĺžky, v koľkých bol aj predtým, teda 25% z 10 dm je 2,5 dm. Teda toľko ešte musí červík prejsť, aby bol už na kraji. V priebehu druhej minúty prejde červík opäť 2 dm a už mu ostane iba 0,5 dm, čo je 5% z 10 dm. Ale Laco opäť natiahne gumičku, ktorá už bude mať 12 dm a teda červíkovi ostáva po kraj gumičky ešte 0,6 dm, čo je 5% z 12 dm. A teraz nám už ostáva len zistiť, za aký čas prejde zvyšných 0,6 dm. Z jednoduchého vzorca pre dráhu $s = v.t$ zistíme, že červík prejde 0,6 dm za 0,3 minúty. A teda už vieme, že červík sa nakoniec gumičky dostane za 2 minúty a 18 sekúnd.

Najčastejšou chybou bolo, že ste zabudli na tú podmienku, že červík zostane v toľkých % dĺžky, v koľkých bol aj predtým alebo ste ju pochopili tak, že vždy keď Laco natiahol gumičku, tak sa pridalo na obe strany po 1 dm. Čo žiaľ nie je pravda.

Bodovanie: 5 b – úplne správne riešenie; 4 - 4,5 b správne riešenie s nejakou malou, prípadne numerickou chybou; 2 - 3,5 b – za riešenia, v ktorých ste sa vybrali správnym smerom, len ste cestou niekde zablúdili; 0 - 1,5 b za snahu.

Príklad 6 ♥ Prísavníky cez prekážku *(opravoval Martin Logik Lauko)*

Skúsme sa zamyslieť nad odpoveďou na otázku, ktorý prísavník vykonal väčšiu prácu. Celé preliezanie prekážky môžeme rozdeliť do štyroch fáz: priliezanie k prekážke, lezenie hore, lezenie dole, odliezanie od prekážky.

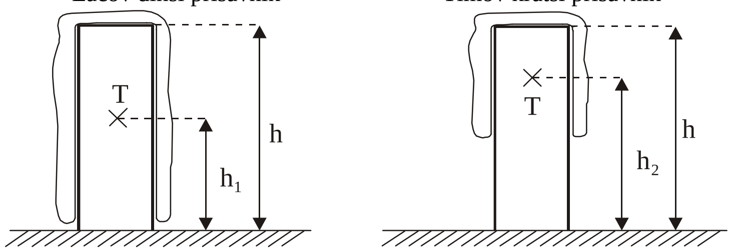
Takže prvý aj druhý prísavník má hmotnosť m, lezie cez prekážku výšky h = 5 cm, pri gravitačnej konštante g = 10 N/kg vykoná prácu $W = F.s$. Gravitačnú silu môžeme dosadiť $F = m.g$, potom nám zostáva už iba dráha s. Ak je tá v oboch prípadoch rovnaká ($s = h$ – výška prekážky), oba prísavníky vykonajú rovnakú prácu $W_1 = W_2$. Takéto riešenie bolo medzi vašimi najčastejšie, nie je však celkom správne. Prípadne môžeme použiť vzťah $W = E_P = m.g.h$, čo je vlastne to isté.

Prečo by dráhy prísavníkov mali byť rovnaké? Aby preteky boli spravodlivé, tak dráhy pred a za prekážkou aj výška prekážky musia byť rovnako dlhé pre oboch. Ak by aj neboli, tak nám stačí uvedomiť si, že pri pohybe na zemi prísavníky prácu z fyzikálneho hľadiska nevykonávajú (trenie zanedbávame), pretože smer gravitačnej sily (nadol) a smer pohybu (dopredu) sú na seba kolmé. Teda pri prvej a poslednej fáze pohybu sa práca nekoná.

Pri fáze lezenia dole zrejme prácu koná gravitačná sila, ktorá výrazne pomáha prísavníkom pri pohybe nadol. Teda, ak je výška prekážky rovnaká, mali by oba vykonať rovnakú prácu.

A predsa nie. Všetky vzťahy pre výpočet práce hovoria o zvislej zmene polohy. Avšak vždy vzhľadom na **ťažisko** telesa! Všimnime si na obrázkoch, kde bude ťažisko, keď prísavníky budú v najvyššom bode.

Lacov dlhší prísavník   Timov kratší prísavník



Teda, keď kratší prísavník bude visieť cez prekážku, bude mať ťažisko zhruba vo výške h_1 = 3,75 cm, zatiaľ čo dlhší v najvyššom bode približne vo výške h_2 = 2,5 cm. Tým pádom je jasné, že práca, ktorú vykonajú, nemôže byť rovnaká a väčšiu ju vykoná Timov prísavník...

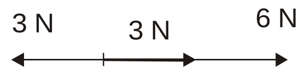
Práca by bola rovnaká v prípade, že by prísavníky najskôr celkom vyliezli na prekážku (teda ťažisko by mali vo výške h) a až potom začali zliezať. Prípadne by sme mohli zanedbať dĺžku prísavníka (brali by sme ho ako bod), takýmto zanedbávaním by sme však v tomto príklade nezistili správne riešenie. Ak takéto niečo predpokladáte, je nevyhnutné napísať to do riešenia.

Bodovanie: 5 bodov za úplne správne riešnie; mínus 0,5 bodu za riešenie, že práca je rovnaká; ďalších 0,5 až 1 bod dolu za nedostatočné zdôvodnenia a chýbajúce rovnice; asi 3,2 bodu za zdôvodnené riešenie, že väčší vykoná väčšiu prácu; iba 2 body za odpoveď bez zdôvodnenia.

