

Vzorové riešenia 2. série zimnej časti

Príklad V 2. 1 ♥8,9,K (opravoval Peter Pitkin Beňa) ⇒ druhá šanca!!!

Väčšina z vás si uvedomila, že by sa náš príklad s trubicou veľmi ťažko počítal, keby sa výšky hladín vody a benzínu stále pohybovali a menili. Tak tam asi bude existovať nejaká rovnováha. Nakoľko sa tento príklad dostal do druhej šance, skúste ešte porozmýšľať, aká. Tiež by ste mohli pouvažovať nad vplyvom atmosférického či hydrostatického tlaku. Pani učiteľky sa v škole spýtajte (alebo si nájdite v tabuľkách): na hustotu benzínu, lebo ste počítali až so šiestimi hustotami tej istej látky. Dajte si tiež pozor na to, že príklad mal dva výsledky. Niektorí ste nevyočítali všetko, čo ste mali. A tiež bude lepšie, keď začnete písať postupy a komentáre ako niektorí usilovní z vás, u ktorých sa dalo ľahšie zistiť, čo je výsledkom, ktorej úlohy. Nie vždy bolo totiž jasné, čo je výsledok. Veľa šťastia v druhej šanci!

Bodovanie: 1 bod za zistenie dôležitosti tlaku (0,2 bodu ak ste iba zistili, že tlak má vplyv na výšku hladín); po 1 bode za vzťahy na výpočet výšok hladín vody a benzínu, z čoho 0,3 bodu za výsledok; 0,5 bodu za spôsob zistenia rozdielov hladín a 0,5 bodu za správne výsledky; strhávalo sa po 0,2 bodu, ak chýbali vysvetlenia pri odôvodnení vzorcov alebo vysvetlenie dôležitosti tlaku.

Príklad V 2. 2 ♥9 (opravovala Irinka Malkin)

Táto úloha je detektívka. Budeme ju riešiť postupne. Ak ampérmeter nameral niekde v obvode menšiu hodnotu prúdu, než je celková hodnota prúdu, znamená to, že je zapojený do paralelnej vetvy. Pri vetvení obvodu sa totiž prúd rozdelí – do každej vetvy tečie kúsok. V našom obvode sú dve vetvy a v jednej tečie prúd $I_1 = 7$ mA. To znamená, že druhou vetvou tečie prúd $I_2 = 10$ mA – 7 mA = 3 mA. Napätie je na oboch vetvách rovnaké. Preto platí $I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2$; kde R_1 je hodnota odporu prvej vetvy a R_2 je hodnota odporu druhej vetvy. Túto rovnicu môžeme upraviť na tvar $I_1 / I_2 = R_2 / R_1$. Z pomerov prúdov vieme určiť pomery odporov rezistorov. Platí $R_2 = R_1 \cdot 7/3$. Keďže máme k dispozícii iba po jednom z rezistorov s odporom 100 Ω, 200 Ω, 300 Ω a 400 Ω vidíme, že $R_1 = 300$ Ω a $R_2 = 700$ Ω. Teraz je dôležité si uvedomiť, že tejto požiadavke vyhovujú dve riešenia: jedna možnosť je zapojiť do prvej vetvy rezistory s odpormi 100 Ω a 200 Ω a do druhej 300 Ω a 400 Ω a druhá možnosť je zapojiť do prvej vetvy rezistor s odporom 300 Ω a do druhej vetvy zvyšné tri.

Bodovanie: za komentár 0,5 b; za správne rovnice 1,5 b; za nájdenie jedného riešenia 1 b; za nájdenie ďalšieho riešenia 1 b.

