

Vzorové riešenia 3. série letnej časti

Príklad 1 ♥ 7, T (opravoval Michal Priky Prikler)

Zdravím všetkých trpaslíkov a trpasličky! Tento príkladík ste zvládli pekne, no pre istotu zopár slov.

Ako už zo zadania vyplýva, drevené kmene majú tvar kvádrov s podstavou štvorca, pričom vieme: $a = 30 \text{ cm} = 0,3 \text{ m}$, $b = 7 \text{ m}$; hustota dreva je $\rho_d = 500 \text{ kg/m}^3$, hustota vody je $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$ a g je tiažové zrýchlenie. Ďalej vieme, že plť má ostať vynorená 10 cm, teda veľkosť ponoru plte je: $c = 30 \text{ cm} - 10 \text{ cm} = 20 \text{ cm}$.

Teraz už môžeme prísť k samotnému riešeniu:

– vztlaková sila pôsobiaca na jeden kváder s ponorom 20 cm:

$$F_{vz} = V_p \cdot \rho_v \cdot g, \quad \text{kde } V_p \text{ je objem ponorenej časti kmeňa}$$

$$F_{vz} = a \cdot b \cdot c \cdot \rho_v \cdot g = 4200 \text{ N}$$

– tiažová sila pôsobiaca na jeden kváder:

$$F_g = m \cdot g = V \cdot \rho_d \cdot g, \quad \text{kde } V \text{ je objem celého kmeňa}$$

$$F_g = 3150 \text{ N}$$

– teraz, keď už poznáme obe sily, vieme vyrátať, výslednú silu, ktorou pôsobí jeden drevený kmeň:

$$F_1 = F_{vz} - F_g = 1050 \text{ N}$$

– ešte potrebujeme zistiť, akou tiažovou silou bude pôsobiť na plť náš náklad:

$$F_2 = m \cdot g = 10000 \text{ N}$$

– a teraz už môžeme jednoducho vyrátať, koľko drevených kmeňov je treba na zostrojenie plti, aby bolo dodržané požadované podmienky:

$$N = F_2 / F_1 \approx 9,5238$$

Teda na zostrojenie požadovanej plte je potrebných aspoň 10 drevených kmeňov!

Bodovanie: 1 b za vyjadrenie vztlakovej sily; 1 b za vyjadrenie tiažových síl; 1 b za vyjadrenie výslednej sily, ktorou pôsobí jeden kmeň; 1 b za správny výsledok a 1 b za komentár.

Príklad 2 ♥ 7, 8, T, K (opravoval Paľo DK Dravecký)

Milí moji,

najprv si ujasníme, že ak sa v škole učíme nejaké zákony, tak platia (takmer) vždy a všade! Rozdiel je v tom, ako sa správajú, keď je napríklad tiaž (nie hmotnosť! Tá sa len tak nemení!) telies nulová. Pozrime sa teda na tri spomínané javy:

Pascalov zákon tvrdí, že pôsobením na voľnú hladinu kvapaliny v uzavretej nádobe vytvoríme všade v kvapaline rovnaký tlak o veľkosti: $p = F / S$, kde F je sila ktorú vyvíjame na hladinu a S plocha, na ktorú tlačíme.

Je dôvod prečo by tento zákon nemal fungovať v stave beztliaže?

Nie je, pretože vôbec nezávisí od pôsobenia gravitácie, ale od skutočností, že kvapalina je (takmer) nestlačiteľná a teda „prenáša“ silu (tlak) prakticky nezmenenú rovnako ako tuhá palica.

Archimedov zákon samozrejme platí, veď kvapalina je lenivá a preto chce vždy padnúť čo najnižšie, aj za cenu, že tým vytlačí hore nejaké teleso. Ale v prípade nulovej gravitácie bude kvapaline jedno, či je hore alebo dolu, nič ju nikam nebude ťahať, čiže jej vztlaková sila bude nulová. Vyplýva to aj zo vzorca $F_{vz} = V \cdot \rho \cdot g$, kde keď je $g = 0 \text{ N/kg}$, F bude automaticky tiež 0 N.

