Celoslovenský korešpondenčný seminár z fyziky pre žiakov ZŠ a OG

PIKOFYZ

Vzorové riešenia 3. série zimnej časti

Pikofyz, 7. ročník www.p-mat.sk/pikofyz šk. rok 2004/2005

Príklad 1 ♥ Pohyblivé schody *(opravovala Aďa Daniláková)*

Otec prekoná posledných 5 výškových metrov behom po pohybujúcom sa eskalátore. Keď sa bude nachádzať dole pod schodmi, bude jeho potenciálna energia:

$$Ep_d = m_o.g.h = (981.h)\ \mathrm{J}$$

Keď sa bude nachádzať hore na nástupišti bude jeho potenciálna energia:

$$Ep_h = m_o.\mathrm{g}.(h+5) = [981.(h+5)]\ \mathrm{J}$$

Práca, ktorá je potrebná na to aby otec prekonal posledných 5 výškových metrov sa bude rovnať rozdielu týchto dvoch potenciálnych energií: $W = Ep_h - Ep_d = 4905$ J.

Túto prácu však nevykonal samotný otec, lebo sa viezol na eskalátore. Keďže celých 5 výškových metrov prekoná eskalátor za 15s, za 10s kým sa na ňom viezol otec prekonal 2/3 celkovej dráhy. 1/3 dráhy teda musel prekonať otec vlastnou prácou. Keďže váha otca ani tiaž sa nemení, v rovnakom pomere sa rozdelí aj celková práca potrebná na prepravu otca na nástupište. Práca otca teda bude: $W_o = 4905\mathrm{J} / 3 = 1635\mathrm{J}$.

Bodovanie: Rátať sa mohlo aj s tiažou g =10 ms $^{-2}$, potom si ale bolo treba dávať pozor na zaokrúhľovanie. Ak sa zaokrúhľovalo aj počas výpočtov, vychádzali potom nepresné výsledky, za ktoré sa strhávali body. Ďalšou chybou boli nedostatočné komentáre k postupu, pričom sa za to strhával až jeden bod. Veľkou chybou, ktorá sa vyskytla v mnohých riešeniach bolo neuvedomenie si práce eskalátora a za prácu otca sa považovala celková práca, ktorú vykonal otec a eskalátor. Keďže v tom spočívala podstata príkladu, len za výpočet tejto práce sa udeľovalo po jednom bode.

Príklad 2 ♥ Obrázok kilogramu *(opravoval Miro Foltín)*

Ahojte všetci! Dajme sa hneď do riešenia. Aby sme v tom nemali zmätok, označíme si všetky veličiny nasledovne:

hustota platiny – $\rho_p = 21000\mathrm{kg/m^3}$	objem valca – V
hustota irídia – $\rho_i = 21000\mathrm{kg/m^3}$	objem platiny – V_p
hmotnosť platiny – m_p	objem irídia – V_i
hmotnosť irídia – m_i	hmotnosť valca – m

Keďže valec je prototyp kilogramu, musí byť aj jeho hmotnosť m = 1kg a jeho objem vypočítame V = 1195mm^2.39mm = 46605mm^3= 0,000046605m^3.

A teraz si treba uvedomiť, že hmotnosť valca sa rovná súčtu hmotností irídia a platiny, ktoré sa nachádzajú vo valci. $m = m_p + m_i$ (vzorec 1).A to isté platí o objemov: $V = V_p + V_i$ (vzorec 2).

A samozrejme vieme, že objem môžeme vypočítať $V_p = m_p / \rho_p$ a $V_i = m_i / \rho_i$ a to dosadíme do vzorca 1: $V= m_p / \rho_p + m_i / \rho_i$ (vzorec 3) v tejto rovnici máme 2 veličiny, ktoré nepoznáme a to m_i a m_p. Čo s nimi? Veď tu máme ešte vzorec 1, odkiaľ si vyjadríme $m_p = (m-m_i)$ a toto šupneme do tretieho vzorca: $V = [(m - m_i) / \rho_p] + [m_i / \rho_i]$

A teraz sa snažme tento nesympatický vzorec čo najrýchlejšie upraviť.Vynásobím obidve strany ρ_p a ρ_i dostávam: $\rho_p.\rho_i.V = \rho_i.m - \rho_i.m_i + \rho_p.m_i$ a po úpravách získame:

$m_i = (\rho_p\, \rho_i\, V - \rho_i\, m) / (-\rho_i + \rho_p)$

Po dosadení číselnýcj hodnôt: m_i = 0,319 kg , m_p = 0,681kg , V_p = 0,0000324m^3 a V_i = 0,0000142m^3.

