Vzorové riešenia 3. série zimnej časti

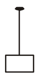
Príklad V 3. 1 ♥ 9 (*opravoval Peter Pitkin Beňa*)

Vieme, že svetlo sa šíri priamočiaro, pokým sa pohybuje v rovnakom prostredí a od ničoho sa neodrazí. V našom labyrinte sú umiestnené zrkadlá. Poznáme Snellov zákon, ktorý hovorí, že uhol dopadu sa rovná uhlu odrazu. Pôdorysom každej miestnosti je štvorec a o štvorci vieme, že jeho strany zvierajú s jeho uhlopriečkami uhol 45°. Lúč nám vchádza do bludiska rovnobežne s dlhšou stenou a preto bude uhol dopadu na zrkadlo 45°. Uhol odrazu bude podľa spomínaného zákona tiež 45° a to teda znamená, že sa lúč bude lámať pod uhlom 45° + 45° = 90°. Lúč teda vyjde z miestnosti rovnobežne s kratšou stenou labyrintu, čo je rovnaký prípad ako predtým. Lúč sa bude lámať len pod pravým uhlom. Môžeme umiestniť len jedno zrkadlo, ktoré odrazí lúč na iné zrkadlo, z ktorého sa dostane lúč po niekoľkých odrazoch na O2. Nakreslíme si dráhu lúča až po H1, kde sa odrazí naspäť. Ak si druhou farbou nakreslíme druhý lúč vchádzajúci na O2, nájdeme všetky miestnosti, do ktorých môžeme umiestniť naše zrkadlo. Ak sa nám lúče nestretnú ani v jednej miestnosti, riešenie neexistuje. Našťastie sa nám stretli až v dvoch miestnostiach – na H3 a I2. Škoda však, že mnohí z vás našli len jedno riešenie. Tiež bolo veľa takých, ktorí nenapísali prečo sa lúč láme len pod pravým uhlom, aj keď to bolo podstatou celého príkladu.

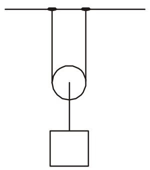
Bodovanie: 1 bod za to ak ste použili zákon o uhle lomu a 0,5 boda za vysvetlenie prečo ste ho použili; 1 ak sa vám lúč pohyboval cez správne miestnosti; po 1 bode za každé riešenie; a ešte 0,5 boda ak bol váš logický postup dobrý.

Príklad V 3. 2 ♥ 8, 9, K (*opravovala Barbora Baška Trubenová*)

Milá mládež! Možno ste si všimli, že tento príklad vyzeral až podozrivo jednoducho. Tak podozrivo, že niektorí z vás tomu neverili a zbytočne si ho skomplikovali. Bolo vám povedané, že sústava je v rovnováhe (tí, ktorí to pre istotu skontrolovali, ma veľmi potešili a možno aj ja ich, nejakým tým bodíkom naviac), teda vždy na oboch stranách každej kladky pôsobí rovnaká sila. Preto ak chceme zistiť, akou silou bol napínaný špagát v bode A (nad 1kg-ovým závažím),



môžeme si namiesto celej tej komplikovanej sústavy predstaviť obyčajné závažie pripevnené na nejaký pevný bod (pozri obrázok). Teraz sa vám možno zdá jasnejšie, že sa nebude nič sčitovať či prenášať, bude tu pôsobiť jediná sila a to gravitačná: $F = F_g = m.g \approx 10$ N. Pre výpočet druhej sily si môžeme sústavu zjednodušiť na kladku visiacu na dvoch lankách (pozri obrázok). Vieme, že kladka má na sebe závažie 2 kg. Teda: F_g je 20N. Táto sila sa rozdelí na obe lanká rovnako, teda budú napínané tiež silou: $F = 10$ N.



Tak a to je celá veda.

Bodovanie: 0 – 3 b získali tí, ktorí trochu chaosili s prenášaním hmotností či nevedia celkom ako fungujú kladky; 3,4 – 3,8 b bolo za počítanie s opačnou silou; zvyšok za viac–menej správne riešenia s drobnými chybičkami a 0,5 – 1 b navyše sa dal získať za pekné zdôvodnenie, prečo je sústava v rovnováhe.

