PIKOFYZ, 4. ročník **šk. rok 2001/2002**

Vzorové riešenia 2. série zimnej časti

Príklad 1 opravoval Frankie Hanula

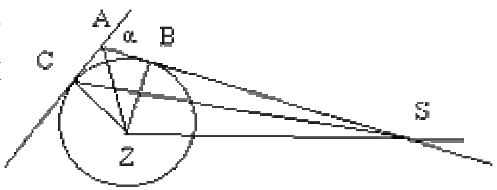
Zobral som si fľašu od Coca Coly, dlhý kus špagátu, dvere, vodný zdroj (kohútik), kuchynské váhy a stopky.
Fľašu som zavesil na dva rovnako dlhé špagáty zavesené rovnako vysoko na oboch stranách dverí, čím som dostal kyvadlo schopné kývať sa iba v jednej rovine. Potom som do fľaše postupne dolieval. Tak som dostal závažia o hmotnosti 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900, 1000 a 2000 gramov (s fľašou bez vrchnáčika, ale ten je dosť ľahký na to, aby som ho mohol ignorovať). Meral som čas desiatich kmitov a delil som ho desiatimi (mimochodom, z niektorých riešení som sa dozvedel aký je rozdiel medzi kmitom a kyvom a bol som z toho dosť prekvapený).Výsledky vyzerali asi takto:

hmotnosť [g]	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	2000
perióda [s]	2,46	2,48	2,47	2,47	2,49	2,47	2,47	2,47	2,47	2,47	2,44

(Nakreslil by som aj graf, ale zjavne to nestojí za to - všetky výsledky sú prakticky rovnaké.) Z toho teda vyplýva, že perióda kyvadla nezávisí od jeho hmotnosti. Dolievaním vody sa ťažisko fľaše posúvalo vyššie, toto by však malo byť zanedbateľné - ťažisko sa posunulo tak o 10cm, dĺžka závesu bola asi 1.5m (a zabudol som ju odmerať - mal by som si strhnúť pol bodu). Moje kyvadlo nebolo matematické, ale bolo dosť matematické na to, aby som s ním mohol počítať ako s matematickým.

Bodovanie: Začínal som s 5 bodmi, strhával som po bode za chýbajúci popis experimentu, tabuľku, graf (len ak naozaj chýbal), rozumný záver a zhodnotenie chýb. Nebodoval som výsledky - aj keď ste usúdili že perióda kyvadla výrazne závisí od hmotnosti, bolo to dobre, ak to vyplývalo z nameraných čísel. Body som nedával za úvod do teórie kyvadla, vysvetlenie rozdielu medzi kmitom a kyvom a tak. Maximálne bod som strhával alebo pridával za drobnosti ako používanie neštandardných jednotiek, divné (hlavne stĺpcové) grafy a podobne.

Príklad 2 opravovala Maja Hanulová



Slnko je v bode S. Je tak ďaleko, že ho naozaj môžeme považovať za bod. Bod A je miesto v atmosfére 80 km nad Zemou, od ktorého sa odrážajú lúče Slnka, ktoré ukončia noc. Lúč, ktorý po odrazení dopadne najďalej (bez toho, aby sa druhýkrát odrazil od atmosféry) je ten, ktorý je dotyčnicou k Zemi - dotýka sa v bode B (Zem si predstavíme ako guľu). Odrazený lúč je tiež dotyčnicou - dotýka sa v bode C a to je miesto, kde sa práve končí noc. Uhly ZAB a ZAC sú preto rovnaké, CZ je kolmé na AC a BZ je kolmé na AB. Horizont v bode C je priamka AC. Uhol, o ktorý je Slnko pod horizontom, je uhol ACS. Pretože Slnko je tak ďaleko, je CS prakticky rovnobežné s AS. Stačí teda spočítať uhol medzi priamkami AS a AC, na obrázku je označený α. Poďme ho spočítať. α + uhol CAB = 180°. Pretože uhly ACZ a ABZ sú pravé, je α = CZB. AZ delí tento uhol na polovicu. V pravouhlom trojuholníku ABZ poznáme strany AZ = polomer Zeme + 80 km = 6458 km a BZ = polomer Zeme = 6378 km, teda vieme vypočítať cos α/2 = BZ / AZ a z toho α = 18°.

