Celoslovenský korešpondenčný seminár z fyziky pre žiakov ZŠ a OG

PIKOFYZ

Vzorové riešenia 2. série zimnej časti

Pikofyz, 7. ročník www.p-mat.sk/pikofyz šk. rok 2004/2005

Príklad 1 ♥ Toľko keksíkov ! *(opravovala Marcelka Hrdá)*

Prvá úloha vyplývajúca z príkladu kázala zájsť do obchodu a zistiť cenu, hmotnosť a energetickú hodnotu aspoň 5 druhov keksíkov. Potom treba údaje nejako spracovať. Za najlepší spôsob zápisu považujem tabuľku (ktorú aj väčšina z Vás urobila).

Treba vybrať keksíky pre Tima – s čo najväčšou hmotnosťou a čo najnižšou cenou. Ako to však urobiť, keď najlacnejšia je Orionka, ale je zároveň aj najľahšia, najťažšie Disko keksy stoja najviac korún ... . Čo teraz? Nestačí sa iba pozrieť a „tipnúť si", čo je najvýhodnejšie. Najlepším spôsobom je zistiť, koľko stojí rovnaké množstvo každého keksíka. Potom keksíky budeme vedieť medzi sebou ľahko porovnať a problém je vyriešený.

Dobré je vypočítať cenu napríklad za 100 g keksíkov. To urobíme nasledovne: Ak 50 g horaliek stojí 7,9 Sk, 1 g bude stáť 7,9/50 Sk a 100g bude stáť 7,9/50*100 Sk = 15,8 Sk. Čiže 100g keksíku stojí cena(v Sk)*100/hmotnosť(v g). Ceny mojich keksíkov za 100 g sú uvedené v tabuľke nižšie.

Teraz treba vybrať keksík s čo najväčšou celkovou energetickou hodnotou pri čo najmenšej cene. Celkovú energetickú hodnotu vypočítame takto (odvodenie vzorca je podobné odvodeniu predchádzajúceho vzorca): energetická hodnota v 100 g (v kJ)/100*hmotnosť(v g). To nám však ešte nestačí – aj ceny, aj energetické hodnoty sa líšia. Môžeme ale zistiť, koľko stojí napríklad 1000 kJ keksíku, a to nasledovne: cena(v Sk)/celková energetická hodnota(v kJ)*1000. Teraz ľahko porovnáme keksíky z hľadiska energetickej hodnoty a ceny a môžeme vybrať keksík Lacovi.

Najmenej problémov má s výberom Betka – na obaloch je už napísané, koľko energie má 100 g keksíku. Stačí sa teda pozrieť, porovnať údaje a najväčšiu hodnotu (Betka chce najväčšiu energiu pri čo najmenšej hmotnosti) vybrať.

Tu uvádzam kompletnú tabuľku so všetkými hodnotami potrebnými pri výbere keksíkov:

Názov keksíku	Cena (Sk)	Hmotnosť (g)	Energetická hodnota v 100 g (kJ)	Celková energetická hodnota (kJ)	Cena za 100 g (Sk)	Cena za 1000 kJ (Sk)
Horalky	7,9	50	2180	1090	15,8	7,2
BeBe	17,9	130	1705	2217	13,8	8,1
Orionka	3,9	20	1971	394	19,5	9,9
3bit	11,9	43	2214	952	27,7	12,5
Disko	18,9	165	1905	3143	11,5	6,0

Z tabuľky je zrejmé, komu vyhovujú najviac aké keksíky: Timovi Disko, Lacovi tiež Disko a Betka by si vybrala 3bit.

Bodovanie: Za uvedenie všetkých údajov potrebných pri výbere keksíkov 2 body, za správne a dôsledné odôvodnenie výberu keksíka pre Tima 1 bod, pre Laca 1 bod, pre Betku 0,5 bodu, za výber keksíkov 0,5 bodu.