A teraz si môžeme vypočítať buď pomer objemov alebo hmotností: $m_p : m_i$ = 2,13 : 1 a V_p / V_i = 2,28:1.

Možno sa vám bude zdať, že máte iné pomery, ktoré som pouznával – schválne skúste si vydeliť jedno číslo druhým a dostanete to isté, čo ja.

Myslím si, že ste sa popasovali s touto úlohou výborne, až na neaké tie malé chybyčky, ktoré sa sem tam priplietli. Jediné, čo by som vám mohol vytknúť je to, že často nepíšete jednotky za číslami, a ja musím hádať, či napríklad číslo 456,23 je v metroch, kilogramoch alebo jauloch- ale nebojte sa, za to som nestŕhaval body.

Bodovanie: Za správne premieňanie jednotiek, výpočet objemu valca napísanie vzorcov 1,2 dostali ste 1b. Aprávne dosadenie – vzorec a úprava vzorca –1b. správne úvahy a komentáre 1,5b. Vypočítnie hodnôt mp,mi alebo Vi,Vp – 1b. a nakoniec správne napísaný pomer 0,5 boda.

Príklad 3 ♥ Snežné problémy *(opravovala Marcelka Hrdá)*

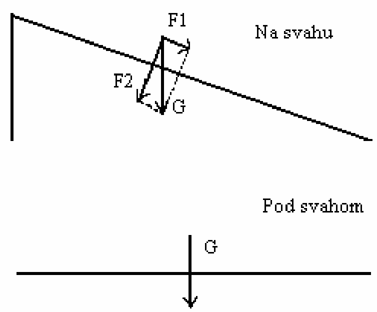
Tento príklad obsahoval dve otázky, na ktoré si postupne odpovieme.

1.) <u>Prečo sa prvýkrát šlo horšie Lacovi v čerstvom snehu?</u>

Najprv sa pozrime na to, aký rozdiel pre Laca predstavoval čerstvý sneh namiesto cestičky. Padajúce snehové vločky sú priveľmi ľahké a nemajú dostatok energie, aby pod sebou nejako viditeľne stlačili sneh. Keď ale po takomto snehu začne ísť Laco (ktorý má výrazne väčšiu hmotnosť ako vločka :-), nohy sa mu hlboko zaboria. V podstate má teraz dve možnosti ako pokračovať: Buď nohy bude vyťahovať von, v zdvihnutej polohe ich presunie a zase zaborí o kúsok ďalej, alebo nohy nebude vyťahovať, ale bude sneh tlačiť pred sebou. V oboch prípadoch musí vykonať nejakú prácu navyše oproti Timovi, ktorý normálne kráča: dvíhanie nôh alebo tlačenie snehu. Práve táto nutná práca navyše spôsobí, že Lacovi sa ide ťažšie.

2.) <u>Prečo sa stojaci Laco na lyžiach zabáral viac ako pohybujúci sa Timo?</u>

Hlavným dôvodom je v tomto prípade čas pôsobenia sily, lebo obaja majú rovnakú hmotnosť. Laco stojí na jednom mieste, čiže sa postupne zaborí tak hlboko, ako je to pri jeho hmotnosti možné. Timo je v pohybe – aj on sa začne zabárať, lenže kým sa stihne o kúsok zaboriť, už je na inom mieste. Zahnutá špička lyží spôsobuje, že lyže sú neustále na snehu – „nasúvajú“ sa naň. Timo je teda v každom momente navrchu snehu a kým sa stihne zaboriť, je na inom mieste, opäť navrchu snehu. Výsledkom je, že sa na každom mieste zaborí menej ako stojaci Laco.



Ďalším dôvodom by ešte mohol byť rozdielny rozklad síl:

Na svahu sa Timova tiaž rozložila na dve zložky: kolmú na podložku (sneh) – $F2$, spôsobujúcu stláčanie snehu a rovnobežnú s podložkou – $F1$, spôsobujúcu pohyb. Obe sily boli menšie ako Timova tiaž, preto Timo pôsobil na sneh v skutočnosti menšou silou ako Laco pod svahom, ktorého celá tiaž bola použitá na stláčanie snehu.

Rozklad síl som ale v riešení nepožadovala, lebo mnohí ste sa o ňom ešte neučili.