Bodovanie: ak ste si neuvedomili, že svetlo dopadne až do bodu C, nielen do bodu kolmo pod A, ale mali ste dobre vypočítaný uhol, strhla som 1b; ak ste mali zle nakreslený obrázok a v dôsledku toho zlý výsledok, strhla som 2 - 3b

Príklad 3 opravovala Irinka Malkin

Rozoberieme prípad, keď máme plošný zdroj svetla. To znamená, že lúče dopadajúce na štvorec považujeme za rovnobežné. Pre jednoduchosť predpokladajme, že lampa je hore nad stolom, a pozeráme sa na tieň na stole. Preskúmame, aké útvary môžeme dostať.

1. Ak je papier umiestnený vodorovne, bude tieňom štvorca štvorec.
2. Ak je papier umiestnený zvisle, bude tieňom štvorca úsečka.
3. Ak štvorec zviera s vodorovným smerom uhol väčší ako 0° a menší ako 90° a zároveň dolné uhly sú v rovnakej výške od stola , bude tieňom štvorca obdĺžnik.
4. Ak štvorec zviera s vodorovným smerom uhol väčší ako 0° a menší ako 90° a zároveň jeden uhol je nižší než všetky ostatné a jedna z uhlopriečok je rovnobežná zo stolom, bude tieňom štvorca rovnobežník.

Teraz uvažujeme prípad, keď máme bodový zdroj. Ak žiadny po ruke nemáme, vytvoríme ho z lampy tak, že papier umiestnime ďaleko od nej. Lúče sa zo zdroja sa budú rozchádzať. Tu sú útvary, ktoré môžeme dostať:

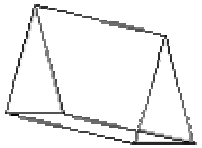
1. Ak sa zdroj svetla nachádza v rovine, v ktorej leží štvorec, dostaneme úsečku.
2. Ak je zdroj svetla kolmo nad priesečníkom uhlopriečok štvorca, bude tieňom štvorca štvorec.
3. Ak je zdroj svetla kolmo nad osou súmernosti štvorca, ale nie kolmo nad priesečníkom uhlopriečok, bude tieňom štvorca obdĺžnik.
4. Ak štvorec zviera z vodorovným smerom uhol väčší ako 0° a menší ako 90°, a zároveň jeden uhol je nižší než všetky ostatné a jedna z uhlopriečok je rovnobežná zo stolom, bude tieňom štvorca deltoid. Predpokladáme, že zdroj je umiestnený vysoko nad štvorcom.
5. Ak štvorec zviera z vodorovným smerom uhol väčší ako 0° a menší ako 90° a zároveň dolné uhly sú v rovnakej výške od stola , bude tieňom štvorca lichobežník. Predpokladáme, že zdroj je umiestnený vysoko nad štvorcom.
6. Ak štvorec zviera z vodorovným smerom uhol väčší ako 0° a menší ako 90° a zároveň jeden uhol je nižší než všetky ostatné a žiadna z uhlopriečok nie je rovnobežná zo stolom, bude tieňom štvorca štvoruholník, ktorý nie je štvorcom, kosoštvorcom, obdĺžnikom, rovnobežníkom ani deltoidom. Predpokladáme, že zdroj je umiestnený vysoko nad štvorcom.

Vyskúšajte doma dostať všetky takéto útvary.

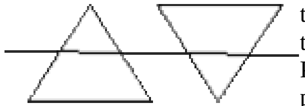
Bodovanie: *Za kladnú odpoveď na otázku, či môže vzniknúť deltoid 1b.*
Za odôvodnenie odpovede (vysvetlenie, ako treba umiestniť štvorec, vzhľadom na zdroj) 2b.
Za vymenovanie útvarov, podľa úplnosti zoznamu do 2b.
Na konci sa takto získané body sčítavajú.

Príklad 4 opravoval Frankie Hanula

Trojboký hranol je toto:



Keď sa naň správne pozrieme, uvidíme trojuholník. Trojuholník má špic a je to práve ten špic, ktorý sme mali na mysli. Budeme používať hranol, ktorého podstava je pravidelný trojuholník s výškou h. Keď máme rovnaké teleso v dvoch polohách, stabilnejšia je tá, v ktorej má menšiu potenciálnu energiu. Má to svoju logiku - keby sme ho chceli dostať do tej, v ktorej má väčšiu, museli by sme mu nejakú energiu dodať, a to sa nám spravidla nechce.