Príklad 2 ♥ Nevydarený výlet *(opravovala Aďa Daniláková)*

V tomto príklade bolo dôležité uvedomiť si, že rýchlosť Tima je dôležitá až od okamihu, keď sa stretne s Lacom, po okamih keď sa stretne s Betkou. Dovtedy ide Timo úplne nezávisle od Laca a Betky, príde k rázcestiu, kde sa otočí a vracia sa späť domov. Na spiatočnej ceste stretáva najskôr Laca. Označme si čas, v ktorom Timo stretne Laca ako t_1. Dráha ktorú v tom čase Laco prešiel je $s_{L1} = 8t_1$ keďže je rýchlosť je 8km/hod. Dráha, ktorú v tom čase prešla Betka je polovičná, keďže mala o polovicu menšiu rýchlosť $s_{B1} = 4t_1$. V momente keď Timo stretol Laca sa Laco otočil a nezmenenou rýchlosťou sa vracal domov. Betka v tom čase ešte stále išla nezmenenou rýchlosťou smerom od domu až kým nestretla Tima. Označme si čas od stretnutia Tima s Lacom po stretnutie Tima s Betkou ako t_2. Dráha ktorú v tom čase Laco prešiel je $s_{L2} = 8t_2$ keďže je rýchlosť je 8km/hod. Dráha, ktorú v tom čase prešla Betka je polovičná, keďže mala o polovicu menšiu rýchlosť $s_{B2} = 4t_2$. V momente keď Timo stretol Betku sa Betka otočila a rýchlosťou 6km/hod sa vracala domov. Keďže sa mali vrátiť domov naraz, čas za ktorý prídu domov bude rovnaký a označíme si ho ako t_3. Pre dráhu Laco domov teda platí $s_{L3} = 8t_3$ a pre Betkinu dráhu domov platí $s_{B3} = 6t_3$. Teraz si zistené údaje dáme do rovníc. Celkovú dráhu Laca môžeme vyjadriť ako:

$$s_{L1} = s_{L2} + s_{L3}$$

$$8t_1 = 8t_2 + 8t_3 \Rightarrow t_1 = t_2 + t_3 \qquad (1)$$

Celkovú dráhu Betky si môžeme vyjadriť ako:

$$s_{B3} = s_{B1} + s_{B2}$$

$$6t_3 = 4t_1 + 4t_2 \qquad (2)$$

A dráhu Tima od stretnutia s Lacom po stretnutie s Betkou môžeme vyjadriť ako rozdiel celkovej dráhy Laca a Betky od domu:

$$st = s_{L1} - s_{B3}$$

$$vt_2 = 8t_1 - (4t_1 + 4t_2)$$

$$vt_2 = 4t_1 - 4t_2 \qquad (3)$$

pričom v je hľadaná rýchlosť Tima.

Dosadíme si vyjadrené t_1 z prvej rovnice do druhej:

$$6t_3 = 4t_3 + 4t_2 + 4t_2 \Rightarrow t_3 = 4t_2 \qquad (4)$$

Dosadíme si vyjadrené t_1 z prvej rovnice do tretej:

$$vt_2 = 4t_2 + 4t_3 - 4t_2$$

$$vt_2 = 4t_3$$

Po dosadení času t_3 ktorý sme si vyjadrili vo štvrtej rovnici dostávame:

$$vt_2 = 4.4t_2 \Rightarrow v = 16 \text{ km/h}$$

Názov keksíku	Cena (Sk)	Hmotnosť (g)	Energetická hodnota v 100 g (kJ)
Horalky	7,9	50	2180
BeBe	17,9	130	1705
Orionka	3,9	20	1971
3bit	11,9	43	2214
Disko	18,9	165	1905

Rýchlosť Tima bude teda 16 km/h.

Bodovanie: 5 bodov bol za riešenie so správnym postupom, výsledkom a vysvetlením situácie; body sa najčastejšie strhávali za náhodné určenie pozícií Betky a Laca pri stretnutí Betky s Timom bez výpočtu, či odôvodnenia, nesprávne pochopenie celej situácie alebo nedostatočné vysvetlenie niektorých krokov.

Príklad 3 ♥ Lipový čaj *(opravoval Andrej Vojtko)*

V tomto príklade máme vypočítať účinnosť rýchlovarnej kanvice. Tu by som chcel upozorniť, že príkon a výkon nie je to isté! Postup: Bod varu vody je t_2=100 ˚C. Teda vodu sme zohriali o 80 ˚C (pôvodná teplota bola t_1=20 ˚C). Podľa vzorca $Q = cm(t_2 - t_1)$ vypočítame teplo, ktoré bolo potrebné dodať vode, aby zovrela. Teplo je vlastne práca, takže môžeme vypočítať VÝKON kanvice: $P = Q / T$. A teraz, keď už máme výkon kanvice, tak môžeme vyrátať PRÍKON kanvice zo vzorca na výpočet účinnosti: $\eta = P / P^*$. Keď si vyjadríme účinnosť η a podosádzame, dostávame:

$$\eta = P / P^* = (Q / T) / P^* = [cm(t_2 - t_1) / T] / P^* = [cm(t_2 - t_1)] / T.\ P^*$$

c – poznáme; T (čas) – poznáme; t_1, t_2 – poznáme; m (hmotnosť) – vypočítame z $m = \rho V$; účinnosť η sa dosádza nie v percentách, ale v tvare: 0,75 (= 75%); o príkone P^* vieme, že je v rozmedzí 2000 W – 2999 W.