Príklad V 2. 3 ♥8,9,K (opravovala Katarína Kajčí Behuliaková)

Základom celého riešenia bolo nakresliť si obrázok so všetkými silami, ktoré poznáme. Celá sústava sa nepohybuje. To znamená, že je v rovnováhe a musí platiť, že sila na jednej strane kladky je rovnaká ako na druhej, $F = F_1^*$. Podobne to platí aj na páke a sila F_1 je rovnako veľká ako sila F_1^* (pre zaujímavosť si premyslite, čo sa stane, ak zatlačím ešte viac tam, kde je sila F_1). Ďalej ešte vieme, že $F_2 = F + F_1^*$.

$$F_2 = 2 \cdot F$$

$$F_2 = 2 \cdot 20 \text{ N} = 40 \text{ N}$$

Zo školy vieme, že $F = m \cdot g$; kde g je gravitačná konštanta. Jej hodnota je asi 10 N/kg (presnejšie si to nájdete v tabuľkách.)

Podme teraz vyrátať hmotnosť m_2 telesa zaveseného na kladke.

$$F_2 = m_2 \cdot g$$

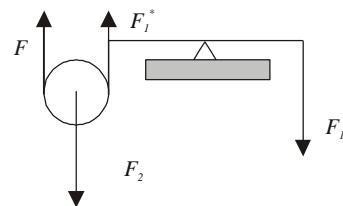
$$m_2 = F_2 / g$$

$$m_2 = 40 / 10 \text{ kg}$$

$$m_2 = 4 \text{ kg}$$

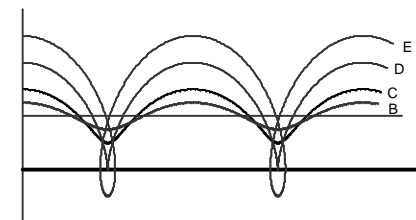
A hmotnosť telesa položeného na páke bude 2x menšia než hmotnosť toho zaveseného na kladke, teda 2 kg.

Bodovanie: 5 bodov za celé riešenie; 2 body za riešenie, pri ktorom ste sčítali sily idúce dole a dali ich do rovnosti so silami smerujúcimi nahor ($F_2 + F_1 = F$). Tu bol problém v tom, že sila F_1 na kladke vlastne smeruje nahor. Tu vyšiel výsledok o polovicu menší $m_2 = 2$ kg, $m_1 = 1$ kg; za nesprávne riešenie, kde bol len zlý výsledok bez postupu 0 až 1 bod.



Príklad E 2. 4 ♥7,8,T, K (opravovala Majka Hanulová)

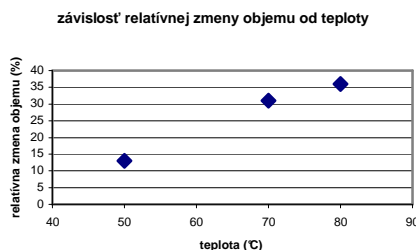
Tento príklad zvládli takmer všetci skvele a vyšli vám pekne a zaujímavé obrázky dráh bodov kotúlajúceho sa kolesa. Niektorí ste nenakreslili všetky body, čo bolo treba a niektorí ste zase nenakreslili nič, len ste dráhy načrtli. Všetkým, ktorí nemali obrázky alebo ktorých obrázky vyzerali trochu ináč, ako by mali, venujem tento obrázok. Nevznikol kotúľaním kolieska a kreslením bodov, ale je nakreslený počítačom. Krivka, ktorú kreslia body na kolese, sa totiž dá matematicky popísať. Keď budete starší a dozviete sa niečo o otáčavom pohybe a niektorých matematických funkciách, budete vedieť predpis (rovnicu) na takúto krivku odvodiť. Ešte pár otázok na zamyslenie do budúca: 1.) iste ste si všimli, že dráhy rôznych bodov nie sú rovnako dlhé. Ako je to možné? 2.) z tvaru krivky sa dá zistiť smer pohybu bodu v ľubovoľnom okamihu. Akým smerom sa hýbe bod E, keď prechádza po slučke v spodnej časti svojej dráhy? Bod A leží na osi kolesa, body B a C vnútri kolesa, bod D na okraji kolesa a bod E mimo neho.