Príklad V 3. 3 ♥7, T (*opravovala Barbora Baška Trubenová*)

Tento príkladík bol ľahučký a tak ste ho hravo zvládli. No pre tých, ktorým sa tento príklad podaril trochu menej dobre ukážeme následovné správne riešenie. Vieme, že autíčka išli z Bukovky do Dubovky, teda dráhu *s*, ktorá je pre obe rovnaká. Ďalej vieme, že prvé sa pohybovalo rýchlosťou $v_1 = 17{,}5$ m/s a prišlo za čas *t* a to druhé rýchlosťou $v_2 = 15$ m/s a prišlo o 10 min. neskôr, teda za čas: $t + 10$ min $= t + 600$ s. Všetci iste viete, že dráha je priamo úmerná času a rýchlosti, t.j. po ľudsky povedané: $s = v.t$. A to je už všetko, čo k nášmu príkladíku potrebujeme. Môžeme si teda zostaviť rovnicu: $s = s \Rightarrow v_1.t = v_2.(t + 600)$, z ktorej po vypočítaní zistíte, že $t = 3600$s = 1h. A keďže už vieme, že prvé auto prišlo o 9.00 a išlo 1h, je nám jasné, že štartovalo o 8.00 hod.

Bodovanie: 5 bodov bolo za správny postup a 0,5 – 1 b dolu za drobné chybičky.

Príklad M 3. 4 ♥ 7, T (*opravovala Elenka Malkin*)

Je zrejmé, že skokani skáču na šikmé plochy, aby sa nezabili. Počas skoku pôsobí na skokana iba gravitačná sila, ktorá mení zvislú zložku rýchlosti. Jeho vodorovná zložka rýchlosť sa nemení (ak zanedbáme odpor vzduchu). Keď skokan dopadne na šikmú plochu, bude na neho ešte stále pôsobiť gravitačná sila. Túto silu môžeme rozdeliť na zložku kolmú na svah a na zložku rovnobežnú so svahom. Tá kolmá zložka určí, ako silno bude skokan tlačiť na svah a tá rovnobežná zložka ho bude poháňať dopredu, dole svahom. Okrem gravitačnej sily budú na skokana ešte pôsobiť sila reakcie opory a trecia sila. Sila reakcie opory spôsobí, že lyžiar „neprepadne pod zem“. A trenie spôsobí, že lyžiar začne brzdiť. Keď skokan dopadne na vodorovnú plochu, bude celá gravitačná sila pôsobiť “smerom do zeme“. Už sa nerozloží na kolmú a vodorovnú zložku, lebo bude celá kolmá. A ten dopad bude pre lyžiara oveľa tvrdší. Aj tu pôsobí sila reakcie svahu a trecia sila. Častou chybou vo vašich riešeniach bolo tvrdenie, že skokan po dopade na vodorovnú plochu sa ihneď zastaví. Počas skoku má vodorovnú zložku rýchlosti, a tá sa dopadom nezmení. Trenie medzi lyžami a svahom je tiež príliš malé na to, aby ho hneď zastavilo.

Bodovanie: 1 bod za odpoveď, že skokan by sa dolámal a za snahu o vysvetlenie; 2 až 5 bodov za odpoveď aj s fyzikálnym vysvetlením a za fyzikálne nesprávne úvahy som body strhávala.

Príklad E 3. 5 ♥ 7, 8, 9, T, K (*opravoval Mišo Frenkie Hanula*) **⇒ druhá šanca!!!**

Keď robíte nejaký pokus, úplne najdôležitejšie je spraviť pokus. Znie to samozrejme, ale mnohí na to neprišli. Mali by ste povedať čo vlastne chcete merať, ako to budete merať a prečo si myslíte že ten spôsob merania je dobrý. Ak si myslíte, že nie je dobrý, napíšte, prečo nemáme lepší. Mali by ste povedať, čo ste zmerali nakoľko je to presné a prečo to nemohlo byť lepšie. A ak naozaj chcete urobiť dojem, bolo by dobré na začiatku vymyslieť nejakú rozumnú hypotézu o tom, čo vám vyjde, zdôvodniť ju a na konci sa zamyslieť nad tým, či ste mali pravdu. A vôbec nemusíte písať o tom že ťažisko môže byť aj mimo telesa, napríklad u prsteňa. A ešte pomôcka, viete si predstaviť mínus štvorec?