Vypočítajme, aká je účinnosť kanvice pri oboch príkonoch:

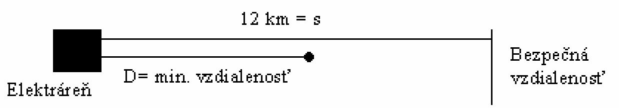
$$\eta_{(2000)} = 1{,}19 = 110\ \%$$

$$\eta_{(2999)} = 0{,}79 = 79\ \%$$

119%-ná účinnosť kanvice je samozrejme nezmysel, ale vidíme, že účinnosť kanvice pri príkone, ktorý sa začína na dvojku je od 79% do 100%. Takže Timo si môže byť istý, že účinnosť je určite väčšia ako 75%.

Bodovanie: správne riešenie 5b; za to, že ste napísali, že 1 l=1 kg –0,1b; za malé fyzikálne nesprávne tvrdenie -0,1b; za tvrdenie, že výkon=príkon –0,3b; za správne vypočítanie, ale nedokázanie toho, či mal Timo pravdu – 0,5b; za riešenie bez slovného opisu, čo a prečo ste robili... –2b; pomýlenie si priamej a nepriamej úmernosti – 2b; za iné zlé urobenie trojčlenky –1,5b; ostatné podľa uváženia ... .

Príklad 4 ♥ Hustý medík *(opravoval Peter Zilo Petrík)*



Postup: 1.) Zoberiem dve 7dl fľaše: jednu s medíkom(mňam) a druhú prázdnu.

2.) Odmeriam na kuchynských váhach hmotnosť obidvoch(opakujem 3x).

3.) Do prázdnej fľaše nelejem toľko vody, koľko je medíka v prvej fľaši. Vodu prelejem do odmerného valcaa odčítam objem(opakujem 3x).
4.) Odčítam hmotnosť fľaše s medíkom od hmotnosti prázdnej fľaše
5.) Vypočítam hustotu ρ=m/V, pričom m aj V mam odmerané

Meranie: Prázdna fľaša

meranie <#>	objem <ml>
1	660
2	650
3	640
priemer	**650**
nepresnosť	+-25

Fľaša s medíkom

meranie <#>	hmotnosť <g>
1	1260
2	1225
3	1225
priemer	**1237**
nepresnosť	+-5

Objem fľaše

meranie <#>	hmotnosť <g>
1	320
2	310
3	300
priemer	**310**
nepresnosť	+-5

Výpočet: ρ=m/V= (1237-310)g/650cm^3=**1,4 g/ cm^3 +-0,1 g/ cm^3**

Nepresnosti: Nepresnosti mohli vzniknúť nepresným meraním objemu a váhy(lebo jeden dielik na mojej váhe je 10g a na mojom odmernom valci 50ml) a pri porovnávaní, či je vo fľaši rovnako vody ako medu v druhej fľaši.

Mnohí z vás robili tú chybu, že urobili len jedno meranie a že nenapísali nepresnosti prístrojov a výsledku.

Bodovanie: postup 1b; správny výsledok(1g/ cm^3 <výsledok< 10 g/ cm^3) 0,7b; uvedená nepresnosť výsledku 0,3 b; počet meraní + nepresnosti prístrojov (±) 1b; uvedenie, prečo mohli vzniknúť nepresnosti 1b; +0,5b bonus, keď ste mali zaujímavú metódu; –0,5b keď ste písali napr 5 desatinných miest do výsledku; samotná realizácia a snaha 1b; (pozn. na riešeniach v tvare (1+1+1+1+0,5-0+1)=5,5b)