Odteraz sa na hranol budeme pozerať ako na rovnostranný trojuholník. Môžeme si to dovoliť, lebo výška hranola by sa nám aj tak všade vykrátila a nič od nej nezávisí. Predstavme si trojuholník čiastočne ponorený do vody. Plocha ponorenej časti (čiže objem ponorenej časti hranola vydelený jeho výškou) je S = V/H = m/ρH

kde ρ je hustota kvapaliny, V je objem ponorenej časti hranola, H je jeho výška a m jeho hmotnosť. Predstavme si dva trojuholníky, jeden ponorený špicom, jeden stranou dolu. Ak x je výška ponorenej časti trojuholníka tak jej obsah je v prvom prípade (špicom hore) h(h - x)Ö3, v druhom prípade (špicom dolu)x^2Ö3.

Ťažisko trojuholníka je, ako je všeobecne známe, v 1/3 jeho výšky. Čím nižšie je ťažisko, tým má náš hranol nižšiu potenciálnu energiu. Stačí teda zistiť ako vysoko bude ťažisko v oboch prípadoch a zistíme, ktorá poloha je stabilnejšia.

Mali by sme nájsť aj hustotu pri ktorej bude mať hranol v oboch polohách rovnakú energiu. To je hustota, pri ktorej sa stabilná poloha mení, keď má hranol menšiu hustotu, bude položený plochou dole, keď väčšiu, bude stáť na hrane. Výpočet tejto hustoty sa pre veľký počet ľubovoľne zvoliteľných parametrov (hustota kvapaliny, rozmery hranola...) ponecháva ako cvičenie pre čitateľa.

Bodovanie: Za riešenie typu "vyskúšal som 2 hranoly a vyšlo to takto" do 2 bodov, za rozumné odhady typu "keď bude mať veľkú hustotu, utopí sa, keď rovnakú ako voda, bude plávať kdekoľvek a akokoľvek, pri hustote mierne menšej ako hustota vody bude špicom dole, pri veľmi malej špicom hore" do 4 bodov, za kompletné riešenie 5 bodov. Do 1 bodu som strhával za drobné chyby, za nepochopenie pojmu "hranol" som nestrhával nič (zadanie bolo mierne nejasné).

Príklad 5 opravovala Michaela Němcová - Myšička

Predovšetkým by bolo dobre, keby ste všetci počítali so správne odvodeným vzorcom. Pre n paralelne zapojených odporov platí:

$1/R = 1/R_1 + 1/R_2 + ... + 1/R_n$

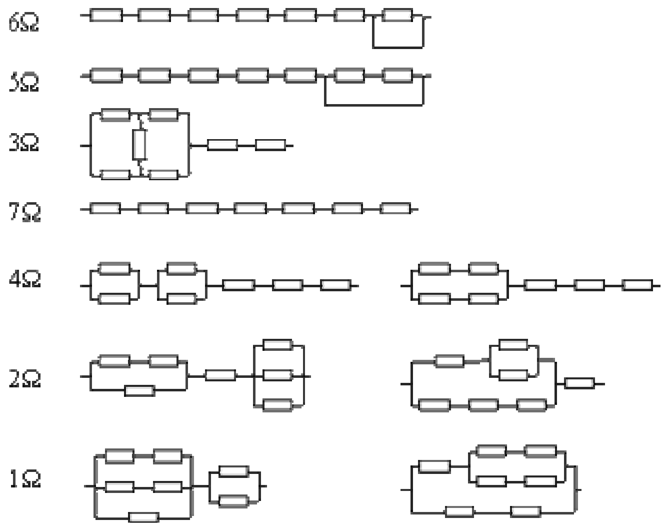
Po úprave dostaneme pre dva paralelné odpory

$R = R_1R_2 / (R_1 + R_2)$,

pre tri paralelné odpory

$R = R_1R_2R_3 / (R_1R_2 + R_2R_3 + R_1R_3)$

Väčšina z vás správne odhalila riešenia:



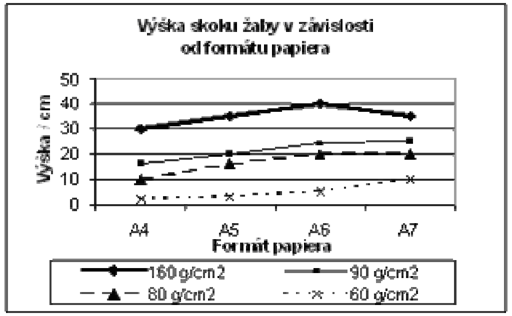
Niektorí prišli aj na šikovný spôsob, ako prúd niektoré odpory obíde. Toto riešenia je samozrejme správne, ale v praxi je odpor, cez ktorý neprechádza žiadny prúd dosť zbytočný.