Bodovanie: <u>1.otázka:</u> za konštatovanie: Laco sa bude zabárať: 10-20% bodov, za vysvetlenie (najlepšie s prácou alebo energiou) plný počet bodov.
<u>2.otázka:</u> Za vysvetlenie a odôvodnenie rozdielu v dĺžke času pôsobenia sily plný počet bodov. Za nedostatky a chyby v riešeniach som body strhávala:

7. ročník + tercia: Hodnotila som iba jednu z otázok, pričom ak v riešení boli odpovede na obe otázky, hodnotila som tú lepšiu, so základom 5 bodov.

8. ročník: podobne ako 7. ročník, s rozdielom, že za každú otázku bol základ (plný počet) 2,5 bodov.

Príklad 4 ♥ Vleky *(opravovala Zuzka BTW Batmendijnová)*

Príklad sa dal pochopiť rôzne. Asi najkorektnejšie je toto vysvetlenie: Zo zadania nie je jasné, či druhý vlek išiel pomalšie, alebo rýchlejšie. Timo totiž mohol počítať kotvy druhého vleku idúce nahor tak, že ich predbiehal, alebo tak, že ony predbiehali jeho. Označme: rýchlosť Timovho a Lacovho v_1, rýchlosť druhého vleku v_2, čas výstupu t = 3 min = 180s, vzdialenosť medzi kotvami l =25m, dĺžku vleku s. Rozoberme obe možnosti:

1. $v_1 < v_2$

Vzájomná rýchlosť Laca a kotiev druhého vleku idúcich dole je $v_1+ v_2$. Za 3 minúty prejde kotva druhého vleku idúca dole vzhľadom na Laca vzdialenosť: $(v_1+ v_2).t$ = 28,l m. Vzájomná rýchlosť Tima a kotiev

druhého vleku idúcich hore je $v_2 - v_1$. Za 3 minúty prejde kotva druhého vleku idúca hore vzhľadom na Tima vzdialenosť: $(v_2 - v_1).t = 12{,}\mathrm{lm}$.
Máme dve rovnice o dvoch neznámych. Úpravou dostaneme: $v_1 = 10/9$ m/s , $v_2 = 25/9$ m/s.
$s = v_1.t = 200$m – dĺžka oboch vlekov. Druhému vleku trvá vyviesť Tima čas $s / v_2 = 72$ s.

2. $v_2 < v_1$

podobnými úvahami, ako v prvom prípade dôjdeme k rovniciam:

$$(v_1 + v_2).t = 28.l$$
$$(v_1 - v_2).t = 12.l$$

V tomto prípade vyjdú hodnoty prehodené, teda $v_1 = 25/9$ m/s, $v_2 = 10/9$ m/s
$s = v_1.t = 500$m – dĺžka oboch vlekov. Druhému vleku trvá vyviesť lyžiarov hore čas $s / v_2 = 450$ s.

Bodovanie: 5b za správne riešenie podľa riešiteľovho chápania zadania.1 – 2b dole za neuvedomenie si niektorých súvislostí, 2b za rozumnú snahu vyriešiť príklad:)

Príklad 5 ♥ Sprchová raketa *(opravoval Peter Zilo Petrík)*

Tento príklad bola typická experimentálka. Takže poďme na to.

Mali ste odmerať prietok vody, ktorý udrží ružicu nad zemou alebo nejaké iné predmety. Všetci ste asi prišli na to, že čím väčší prúd vody, tým je silnejší. Ale ako odmerať tento prietok? Dalo sa to napríklad tak, že si zoberiete vedro a budete ho s daným nastavením (keď to zdvihlo ružicu) napúšťať aspoň 15 sekúnd. Potom odmeriate ešte objem vody vo vedre a po vydelení V/t máte hľadaný prietok. Dalo sa to taktiež odrátať z vodovodných hodín, na ktorých sa každému bytu odčítava objem použitej vody ☺.

Najčastejšia chyba bola, že keď bola ružica príliš ťažká a vôbec sa nezdvihla, tak ste to zabalili alebo vypočítali max. prietok vody u vás. Avšak na to tam bola druhá časť experimentálky! Druhá chyba bola, že ste merali prietok iba raz. V experimentoch sa robia merania aspoň 3-krát.

Bodovanie: 1b – postup; 2b – merania hodnôt; 1b – výpočet prietoku; 1b – ostatné.