Príklad 5 ♥ Záchranárka rozmýšľa *(opravovala Aďa Daniláková)*

Keďže chceme, aby záchranárka bola pri utopencovi čo najskôr, musí ísť k jednotlivým bodom priamo. Dráhu záchranárky tvoria teda spojnice (priamky) miesta P a bodov a miesta U a bodov (ako je znázornené na obrázku). Najskôr si pomocou pytagorovej vety $a^2+b^2=c^2$ vypočítame dĺžky jednotlivých dráh záchranárky:
PAU: súš – 24m, voda – $v^2 = 24^2+24^2$ -> v = 33,94m, spolu – 57,94m
PBU: súš – $s^2 = 24^2+6^2$ -> s = 24,74m, voda – $v^2 =24^2+18^2$ -> v =30m, spolu – 54,74m
PCU: súš – $s^2 = 24^2+12^2$ -> s = 26,83m, voda – $v^2 =24^2+12^2$ -> v = 26,83m, spolu – 53,66m
PDU: súš – $s^2 = 24^2+18^2$ -> s = 30m, voda – $v^2 =24^2+6^2$ -> v = 24,74m, spolu - 54,74m
PEU: súš – $s^2 = 24^2+24^2$ -> s = 33,94m, voda – v = 24m, spolu - 57,94m
Najkratšia je síce dráha PCU ale záchranárka má rozdielnu rýchlosť vo vode a na súši. Na súši sa pohybuje štyrikrát rýchlejšie, preto je pre ňu výhodnejšie ísť dlhší čas po súši a kratší čas vo vode. Vidíme že dráhy PAU a PEU majú rovnakú dĺžku 57,94m a tiež dráhy PBU a PDU majú rovnakú dĺžku 54,74m. Dráhy PAU a PBU však majú svoju väčšiu časť vo vode (kde ide záchranárka pomalšie), kým dráhy PDU a PEU na súši. Preto môžeme dráhy PAU a PBU vylúčiť. Ostali nám ešte tri dráhy, pri ktorých si vypočítame čas, za aký ich záchranárka prejde.
PCU: súš – t = 26,83m/4ms^{-1}, t = 6,71s, voda t = 26,83m/1ms^{-1}, t = 26,83s, spolu – 33,54s
PDU: súš – t = 30m/4ms^{-1}, t = 7,5s, voda t = 24,74m/1ms^{-1}, t = 24,74s, spolu – 32,24s
PEU: súš – t = 33,94m/4ms^{-1}, t = 8,49s, voda t = 24m/1ms^{-1}, t = 24s, spolu – 32,49s
Vidíme že najmenší čas trvá prekonanie dráhy PDU. Záchranárka teda musí ísť k utopencovi cez bod D.
Najčastejšie sa vyskytli chyby v úvahách o trase. Polovicu bodov dostali tí čo zvážili rozdielnu rýchlosť záchranárky na súši a vo vode, ale nezvážili dĺžky dráh alebo naopak vypočítali len ktorá dráha je celkovo najkratšia ale nevzali do úvahy rozdielne rýchlosti. Vyskytli sa tiež problémy pri zaokrúhľovaní a preto niektorým vyšli aj dve riešenia. Nabudúce pri príkladoch s tak podobnými výsledkami odporúčam zaokrúhľovať aspoň na dve desatinné miesta.

Príklad 6 ♥ Bojová letka *(opravoval Peter Zilo Petrík)*

V_l = 340 m/s (rýchlosť letky)
V_r = 510 m/s (rýchlosť rakety)
V_v = 600 m/s (rýchlosť tlak. vlny)

Takže letka vystrelí strelu vo vzdialenosti D a o päť sekúnd bude letieť späť zo vzdialenosti D do bezpečnej vzdialenosti s. Čas, ktorý na to potrebuje je **5+(s-D)/V_l**. Za ten istý čas (alebo o trošššku väčší) sa musí ku hranici bezpečnej vzdialenosti dostať aj tlaková vlna. Tento čas vypočítame ako **D/ V_r + s/ V_v**. Takže dostávame rovnicu:

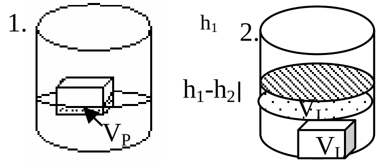
$$\mathbf{5+(s-D)/V_l = D/ V_r + s/ V_v}$$

Kedže vieme s aj V_v, tak vieme vypočítať s/ V_v, čo sa rovná 12000 m / 600 m/s = 20s.

$$\mathbf{5+(s-D)/V_l = D/ V_r + 20}$$
$$\mathbf{s/V_l – D/ V_l - D/ V_r = 15}$$
$$\mathbf{D(1/ V_l + 1/ V_r) = -15 + s/V_l}$$
$$\mathbf{D =(s/V_l -15)/(1/ V_l + 1/ V_r)}$$
$$\mathbf{D= (15- 12000/340)/(1/340 – 1/510)}$$
$$\mathbf{D= 4140\ m}$$

Letka musí vypustiť rakety 4140m od elektrárne.