Spojené nádoby fungujú na podobnom princípe – kvapalina padá a najviac jej vyhovuje, keď sú hladiny vyrovnané (veď keby bola jedna hladina vyššie, padla by, všakže...). Toto ale neplatí, keď vodu nič neťahá dolu a teda nemá prečo padať – hladiny ostanú tak, ako ich naaranžujeme. Niektorí ste poznamenali, že v stave beztliaže by sa kvapalina zoskupovala do guľôčok a teda by neexistovala žiadna rovná hladina – a mali ste pravdu, ale v žiadnom prípade to neznamená, že by sa voda v nádobe ani neudržala a ihneď by povyletovala von – nemá prečo, ak sme ju slušne a pomaly naliali.

Podaktorí ste spomínali aj ostatné fyzikálne zákony, nuž, za tie máte u mňa malé plus, ale také vysvetlenia som nepožadoval (mimochodom, všetky zákony platia, len veličiny budú mať rôzne hodnoty v závislosti na g , ak s gravitáciou súvisia).

Bodovanie: za správnu odpoveď (ohľadom všetkých troch javov) 2 b; za vysvetlenie odpovede ku každému javu po 1 b.

Príklad 3 ♥ 9 (opravoval Michal Priky Prikler)

Ahojte všetci pozorovatelia bleskov! Tento príkladík nebol taký zložitý, no jeho vysvetlenie pozostáva z viacerých bodov. A keďže ste mnohí na niektoré pozabudli, venujme danému problému zopár slov.

- blesk ako taký, trvá iba veľmi krátky okamžik! Loď za tento okamžik prejde iba malú vzdialenosť. Pre zaujímavosť si môžeme spomenúť, že niektoré nákladné lode sa plavia rýchlosťou 10 km/h, čo znamená, že za 1 s prejde takáto loď približne 2,7 m, čo je pomerne málo. A táto vzdialenosť je ešte tým menšia, z čím väčšej diaľky loď pozorujeme. Takže pri menej pozornom pozorovaní sa nám môže zdať, že loď sa nepohybuje.

- zrakový vnem trvá tiež istý čas! Naša zrenica je veľmi citlivý orgán. V tme je viac rozťahnutá, aby mohla absorbovať viac svetla a lepšie zaostríť a naopak pri ostrom svetle je úzka. Takže, ak sa nachádzame v tme a náhle nás osvetlí blesk, zrenica sa nám najprv prispôsobí (zúži) – tento dej my vnímame ako chvíľkové oslepnutie – a potom už vidíme. Čiže vzhľadom na to, že samotný blesk trvá krátko a ešte z tohto času nám zaberie chvíľku zrakový vnem (kým informácia o zmene príde do mozgu;), tak osvetlenú loď uvidíme ozaj iba kratulinký okamih! Mimochodom, v múdrych knihách sa môže človek dočítať, že ľudské oko je schopné za 1 s vnímať až 20 – 30 obrazov ;)

- tzv. „zotrvačnosť oka“! Osvetlený objekt uvidíme ešte aj krátko chvíľu po tom, ako blesk zanikne. Ide totiž o to, že oko obnovuje aktuálny obraz s frekvenciou cca 20 obrázkov za sekundu a naša zrenička sa nám musí opäť prispôbiť na tmu, a teda oko si ešte chvíľu zachová svoj posledný obraz.

Bodovanie: za uvedenie si krátkosti blesku a reálnej veľkosti dráhy prejdenej loďou za daný okamih 2 b; za uvedenie si doby zrakového vnemu, prispôsobenie zreničky a prenos informácie do mozgu 2 b; za uvedenie si „zotrvačnosti oka“ 1 b.