Bodovanie: 2 body za vysvetlenie pojmu ťažisko; 2 body za uskutočnenie pokusu a ± 1 bod za interpretáciu výsledkov.

Príklad M 3. 6 ♥ 8, 9, K (*opravoval náčelník Roman Kováčik*)

i/ Veľký mravec, ktorý lezie po povrchu valca. Na prvý pohľad by mohlo byť zrejmé, že mravec musí liezť rýchlosťou práve takou, akou ide valec. Ale prečo je to naozaj tak? Predstavme si valec, ktorý sa iba točí, ale stojí na mieste. Pokiaľ chceme, aby sa mravec na obvode nedostal pod valec, musí liezť rovnakou rýchlosťou, ako sa hýbe povrch valca. Povrch valca sa hýbe rýchlosťou: $v = 2\pi r / t$, kde *r* je polomer valca a *t* je čas jedného otočenia valca. No a táto rýchlosť je rovnaká ako rýchlosť valca, ktorý sa valí rovnakou rýchlosťou. Mravec na povrchu valca teda musí liezť rýchlosťou *v*.

ii/ Malý mravec, ktorý lezie po bočnej strane. Tento mravec lezie po kružnici s polovičným polomerom. Za rovnaký čas teda prelezie iba polovičnú dráhu oproti veľkému mravcovi, preto mu stačí rýchlosť $v / 2$.

Bodovanie: skoro všetci ste to mali dobre, ale za nedostatočné vysvetľovanie do – 1 b.

Príklad V 3. 7 ♥ 7, 8, T, K (*opravoval náčelník Roman Kováčik*)

Podstatné je zamerať sa na dva hlavné efekty.

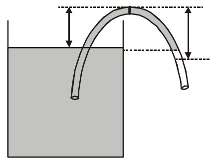
Prvý je stabilita. Strom je po napílení značne nestabilný a stačí malý impulz, aby stratil rovnováhu a spadol nabok. Kolmo dole spadnúť nemôže zo zrejmého dôvodu, nemá ako.

Druhý efekt sa týka domu. Dom je na rozdiel od stromu značne prázdny priestor a konštrukcia (steny, stropy...) sú pospájané. Stačí teda narušiť túto konštrukciu na niekoľkých kľúčových miestach a jednotlivé časti začnú padať pôsobením gravitácie nadol. Po páde sa nižšie uložené poschodia môžu tiež narušiť a takouto reťazovou reakciou sa dom zosype. Na zamyslenie zostáva prípad veľmi vysokých a úzkych domov, resp. veží. Tieto by mohli po narušení spodnej časti začať padať ako strom – nabok.

Bodovanie: za nespomenutie efektov stability a prázdneho priestoru po max. – 1,5 *b.*

Príklad M 3. 8 ♥ 8, 9, K (*opravoval Paľo DK Dravecký*)