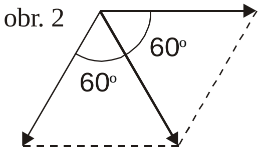
Príklad 7 ♥ Prak *(opravoval Michal Priky Prikler)*

Ahojte! Lacove a Timove otázky neboli také ťažké, ako sa možno na prvý pohľad zdali. Avšak mnohí ste v riešeniach použili nepravdivé úvahy, tak nech sa páči, vzorové riešenie.

a.) Otázka: Môže sa výsledná sila číselne rovnať jednej z dvoch skladaných, ak sú obe nenulové?
Odpoveď: ÁNO.
Vysvetlenie: To, že sily sú nenulové znamená, že obe sily majú veľkosť rôznu od nuly, teda kľudne môžu byť i záporné. Takým najjednoduchším prípadom je, ak obe sily ležia na priamke, majú opačný smer a zároveň $F_1 = X$ N a $F_2 = 2.X$ (obr. 1).

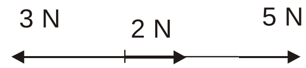


obr. 1

obr. 2


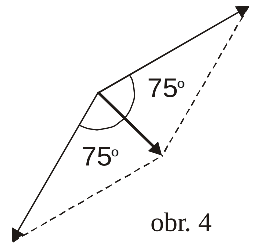
Ak by sme uvažovali, že sily neležia na jednej priamke, je to podobné. Ide totiž o to, že ak zlepíme dva rovnostranné trojuholníky, dostaneme kosoštvorec, v ktorom sú všetky strany rovnaké a rovnakú veľkosť má aj uhlopriečka. Teda obe sily musia zvierať uhol 120º. Pre lepšie predstavenie si situácie nám pomôže obrázok 2.

b.) Otázka: Môže byť výsledná sila menšia ako je menšia zo skladaných síl?
Odpoveď: ÁNO.
Vysvetlenie: Podobne ako v predchádzajúcom prípade je najjednoduchším prípadom, ak obe sily ležia na priamke, majú opačný smer a zároveň $F_1 = X$ N a $F_2 > X$ alebo $F_2 < X$.



obr. 3

c.) Otázka: Môže byť výsledná sila menšia ako je menšia zo skladaných síl aj v prípade, že sily neležia na jednej priamke?
Odpoveď: ÁNO.
Vysvetlenie: Opäť je to podobne, ako sme uvažovali v prípade a.), iba s tou zmenou, že tentoraz musia obe sily zvierať uhol väčší 120º ale zároveň menší ako 180º. Pre lepšie predstavenie si situácie nám pomôže obrázok 4.



obr. 4

Bodovanie: za správnu odpoveď so správnym zdôvodnením v prípade a.) aj b.) po 1,5 b; za správnu odpoveď so správnym zdôvodnením v prípade c.) – 2 b.

Príklad 8 ♥ Hĺbka studne *(opravovala Marcelka Hrdá)*

Ahoj všetci! Tento príklad dopadol vcelku dobre. Takže k riešeniu:

Prvou vecou, ktorú bolo potrebné si uvedomiť, aké sily pôsobia na silomer. Veľa z vás zabudlo spomenúť vrecko s vodou. Bolo viacero možností, ako sa k nemu vyjadriť. Niektorí použili Archimedov zákon a zistili, že sila, ktorou je vrecko nadľahčované sa rovná tiaži pôsobiacej na vrecko. Tí, čo sa ešte o vztlakovej sile neučili, mohli na to ísť napríklad pokusom. Keď si zavesíte vrecko naplnené vodou na silomer a ponoríte ho do vody, silomer bude ukazovať silu 0 N. Inými slovami: voda sa vo vode vznáša (a hmotnosť vrecka zanedbávame). Bolo treba aspoň spomenúť, prečo vrecko nepôsobí na silomer žiadnou silou.

Skoro všetci ste pekne vypočítali a okomentovali, ako ste z tiažovej sily pôsobiacej na lano získali jeho dĺžku. Pre tých ostatných: Silomer ukazoval 40 N a keďže naň vrecko s vodou nepôsobilo žiadnou silou, 40 N je tiaž lana. 40 N = m * 10 N/kg, kde m je hmotnosť lana. Z toho m = 4 kg. 1 m lana má hmotnosť 250 g = 0,25 kg. Zostáva zistiť, koľkokrát sa nachádza 0,25 kg v 4 kg: 4: 0,25 = 16. Lano má teda dĺžku 16 m.
A nakoniec bolo treba pripočítať 1m, čo bola vzdialenosť medzi hladinou vody a dnom studne.

Veľmi častou chybou (za ktorú som však nestrhávala body :) boli rovnosti ako napr. 1 kg = 10 N. Máte pravdu v tom, že tu na Zemi na každý predmet o hmotnosti 1 kg pôsobí tiažová sila veľkosti približne 10 N, ale dve rôzne veličiny sa nikdy nerovnajú. Vždy treba medzi nimi nájsť nejaký vzťah, v tomto prípade $F = m.g$ (1 kg * 10 N/kg = 10 N).

Bodovanie: 0,5 bodu za zistenie, že vrecko s vodou na silomer nepôsobí; 4 body za premenu jednotiek a výpočet dĺžky lana s vhodným komentárom; 0,5 bodu za pripočítanie 1 m; 1 bod za komentár.