Príklad 4 ♥ 7, 8, 9, T, K (opravoval Andrej Vojtko)

Toto bol vo svojej podstate ľahký príklad. A aký ľahký bol, tak toľko z Vás ho aj správne vyriešilo. Keď sa na naše zariadenie pozrieme, zistíme, že podľa Pascalovho zákona alebo princípu spojených nádob sa tento príklad dá najjednoduchšie a najelegantnejšie počítať tak, že si najskôr predstavíme situáciu, keď je zariadenie v rovnováhe. Vtedy platí, že tlak vo všetkých miestach nádoby (aj keď sa jedná o spojené nádoby) je rovnaký:

$$\begin{aligned} p_1 &= p_2 \\ F_1 / S_1 &= F_2 / S_2 \\ m_1 \cdot g / S_1 &= m_2 \cdot g / S_2 \\ m_1 &= m_2 \cdot S_1 / S_2 \end{aligned}$$

A už máme výsledok, ktorý krásne vyjde rovných 100 kg. Ale ako je napísané vyššie, keby sme tam položili 100 kg závažia, tak by bola sústava v rovnováhe. Takže treba o niečo viacej ako 100 kg. Ale nie 101 kg ani 100,1 kg. Stačí skutočne veľmi malé množstvo, ktoré sa matematicky ťažko vyjadruje. Mne stačilo, ak ste toto napísali, alebo napísali, že hmotnosť závažia je väčšia ako 100 kilogramov. Tam je v podstate zahrnutá aj tá najnižšia možná hmotnosť závažia.

Bodovanie: 5 b za úplne správne riešenie; -0,2 b za to, že ste napísali, že stačí závažia s hmotnosťou 100 kg; -0,2 b za nenapísanie princípu, na ktorom zariadenie funguje; -0,1 b za číselnú chybu; ostatné - individuálne.

Príklad 5 ♥ 8, 9, K (opravoval Martin Logik Lauko)

Trpaslíci budú radi. Skoro všetci ste im totiž správne poradili, že vodu treba pustiť rýchlosťou 0,1 l/s. Ale všetko treba aj pekne vysvetliť a zdôvodniť. Vždy najskôr všeobecne a potom pre

zadané hodnoty... . Poďme na to, ako to malo byť?!

Označme si Q ako tepelnú energiu, ktorú prijme voda. Táto musí byť rovnako veľká ako energia odovzdaná ohrievačom (tepelné straty zanedbávame) – teda súčin výkonu P a času $t = 1$ s. Platí: $Q = P \cdot t$.

Vychádzať budeme z kalorimetrickej rovnice $Q = m \cdot c \cdot \Delta T$, kde $m = V \cdot \rho$ je hmotnosť vody, c merná tepelná kapacita a $\Delta T = 40 - 18 = 22^\circ\text{C}$ teplotný rozdiel.

Teda máme $Q = m \cdot c \cdot \Delta T = P \cdot t$, po dosadení $V \cdot \rho \cdot c \cdot \Delta T = P \cdot t$, upravíme $V/t = P/\rho \cdot c \cdot \Delta T$. Označme si x hľadaný prietok, potom $x = V/t$, teda $x = P/\rho \cdot c \cdot \Delta T$. Z toho po dosadení $x = 0,0001 \text{ m}^3/\text{s}$ (dosadzujeme v základných jednotkách), premeníme $x = 0,1$ l/s. A máme, čo sme chceli.

Mohli sme to riešiť aj cez energiu na 1 kg vody a výpočet času 10 s. Výsledok to však nezmení. Prajem Vám pekné prázdniny a tešte sa na Pikofyz opäť v septembri... ;)

Bodovanie: za vychádzanie z kalorimetrickej rovnice 1,5 b; 0,5 b za všeobecné vyjadrenie neznámej veličiny; za správny výsledok 1 b; za dostatočný slovný komentár max. 2 b; za prípadné menšie chyby išlo 0,5 b dole.

Príklad 6 ♥ 9, K (opravoval Peter Pitkin Beňa)

Mnohí ste sa pokúšali premieňať elektrickú energiu na teplo a zohrievať vodu pomocou jednoduchej špirály z drôtu. To je síce správna úvaha, ale v prípade, že by bol výkon elektrárne malý, tak by sa väčšie množstvo vody mohlo veľmi dlho zohrievať a tiež by sa dosť rýchlo chladilo vzduchom. Ale ak by sme zohrievali malé množstvo vody, mohlo by to výjsť.