Príklad 6 ♥ Varenie kávy *(opravovala Zuzka BTW Batmendijnová)*

Označme si:

$n_S = 75\% = 0{,}75$ - účinnosť star. kávovaru	$m = V.\rho = 1{,}5$kg – celková hmotnosť vody
$n_N = 85\% = 0{,}85$ - účinnosť nov. kávovaru	m_S – hmot. vody prevarenej v st. kávovare
$P' = 2500$W - príkon	m_N – hmot. vody prevarená v nov. kávovare
$t_1 = 20$°C – počiatočná teplota vody	T – čas varenia vody v starom kávovare
$t_2 = 100$°C – teplota vriacej vody	$T_R = 60$s – čas rozbalenia nov. kávovaru
$c = 4{,}2$kJ/kg.°C = 4200 kJ/kg.°C – merná tep. kap. vody	

Na začiatku si uvedomme, že výkon kávovarov závisí od ich účinnosti. Výkon starého kávovaru je rovný $P'.n_S$, výkon nového $P'.n_N$. Ďalej vieme, že v starom kávovare sa varí voda čas T, v novom čas $T - T_R$ (odčítame čas potrebný na rozbalenie). Zo zadania vieme, že $m_S + m_N = m$, teda $m_S = m - m_N$ (dokopy chceme uvariť 1,5l kávy). Vytvoríme si kalorimetrickú rovnicu, ktorá nám určuje, koľko tepla je potrebné dodať vode na to, aby zovrela. Pri starom kávovare sa toto teplo rovná: $m_S.\, c.\, (t_2 - t_1)$, pri novom: $m_N.\, c.\, (t_2 - t_1)$. Teplo je vlastne práca dodaná kávovaru, preto využijeme rovnicu $P = W / T$ a zostavíme si rovnice:

Starý kávovar: $P'.n_S = (m - m_N).\, c.\, (t_2 - t_1) / T$

Nový kávovar: $P'.n_N = m_N.\, c.\, (t_2 - t_1) / (T - T_R)$

Máme dve rovnice o dvoch neznámych (m_N a T), z ktorých nám riešením vyjde:
$m_N = 0{,}62$ kg a teda: $m_S = m - m_N = 1{,}5 - 0{,}62 = 0{,}88$ kg
Takže pomer hmotností vody stará kanvica : nová kanvica je približne 62 : 88 = 31: 44.

Bodovanie:2b za rozumnú snahu vyriešiť príklad :) ,3b za približné riešenie skúšaním, 4-4,8 boda za takmer správnu rovnicu s malou chybou, 5b za úplné riešenie.

Príklad 7 ♥ Zmrznutý čaj *(opravoval Michal Priky Prikler)*

Ahojte! Tento príklad nedopadol najlepsie a to najmä kvôli tomu, že ste mnohí pozabudli na to, že ide o experimentálnu úlohu. To znamená, že samotný experiment treba urobiť a výsledky z neho zaznamenať da tabuľky, prípadne grafu. Celý experiment sa dal spraviť niekoľkými spôsobmi, ale najviac sa mi páčil nasledujúci postup:
Nejaké množstvo vody nalejeme do odmerky a nechame ju zamraziť. Keď vyberieme odmerku z mrazničky, zistíme, že hladina vody nebola rovná a teda aj ľad je hrboľatý. Ako teda odmerať presne jeho objem? Možeme do odmerky priliať striekačkou male množstvo vody (ktorého objem budeme vedieť:), po najbližšiu jednotku a z toho môžeme zistiť objem ľadu. Takže už vieme objem ľadu+vody.

Necháme túto sústavu roztopiť a zistíme objem rotopeného ľadu = vody. Odrátame množstvo pridanej vody a vieme aj objem roztopeného ľadu a môžeme porovnať objem ľadu a objem vody z rotopeného ľadu. Tým šikovnejším vyšlo, že objem sa zmenšil :). O koľko percent, záviselo od množstva vody, teploty, ...

Samozrejme, keďže ide o experiment, treba pokus zopakovať niekoľko krát, určiť možné odchýlky a urobiť diskusiu, napríklad o tom, ako zmena objemu závisí od teploty :).

Zmena objemu samozrejme závisí od teploty prosteria. Ak necháme ľad roztopiť len tak v izbe, roztopí sa pomalšie a menej vody sa vyparí, ako keď dáme roztopiť ľad na radiátor. Samozrejme, to bolo treba vyskúšať.

A od čoho to ešte môže závisieť? Napríklad od tlaku, od hustoty vody a ... .