Bodovanie: za nakreslenie všetkých bodov, ktoré sme chceli, 5b; za chýbajúci bod -1b; za ináč pochopené zadania do 2b; za nenakreslené, len načrnuté krivky (bol to experimentálny príklad, takže nás zaujímajú výsledky) 3b;

Príklad E 2. 5 ♥7,8,9,T,K (opravoval Michal Priky Priklér)

Zdravím všetku omladinu! Záhada scvrkávajúcej sa fľaše je vyriešená. Síce nie všetci ste dokázali správne záhadu preveriť, no ... pre tých pár nešťastlivcov je tu pekný vzoráčik :). Na začiatok troška teórie, ktorá nikdy neuškodí. Všetci azda vieme, že látky so zmenou teploty menia aj svoj objem, čo je zapríčinené zmenou vnútornej energie telies – teda kmitaním častíc. Zvyčajne s narastajúcou teplotou látky svoj objem zväčšujú. Takýto jav sa nazýva teplotná rozťažnosť a tá je najväčšia u plynov, čo je dôležité vedieť pre náš príkladík. No prejdme hneď k experimentu. Použil som tri 1,5 litrové umelohmotné fľašky, pričom som do nich nalieval iba 1 l vody s rôznymi teplotami (50° C, 70° C, 80° C). Teda na začiatku som mal vo fľaške vždy 500 ml vzduchu. A ja som chcel zistiť jeho objem po ustálení teploty vody na izbovú teplotu. Ten som meral pomocou vedierka a odmerného valca. Najprv som si napustil do fľaše vlažnú vodu a vedro som napustil do troch štvrtín. Fľašu som vložil do vedra a zaznačil si zmenu hladiny. Potom som to zopakoval aj s fľašami s danými teplotami vody po ustálení. A pomocou odmerného valca (dolievaním) som zistil zmenu objemu pri každej teplote a zaznačil do tabuľky. A už len vyrátať relatívnu zmenu objemu ($\Delta V_{re} = [V_1 - V_2] / V_1 = \Delta V / V_1$), s čím mali mnohí z vás problémy.



teplota	pôvodný objem	zmena objemu	rel. zmena objemu
50° C	500 ml	65 ml	13 %
70° C	500 ml	150 ml	30 %
80° C	500 ml	180 ml	36 %

Teda sme zistili, že závislosť relatívnej zmeny objemu vzduchu vo fľaši od teploty vody vo fľaške je lineárna (jej graf je priamka).

Z troch bodov to síce ťažko zistiť, no z teórie to vyplýva. Samozrejme sme zanedbávali deformáciu fľašky – k tej dochádza až pri väčších teplotách. A mnohí z vás ešte robili tú chybu, že ráтали s tým, že sa zmení aj objem vody, čo je chybná úvaha. Voda pri týchto teplotách a tlakoch mení svoj objem len veľmi málo. Trocha sa z nej odparí, no to je zanedbateľné. Detailisti to prípadne mohli spomenúť v diskusii a odhade odchýlky. To ja asi nateraz všetko, tak sa majte krásne a snažte sa!!!

Bodovanie: za správne uskutočnenie a zdokumentovanie experimentu 2,5b; za teoretické zdôvodnenie javu 1b; za správne určenie relatívnej zmeny objemu a za odpoveď 1b; ±0,5b za detaily :).

Príklad E 2. 6 ♥7,8,9,T,K (opravoval Stano Gunár)

Ahojte! Bolo treba zistiť, aký je najlepší spôsob hádzania pre rôzne tvary predmetov a prečo to tak je.