Druhý spôsob bol veľmi zaujímavý. Išlo o to, že by sme malé ľahké závažie zavesili na dlhú nitku a nechali myšku túto nitku navíjať (priviazali by sme nitku o koliesko). Malé závažie by začalo rýchlo stúpať a za určitý čas t by stúplo o výšku h . Rozdiel polohovej energie E_p po zdvihnutí a pred zdvihnutím by sa vlastne rovnal vykonanej práci W . Polohovú energiu vieme vypočítať zo vzťahu $E_p = m \cdot g \cdot h$. Ak by sme teda poznali prácu a čas (na meranie potrebujeme stopky, meter a váhy, čo by trpaslíci mohli mať), výkon P vypočítame pomocou vzťahu $P = W/t$.

Bodovanie: 5 b ak sa dal pomocou vášho postupu vypočítať výkon elektrárne; – 0,5 b za mierne nepresnosti, ktoré však neovplyvnili výsledok; –1 b až –2 b, ak sa k výkonu dopracovať nedalo, ale všetkým sa našťastie podarilo nájsť spôsob, ako výkon myšky zistiť.

Príklad 7 ♥ 7, 8, 9, T, K (opravoval Peter Petřík)

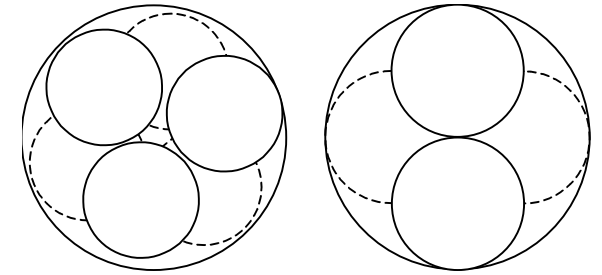
Úlohou bolo zostrojiť si slnečné hodiny. Najprv zapichnúť špajdlu do plastelíny pod nie kolmým uhlom a potom vždy zaznačiť tieň. Čím viac značiek, tým presnejšie hodiny. Teda, slnečné hodiny by mali byť na slnku :) a mali by byť natočené na smer juh-sever. Čím je tyč dlhšia, tým je tieň a oblúk s číselnými hodnotami dlhší a teda hodiny sú presnejšie. Kolmý sklon nie je ideálny, lebo potom sa okolo poludnia nedá zistiť čas. Takisto úplne pri zemi. Teda výhodný uhol je niečo medzi tým. Čiže hodiny sú nepresné vtedy, keď máme čiarky z iného nastavenia sklonu a vtedy treba naznačiť nové čiarky. Hrúbka tyče: čím je tyč tenšia, tým je užší tieň a lepšie sa dá určiť čas. Keď nasmerujeme špajdlu smerom na Polárku, tak na krátke obdobie budú vzdialenosti na ciferníku rovnomerné.

Bodovanie: 1 b za pokus alebo zostrojenie hodín; 0,5 b za sklon – tyč nie kolmo; 0,5 b za presnosť v závislosti od sklonu; 0,5 b za dĺžku tyče – nezmení presnosť; 1 b za dĺžku tyče – zmení presnosť; 1 b za hrúbku tyče + viac značiek na ciferníku; 1 b za rozdelenie značiek na ciferníku.

Príklad 8 ♥ 7, 8, 9, T, K (opravovala Majka Hanulová)

Na začiatok odhadneme rozmery pohára a pingpongovej loptičky. Rozmery pohára približne odmerané pravítkom sú: výška 15 cm a priemer 8 cm. Obvod loptičky som zmerala nitkou (pomohla mi drážka na obvode). Je to asi 12 cm, takže priemer loptičky je asi 4 cm. Načim vymyslieť spôsob, ako loptičky čo najšikovnejšie poukladať. Ak ukladám jablká do debničiek, najviac sa ich zmestí, ak vždy tri navzájom sa dotýkajúce jabĺčka tvoria trojuholník. Ďalšie poschodie uložím rovnako, len každý jablčkový trojuholník je otočený o 60° – aby jabĺčka v druhom poschodí zapadali do dier prvého poschodia. No pohár má príliš malý priemer na to, aby som loptičky mohla ukladať

takto – na jedno poschodie sa zmestia len dve. No nič to, budeme mať dvojloptičkové poschodia. Koľko takýchto poschodí sa zmestí do pohára? Najprv musíme odhadnúť, koľko miesta ušetríme tým, že poschodia do seba zapadajú. Stredy loptičiek v dvoch poschodiach tvoria pravidelný štvorsten (na obrázku).