Bodovanie: 2b za experiment,

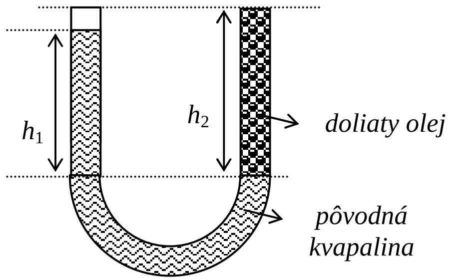
Príklad 8 ♥ Rúra z lietadla *(opravoval Martin Logik Lauko)*

Čaute všetci merači hustoty! Ľahko spočítame, že ak na konci rúry zostáva $h = 10$ cm vysoký prázdny priestor s prierezom $S = 10\ \mathrm{cm}^2$, má tento priestor objem $V = h\,.\,S = 0{,}1$ *litra* – ak zarátame priestor v oboch ramenách, stále je to len 0,2 l, čo je oveľa menej ako 1,8 l oleja, ktoré do rúry podľa zadania chlapci naliali.

Toľko tekutiny sa do rúry v žiadnom prípade nezmestí. Takže buď olej, alebo pôvodná kvapalina by z rúry vytiekli (ktorá, to závisí od hustoty – porozmýšľaj prečo!).
Tak či onak, stalo by sa niečo iné, ako sa píše v zadaní („doliali teda jedno rameno rúry doplna“), o vytekaní reč nebola.

V skutočnosti sa však postupom, ktorý použili chlapci, dá zistiť hustota kvapaliny. (Niektorí z vás takto riešili 4. príklad 2. série Hustý medík.) Využijeme, že rúra zo zadania má vlastnosti ako U trubica. Zároveň predpokladáme, že olej sa s kvapalinou z rúry nemieša a že má väčšiu hustotu (ak by mala kvapalina menšiu husototu ako olej, olej by nezostal na povrchu).

Ak je prierez rúry $100\ \mathrm{cm}^2$, situácia bude vyzerať ako na obrázku. Pritom h_2 je hĺbka, v ktorej bude spodná hladina doliateho oleja ($h_2 = V / S = 0{,}0018\ \mathrm{m}^3 / 0{,}01\ \mathrm{m}^2 = 18$ cm). Výšku h_1 bude mať vodný stĺpec v druhom ramene. Hladina vody v druhom ramene totiž poklesla o 8 cm, v prvom teda musela o toľko isto stúpnuť (nemala sa kde stratiť ☺), preto $h_1 = 8 + (10\text{-}2)$ cm = 16 cm.



Všimnime si spodnú hladinu oleja. Aby bola v celej rúre (U-trubici) rovnováha, musí byť rovnováha v tejto rovine. Pod ňou je v oboch ramenách voda siahajúca do rovnakej výšky – je teda v rovnováhe. Nad ňou je v jednom ramene $h_1 = 16$ cm vysoký stĺpec pôvodnej kvapaliny, v druhom 18 cm vysoký stĺpec oleja. Tieto stĺpce kvapalín musia pôsobiť rovnakou gravitačnou silou, čo je podmienka rovnováhy. Prierez S je pritom rovnaký.

Musí teda platiť:	F_1	=	F_2
	$m_1\,.\,g$	=	$m_2\,.\,g$
Vyjadríme si hmotnosť $m = V.\,\rho$	$V_1\,.\,\rho_1\,.\,g$	=	$V_2\,.\,\rho_2\,.\,g$
A objem $V = h\,.\,S$	$h_1\,.\,S\,.\,\rho_1\,.\,g$	=	$h_2\,.\,S\,.\,\rho_2\,.\,g$
Vykrátime S, g	$h_1\,.\,\rho_1$	=	$h_2\,.\,\rho_2$
A vyjadríme	ρ_1	=	$h_2\,.\,\rho_2 / h_1$

Po dosadení známych veličín (hustota oleja $\rho_1 = 900\ \mathrm{kg/m}^3$) zistíme hmotnosť pôvodnej kvapaliny v nádobe $\boldsymbol{\rho_1} = \mathbf{1012{,}5\ kg/m^3}$, čo je hľadaný výsledok. Teda správna odpoveď má znieť: áno, hustota kvapaliny sa určiť dá (ak je prierez rúry $100\ \mathrm{cm}^2$).

Bodovanie: 1 *až* 3 *b za čiastočne správne zdôvodnenie*, 5 *b za úplné zdôvodnenie, že sa olej nezmestí*, -0,1 *b za drobnú chybu, bonusový pol bod navyše pre tých, ktorí vyriešili úlohu všeobecne a zistili hustotu.*