Ako už viete, pri zanedbaní odporu vzduchu sa najefektívnejšie hádže pod uhlom 45° , s odporom vzduchu pod uhlom 51° . Pre predmety ako menšie kamene, jablko, mobil (ten prosím už nikto neskúšajte), a ... jednoducho pre predmety, ktoré sa dajú dobre chytiť do ruky a majú obľúbený tvar, čiže majú malý odpor vzduchu, je najlepším spôsobom hod zhora, úplne normálne. Pre ťažšie predmety podobného tvaru (hmotnosť záleží na každom osobitne – na tom, akí sme silní) je najlepší guliarsky spôsob a pre ešte ťažšie veci hod oboma rukami od prs. Pre podlhovasté predmety, napr. dlhá palica, väčší konár, metla a i. je najlepší oštepársky spôsob, pretože keď predmet hodíme tak, aby nerotoval, ale rovno letel, najlepšie preráža vzduch. Kratšie podlhovasté predmety, napr. krátku palicu, treba chytiť za jeden koniec a hodiť s čo najväčšou rotáciou, aby sme využili aj odstredivú silu. Toto dokážeme najlepšie zhora, ale skoro rovnako efektívny je aj hod z boku. Veci, ktoré sú vcelku ťažké a dokážeme ich uchopiť dosť ďaleko od ťažiska, napr. rýľ, rifle, ... je najlepšie hádzať kladivárskym spôsobom. Čiže chytiť ich za jeden koniec a roztočiť s ňimi, čím maximálne využijeme odstredivú silu. Ostávajú už len veci úplne nevhodné na hádzanie, t.j. sveter, uterák, plachta, ... tie treba samozrejme hádzať čo najviac pokrčené, aby mali čo najmenšiu plochu a tým sa snažiť zmenšiť odporovú silu, ktorú im vzduch kladie. Spôsob, ktorý si zvolíme, nie je až taký podstatný. Skoro rovnaké výsledky prináša hod zhora, ale aj oboma rukami od prs, aj z boku. Je to preto, že tieto veci majú príliš veľký odpor vzduchu, takže vždy rýchlo zabrzdia. Predmety ako bumerang, lietajúci tanier, papierové lietadlo, list papiera sú úplne zlý výber pre tento experiment, pretože ich tvar im zabezpečuje možnosť letu pri nejakom špeciálnom spôsobe hodů a to nám do výsledkov vnáša systematické chyby.

Bodovanie: 3 body za experiment, t.j. za 5 predmetov hádzaných tromi spôsobmi (pri menšom počte predmetov alebo spôsobov som strhával body); 2 body za správnu diskusiu a bonus 0,5 bodu za uvedenie odporu vzduchu ako jedného z hlavných činiteľov; 0,5 bodu pre tých, čo sa naozaj snažili a hádzali viac krát, ako 5x3; 0,5 bodu za výber predmetov s rovnakou hmotnosťou a 0,5 bodu za grafy a celkové spracovanie.

Príklad V 2. 7 ♥7,T (opravovala Baška Trubenová)

Milé deti :-). Veľmi ste ma potešili skvelými riešeniami a dúfam, že niektorých som potešila aj ja. Pre tých, ktorým nejaký ten bodík unikol, poskytnem tu na porovnanie ozaj pekné riešenie Katky Baxovej.

Možno ste si už poniektorí vyskúšali veslovanie a viete, že proti prúdu rieky sa ide oveľa pomalšie ako po prúde. Je to spôsobené tým, že voda vás unáša so sebou a aj keď veslujete rovnako rýchlo (voči vode), oproti brehu je vaša rýchlosť rozdielna.

Označme si rýchlosť lodí v a rýchlosť rieky v_r . Vieme, že loď Martin išla proti prúdu rýchlosťou $(v - v_r)$ 1 hodinu a po prúde $(v + v_r)$ 2 hodiny, loď Žilina po prúde $(v + v_r)$ 1h a proti prúdu $(v - v_r)$ 2h.

Môžeme si zostaviť rovnice: $(v - v_r) \cdot 1 + (v + v_r) \cdot 2 = 65$
 $(v + v_r) \cdot 1 + (v - v_r) \cdot 2 = 55$

Z toho zistíte, že $v = 20$ km/h a $v_r = 5$ km/h.