Riešenie tejto úlohy je v podstate jednoduché a väčšina z Vás vedela, ako na to. Už v zadaní je napísané, že do hadičky dostaneme nasávaním benzín. Je to spôsobené podtlakom, ktorý vytvoríme vysatím vzduchu spred benzínu v hadičke. Ale to nás až tak nezaujíma. Dôležité je, prečo a za akých podmienok začne benzín „sám“ tiecť. Najprv si musíme uvedomiť, že benzín je ako kvapalina nestlačiteľný, teda nedá sa len tak meniť jeho objem. Takže ak pôjde „kúsok“ benzínu v hadičke jedným smerom, tak za ním bez frflania i do kopca pôjde aj zvyšok, pretože inak by sa tam vytvorilo vákuum a to príroda nemá rada. Teraz nám už ostáva len umiestniť vodu tak, aby aspoň jedna jej časť bola v takej polohe, že by pod vplyvom gravitácie mohla stiahnuť všetku vodu za sebou. To bude vtedy, keď gravitačná sila bude silnejšie pôsobiť na benzín, ktorý chce z hadičky vytiecť (ten v pravej polovici hadičky) ako na ten, ktorý sa chce vrátiť späť do nádrže. A to nastane vtedy, keď v pravej polovici hadičky bude viac benzínu ako v ľavej (samozrejme rátame od hladiny, kde je výsledný tlak nulový). Pozri obrázok. Aby sa toto mohlo stať, musí byť, samozrejme, kanister pod úrovňou hladiny v nádrži.



Bodovanie: body som dával podľa toho, nakoľko správne a jasne ste vysvetlili jav; drobné chyby ako nádoby na rovnakej úrovni či nespomenutie gravitácie Vás stáli nejaké bodíky...

Príklad E 3. 9 ♥ 7, T (*opravovala Elenka Malkin*)

Tento príklad dopadol tak dobre, že ani neviem či treba vzorové riešenie :). Pre pokus si bolo treba najprv zobrať nejakú sklenenú nádobu (aby sme dobre videli, kedy vajíčko začne plávať). Potom treba odmerať a naliať do nádoby dosť vody (aby sa vajíčko mohlo najprv potopiť). Do vody treba dať vajíčko a začať postupne pridávať soľ. Každú lyžicu soli treba rozmiešať. Nakoniec treba zaznamenať, pri koľkých lyžiciach soli sa vajíčko odlepilo odo dna (začalo sa vznášať) a pri koľkých začalo plávať na hladine. To iste treba zopakovať s uvareným vajíčkom. Kde môžu vznikať nepresnosti? Vajíčka sú rozdielne a tak môžeme dostať rôzne výsledky ak používame rôzne vajíčka. To iste platí, ak pri pokuse s vareným a so surovým vajíčkom použijeme rozdielne vajíčka. Meranie lyžičkou nie je moc presne najme keď si uvedomíme, že nemáme všetci rovnaké lyžice doma :). K tomu sa potom pridá či vieme dobre odmerať množstvo vody, či vieme presne zistiť, kedy vajíčko začína plávať, ... Skúšala som ponoriť vajíčko do 500 g (500 ml) vody a vyšlo mi, že surové vajíčko po 10 – tich čajových lyžičkách soli sa ešte stále slabo dotykalo dna. Po 11–tej už plávalo na hladine. Varené vajíčko potrebovalo 11 lyžíc aby sa začalo vznášať a po 12–tej lyžici začalo aj plávať.

Bodovanie: 2,5 b za pokus aj so surovým, aj s vareným vajíčkom; 1,5 b iba za surové alebo iba varené vajíčko; 1 b za opis pokusu; 1,5 b za diskusiu; ± 0,5 b ak hmot. pomer bol vypočítaný alebo úplne chýbal a 0,5 b za vlastne nápady a vylepšenia.

Príklady z druhej šance predchádzajúcej série:

Príklad V 2. 1 ♥ 8, 9, K (*opravoval Peter Pitkin Beňa*)