Príklad 7 ♥ Pirátska loď *(opravovala Aďa Tinajová)*



Zadané máme tieto údaje: S(obsah dna pohára)=100cm^2 = 0,0001m^2, =2mm=0,002m, h_2 =1mm=0,001m, $ρ_{vody}$=1000kg/m^3, g=10 N/kg
Chceme vypočítať hustotu materiálu, z ktorého je loďka vyrobená: **$ρ_L$**

Najprv si bolo treba uvedomiť, že keď položíme teleso do pohára s vodou, voda stúpne o taký objem, aký je objem ponorenej časti telesa. V prvom prípade loďka plávala, a hladina stúpla o 2mm(obr.1). Keď teleso pláva pôsobí naň hydrostatická vztlaková sila, ktorá má, podľa Archimedovho zákona vaľkosť: F_{vz}= V_p . $ρ_{vody}$.g , kde V_p je objem ponorenej časti loďky. Ponorená časť musí mať rovnaký objem, ako je objem vody ktorý stúpol oproti pôvodnej hladine. Hladina stúpla o : h_2 =0,001m, čiže V_p=S.h_2 . Teda **F_{vz}=** V_pR.g= **S.h_2 $ρ_{vody}$.g**
Keď loďka klesla ku dnu (obr 2.),bola úplne naplnená vodou, takže na ňu pôsobila len tiaž materiálu. Hladina vystúpila (oproti stavu bez loďky), o **h_2-h_1** . Teraz nad pôvodnú hladinu vody vystúpil objem vody rovný objemu materiálu loďky. Objem materiálu loďky je teda: **V_L=S.(h_2-h_1)** . Keď poznám objem, hmotnosť loďky bude **m**=$ρ_{L.}$ V_L=**$ρ_L$.S.(h_2-h_1)**, čiže tiažová sila pôsobiaca na loďku je: **F_G**=m.g=$ρ_L$..g.V_L= **$ρ_L$..g. S.(h_2-h_1)**

Viem, že v prvom prípade loďka pláva, teda F_{vz}=F_G , môžem dosadiť za obe veličiny:
S.h_2 $ρ_{vody}$.g = $ρ_L$..g. S.(h_2-h_1) / :(S.g)
h_2 R = R_L(h_2-h_1) / : h_2
R= R_L.h_2/(h_2-h_1)

Po dosadení: R=1000.0,002/(0,002-0,001)= **2000kg/m^3**.

Loďka bola celá vyrobená z materiálu, ktorého priemerná hustota bola **2000kg/m^3**.

Bodovanie: objem loďky 1b; objem ponorenej časti loďky 1b; loďka pláva v 2. prípade, teda Fvz = Fg 1b; hmotnosť loďky 0,5b; hustota materiálu 1b; počítanie v rovnakých jednotkách 0,5b.

Príklad 8 ♥ Nerozbit(n)é taniere *(opravoval Michal Priky Prikler)*

Ahojte! Tento príkladík riešilo mnoho z Vás, ale mnohí ste si zle prečítali zadanie. Vašou úlohou bolo určiť najvýhodnejší spôsob vyťahovania obrusu z fyz. hľadiska. To znamená, spomenúť si na to, že ste sa v škole učili niečo ako zotrvačnosť, t.j. vlastnosť tanierov zostať v pokoji. Teda ak, vytiahneme obrus rýchlo spod tanierov (pôsobíme veľkou silou veľmi krátky čas) taniere so svojou hybnosťou ani nestihnú zaregistrovať, že sa niečo stalo. Samozrejme, tak je to iba v ideálnom prípade. Na to všetko vplýva ešte mnoho faktorov: **rýchlosť** - čím väčšia, tým lepšie, **trenie** medzi obrusom a stolom a aj samotnými taniermi - najlepšie, čo najmenšie, **smer** akým budeme obrus vyťahovať - najrozumnejší spôsob je vodorovne a v tej výške, ako je stôl, a samozrejme to ovplyvňuje aj **hmotnosť** a **rozloženie** tanierov. Ďalej by sme mohli diskutovať o tvare, veľkosti stola, obrusu a mnohých ďalších veciach. Ale to už nie je také podstatné. Dôležité bolo si dobre rozobrať celý prípad a nájsť veci, ktoré nám najviac vplývajú na úspech ;).

Bodovanie: za riešenie, bez fyz. zdôvodnenia max. 2,5 b(záviselo to od vymenovaných faktorov); za fyz. zdôvodnenie 2 b; za vymenované faktory 2 b; za iné filozofické úvahy 1 b.