Pohyb lodí si môžeme rozdeliť na dve časti: vzdalovanie sa – trvalo 1 hodinu (dúfam, že vám je všetkým jasné že počas tejto 1h sa nestretnú :) a približovanie sa (až kým sa stretnú), ktorého čas nepoznáme. Po prvej časti budú od seba vzdialené: $s = s(\text{Martin}) + s(\text{Žilina}) = (v - v_r) \cdot 1 + (v + v_r) \cdot 1 = 15 + 25 = 40$ km. Teraz sa obe lode otočia a začnú sa k sebe približovať. Vieme, že musia prejsť 40 km a že pôjdu rovnaký čas t .

$s = s(\text{Martin}) + s(\text{Žilina}) = (v + v_r) \cdot t + (v - v_r) \cdot t$, teda $40 = t \cdot (25 + 15)$, čiže $t = 1$ h.

Stretli sa 1 hodinu od miesta obrátenia, tam im to trvalo tiež 1 hodinu, čiže lode Martin a Žilina sa stretli $1 + 1 = 2$ h po vyplávaní z prístavu. Mimochodom 10 km od prístavu smerom po prúde.

Bodovanie: Za dobrý výsledok aj s vysvetlením som vás obdarila 5 bodmi; ak ste trošku pokrívkali v odôvodnení, prečo práve 2 hodiny, prípadne ste naň prišli metódou pozriem – vidím, prišli ste o 0,5 – 1 bod; a ak ste príklad trochu inak pochopili, ale čosi ste tam vypočítali a vysvetlili, mohli ste získať 3,5 – 2 body; tí, ktorí na niektoré veci prišli dosadzovaním, alebo nenapísali nič o rozdielnych rýchlostiach proti a po prúde si zaslúžili 3 – 2 body; a tí zvyšní, nuž, podľa toho, čo tam napísali.

Príklad V 2. 8 ♥7,T (opravovala Majka Hanulová) ⇒ druhá šanca!!!

Pre veľký úspech máte príležitosť riešiť tento príklad ešte raz – postupuje do druhej šance. Takmer všetci ste zvládli vypočítať, že objem kocky so stranou 10 cm je 1000 cm^3 a keby bola celá oceľová, mala by hmotnosť 7800 g. Potom ste väčšinou odčítali 7737,6g od 7800 g a vyšlo vám 62,4 g. No tu niektorí spravili zásadnú chybu, lebo

usúdili, že 62,4 g je hmotnosť vzduchovej bubliny. Pri počítaní s hmotnosťou vzduchu nezabudnite, že vtedy hmotnosť vzduchu prispieva k hmotnosti kocky. A bublina je v strede kocky, takže aj na jednej aj na druhej strane má oceľovú stenu. Tak, viac už neprezradím. Nezabudnite sa na konci zamyslieť, či má význam s hmotnosťou vzduchu počítať. Je to totiž zložitejší výpočet ako bez vzduchu. Oplatí sa ho robiť, vzhľadom na rozdiel medzi oboma výsledkami?

Bodovanie: celé riešenie aj so zamyslením sa nad dôležitosťou hmotnosti vzduchu 5 b; 4 b, ak ste nad vzduchom neuvažovali; 4,5 b ak ste zle spočítali dĺžku hrany kocky, ale ináč to bolo v poriadku; za počítanie len so vzduchom alebo len bez vzduchu 3 b; ak ste si mysleli, že 62,4 g je hmotnosť vzduchovej bubliny 2 b.