Aby sa nám výšky hladín vody a benzínu stále nepohybovali a nemenili, bude v trubici existovať nejaká rovnováha. Presne v strede trubice bude platiť, že hydrostatické tlaky spôsobené kvapalinami v pravom aj ľavom ramene sa rovnajú. Keď si lepšie pozrieme obrázok, zistíme, že do určitej výšky máme v oboch ramenách len vodu. Toto platí do výšky hladiny vody v ľavom ramene (rozhrania). Ak máme nižšie iba vodu, ktorá spôsobuje v oboch ramenách rovnaký hydrostatický tlak, môžeme ju z výpočtov vynechať, lebo výsledok neovplyvní. Teda platí, že hydrostatické tlaky spôsobené stĺpcom benzínu a stĺpcom vody nad rozhraním sa rovnajú. Vyjadríme pomocou vzorca: $p_h = \rho \,.\, g \,.\, h$. Teda: $p_{h\text{vody}} = p_{h\text{benzínu}}$ vyjadríme ako: $\rho_{\text{vody}} \,.\, g \,.\, h_{\text{vody}} = \rho_{\text{benzínu}} \,.\, g \,.\, h_{\text{benzínu}}$. Keďže g máme na oboch stranách, môžeme ho vynechať. Po ďalšej úprave: $h_{\text{vody}} = \rho_{\text{benzínu}} \,.\, h_{\text{benzínu}} \,/\, \rho_{\text{vody}}$. Výšku benzínového stĺpca vypočítame pomocou vzťahu: $V = S \,.\, h$ upraveného na: $h = V / S$. Pri objeme benzínu 10 cm^3 a priereze trubice 1 cm^2 je výška 10 / 1 = 10 cm. Môžeme dosadiť do predchádzajúceho vzťahu a dostaneme h_{vody} = 700 . 10 / 1000 = 7 cm. Potom rozdiel výšok hladín vody sa rovná výške vodného stĺpca nad rozhraním, teda 7 cm. Rozdiel výšok hladiny vody v pravom ramene od hornej hladiny benzínu je 10 – 7 = 3 cm.

Bodovanie: 1 bod za zistenie rovnosti tlakov (0,2 boda ak ste iba zistili, že tlak má vplyv na výšku hladín); po 1 bode za vzťahy na výpočet výšok hladín vody a benzínu, z čoho po 0,3 boda za výsledok; po 0,5 boda za spôsob zistenia rozdielov hladín a po 0,5 boda za správne výsledky; strhávalo sa po 0,2 boda, ak chýbali vysvetlenia pri odvodení vzorcov alebo vysvetlenie rovnosti tlakov.

Príklad V 2. 8 ♥ 7, T (*opravovala Majka Hanulová*)

1.) Neuvažujeme hmotnosť vzduchu. Pre hmotnosť kocky v tomto prípade platí: $m = (V - b^3).\rho_{Fe}$, kde V = 1000 cm^3 je objem kocky, b je veľkosť hrany vnútornej prázdnej kocky a ρ_{Fe} = 7800 kg/m^3 je hustota ocele. Po jednoduchých úpravách dostaneme pre hranu vnútornej kocky $b = \sqrt[3]{(a^3 - m/\rho_{Fe})}$. Pre hrúbku h steny oceľovej kocky potom platí: $h = (a - b) / 2$. Po dosadení číselných hodnôt, b = 2 cm a pre hrúbku steny h = 4 cm.

2.) Uvažujeme hmotnosť vzduchu. V tomto prípade k hmotnosti ocele iba pripočítame príslušnú hmotnosť vzduchu: $m = (V\text{-}b^3)\rho_{Fe} + b^3\rho_{vz}$, kde ρ_{vz} = 1,2759 kg /m^3 je hustota vzduchu. Taktiež po niekoľkých úpravách dostaneme pre hranu vnútornej kocky: $b = \sqrt[3]{[(a^3\rho_{Fe} - m)/(\rho_{Fe} - \rho_{vz})]}$. Pre hrúbku h steny oceľovej kocky taktiež platí $h = (a - b) / 2$. Po dosadení číselných hodnôt vyjde b = 2,0001 cm a pre hrúbku steny h = 3,9999 cm. Rozdiel je to teda zanedbateľný.

Bodovanie: celé riešenie aj so zamyslením sa nad dôležitosťou hmotnosti vzduchu 5 b; 4 b, ak ste nad vzduchom neuvažovali; 4,5 b ak ste zle spočítali dĺžku hrany kocky, ale ináč to bolo v poriadku; za počítanie len so vzduchom alebo len bez vzduchu 3 b; ak ste si mysleli, že 62,4 g je hmotnosť vzduchovej bubliny 2 b.