Vzdialenosť poschodí (stredov loptičiek v poschodiach) je vzdialenosť strán štvorstena AB a CD. Vypočítam ju ako výšku hrubo vyznačeného trojuholníka (pomocou Pytagorovej vety). Tí, ktorí to

ešte nevedia, môžu vzdialenosť poschodí odhadnúť – rozumné sú odhady tak okolo $2/3 \cdot d$ (d je priemer loptičky), teda druhé poschodie zapadá asi $1/3 \cdot d$ do prvého poschodia. Z toho spočítame, že do fľaše sa zmestí 5 poschodí ($4 \text{ cm} + 4 \cdot 2/3 \cdot 4 \text{ cm}$), to je spolu 10 loptičiek. V skutočnosti sa mi do fľaše podarilo napchať 11 loptičiek (šla by aj dvanásť, ale tá už trčala von). Od jedného pingpongového odborníka menom Lukáš som sa dozvedela, že staršie loptičky môžu mať priemer 3,5 cm. V takom prípade sa na jedno poschodie zmestia tri a vzdialenosť poschodí je $0,8 \cdot d$, teda ušetrím $0,2 \cdot d$. Do fľaše sa zmestí 5 poschodí ($3,5 \text{ cm} + 3 \cdot 2,8 \text{ cm}$), čo je pätnásť loptičiek. Vymysleli ste vcelku pekné a rozumné spôsoby odhadovania, len niektorí ste prudko podcenili veľkosť loptičiek.

Bodovanie: 1 b za rozumný výsledok; 2 b za rozumný spôsob odhadovania; 2 b za vymyslenie rozumného spôsobu ukladania loptičiek a rozumného odhadu veľkosti loptičiek a pohára.

Príklad 9 ♥ 7, 8, 9, T, K (opravoval Michal Priky Priklér)

Ďakujeme pekne všetkým, ktorí nám zaslali svoje úprimné odpovede na nepovinnú 9. úlohu. Táto úloha síce nebola hodnotená, no každý máte za ňu u nás veľké plus ;). Vaše odpovede sú pre nás akýmsi zrkadlom, ktoré nám prezradí, ako sa Vám páčila ďalšia časť Pikofyzy - či bola obtiažnosť príkladov prijateľná alebo až príliš náročná, čo sa Ti na danej časti najviac páčilo, či naopak nepáčilo a pod. Ak nám chceš ešte čokoľvek povedať, môžeš tak kedykoľvek spraviť. Stačí napísať už na známu adresu: PIKOFYZ; P-MAT, n. o.; P. O. Box 2; 814 99 Bratislava 1 alebo mailom na adresu: pf@p-mat.sk.

POZOR!!! Viacerí ste spomínali, že ste už deviataci alebo kvartania a že Vám bude za Pikofyzom ľúto. Ale nebojte, nič nie je stratené! Existuje podobný korešpondenčný fyzikálny seminár aj pre stredné školy! Zmení sa pre Vás iba názov seminára – FKS (Fyzikálny Korešpondenčný Seminár) a adresa, na ktorú budete posilať svoje riešenia – FKS, KZDF FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava. Viac informácií nájdeš na internetovej stránke: www.fks.sk, na ktorej nájdeš aj aktuálne zadania. Ak nemáš prístup k internetu, môžeme Ti aktuálne zadania FKS na požiadanie poslať.



Želáme Ti príjemné a na zážitky bohaté prázdniny... poriadne si oddýchni, načerpaj nové sily (aj do ďalšieho riešenia :) a preži čo najviac skvelých chvíľ.