Príklady z druhej šance predchádzajúcej série:

Príklad M 1. 3 ♥9 (opravovala Majka Hanulová)

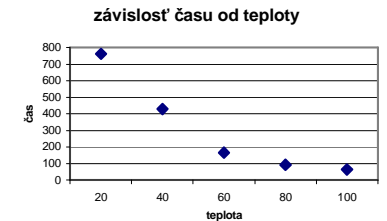
Na preskočenie kozy sa musíme odraziť tak silno, aby telo nadobudlo dostatočnú rýchlosť. Čo je to dostatočná rýchlosť? Zistíme to z takejto úvahy: Na zemi má človek istú potenciálnu energiu, nazveme ju E . V najvyššom bode skoku má potenciálnu energiu $E + mgh$ (h je výška, v ktorej je človek a m je jeho hmotnosť) a kinetickú energiu $mv^2/2$ (v je rýchlosť, ktorou sa človek pohybuje vodorovne dopredu). Má teda o $mgh + mv^2/2$ väčšiu energiu ako na zemi. Odkiaľ sa táto energia zobrala? Človek ju nadobudol prácou svojich vlastných svalov. Práca svalov sa pri odraze zmenila na kinetickú energiu (z nej vieme zistiť, aká rýchlosť je potrebná pri odraze) a tá sa ďalej menila na potenciálnu. Teraz o mostíku. Mostík na skákanie je pružný. Správa sa ako pružina, keď ho stlačíme, znova sa vystrie. Stláčaním doň ukladáme energiu, ktorá sa potom použije na jeho vystretie. Pri dopade na mostík má človek istú energiu, tú odovzdá mostíku a mostík mu ju zase vráti, takže človek z mostíka vyletí rovnako veľkou rýchlosťou ako naň dopadol. Rýchlosť bude mať len iný smer. Ak sa človek pri odlete z mostíka aj odrazí, bude mať ešte väčšiu rýchlosť. Energie, ktoré vložil do oboch skokov, sa sčítajú. Je to, akoby sa človek pri jednom skoku odrazil dvakrát. No dvakrát sa môžeme odraziť aj od zeme, tak načo nám je mostík? Problém je v tom, že Zem nie je dosť pružná a väčšinu energie, ktorú máme, keď na ňu dopadneme, absorbuje (ukradne nám ju :).

Bodovanie: úplné riešenia samozrejme 5 b; skoro úplné riešenia 4 b; ak ste písali o pružnosti mostíka okolo 3 b; ak ste napísali, že mostík znásobí silu odrazu 2,5 b; za popis deja bez fyzikálneho vysvetlenia do 2 b.

Príklad E 1. 7 ♥7,8,T,K (opravoval Michal Priky Priker)

Ahojte čajovníci! O kvapalinách vieme, že sa skladajú z častíc, ktoré sú v neustálom chaotickom pohybe. Kinetická energia týchto pohybujúcich sa častíc je priamo úmerná teplote kvapaliny. V našom prípade takto chaoticky sa pohybujúce častice narážajú do vrecúška s čajom (tiež zložené z častíc) a jeho obsah (jeho častice) odtiaľ vyrážajú. Tak dochádza k efektu zafarbenia – vyluhovania. Tento jav – prenikanie častíc jednej látky medzi častice druhej látky sa tiež nazýva difúzia. No prejdime k experimentu. Ako nádobu som použil sklenenú misku tvaru valca s priemerom 20 cm. Odmerným valcom som do nej nalial 1 l vody. A potom som už vodu vždy len zohrial na vopred stanovenú teplotu! Postupoval som podľa zadania a všetko som si zaznamenal do tabuľky, z ktorej je očividné, že doba trvania difúzie s rastúcou teplotou vody nerovnomerne klesá (klesá, no stále pomalšie).

teplota (°C)	čas (sek)
20	761
40	429
60	166
80	92
100	64



Bodovanie: za úvodnú teóriu a vysvetlenie prebiehajúceho deja 1,5 b; za tabuľku (graf) s viacerými nameranými hodnotami 2,5 b; za správnu odpoveď s odôvodnením 1 b a samozrejme $\pm 0,5$ b za dáke nepresnosti alebo postrehy.