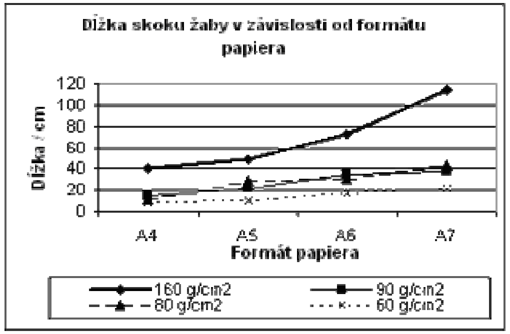
PS1: Pokúšať sa zdôvodniť, prečo sa nedajú vytvoriť niektoré hodnoty odporu tak, že preberiete všetky možné sériové, paralelné a paralelnosériové zapojenia, je dosť zložité a hlavne časovo náročné, pretože možností je strašne veľa.

PS2: Ôsmakom sa ospravedlňujeme za to, že sme ich nechtiac podporili v samoštúdiu.

Príklad 6 opravovala Elenka Malkin

Sedím vo svojej izbe a rozmýšľam nad príkladom, ktorý mám opravovať. A vonku prší. Aj v lete cez prázdniny pršalo. Ale vtedy kvapky boli väčšie. Teraz častokrát iba mrholí. Prečo je to tak? Voda, čo sa vyparí z riek, lesov a podobne, stúpa hore. Keď už vystúpi na dostatočnú výšku, kde je nižšia teplota , začne sa skvapalňovať . Odborne sa tomu hovorí kondenzácia. Aby kondenzácia mohla prebiehať potrebuje rôzne drobné nečistoty vo vzduchu (prach) - tzv. kondenzačné jadra- na ktorých sa tá voda môže pozbierať. Postupne sa malé kvapôčky zbierajú do väčších kvapiek kvôli tzv. "povrchovému napätiu". Sila povrchového napätia je taká sila, ktorá pôsobí medzi časticami vody na povrchu kvapky. Tieto častice sa snažia byť čo najbližšie ku pri sebe. Následkom je, že kvapka "sa snaží" mať čo najmenší povrch. Preto, keď sa kvapka vytvorí, má tvar gule (vyskúšaj si nakresliť rôzne útvary tak, aby mali rovnakú plochu a porovnaj ich obvod.) Ďalší následok je to, že kvapka sa drží pokope. Keď je TEPLOTÁ väčšia, je povrchové napätie menšie a kvapka je menšia. Je pravda, že čím väčšia teplota (od 4°C vyššie), tým je väčší objem (a väčšia kvapka) , ale ten rozdiel bude taký malý, že ho môžeme zanedbať. Keď rôzne vrstvy vzduchu majú rôznu teplotu (ako v horúci letný deň) začínajú sa vrstvy premiešavať a vzniká VIETOR. Ten vietor dokáže robiť také zázraky, ako vyniesť kvapku naspäť k oblakom potom, ako spadla. Takto môže kvapka nazbierať viac vlhkosti. Vplyv vetra ako štiepiča a zberača kvapiek nie je až taký dôležitý. Je zrejme, že keď kvapka padá, a je veľmi sucho, tak sa sčasti vyparí. A naopak, keď je VLHKOSŤ VZDUCHU veľká, môže sa kvapka cestou dole ešte zväčšiť. Prach a nečistoty vo vzduchu sú sčasti potrebné na kondenzáciu, ale pokiaľ je vzduch príliš prašný, vznikne veľa malých kvapiek namiesto jednej veľkej. Ak je voda špinavá (napr. kyslý dážď), môže to ovplyvniť jej povrchové napätie. A nakoniec: skúste sa zamyslieť nad otázkou - aká môže byť najväčšia kvapka? Prečo už nemôže byť väčšia?





Bodovanie: Musím uznať, že bodovanie tentokrát nebolo ľahké. Existuje veľa veci, od čoho môže závisieť veľkosť kvapky. Ale niektoré sú skutočne podstatné (ako vlhkosť vzduchu) a iné môžeme zanedbať (ako rozťažnosť vody pri väčšej teplote). Podľa dôvodov, ktoré ste uviedli bez odôvodnenia 2 - 2,5 b "nasmerovanie" (či kvapka bude následne väčšia alebo menšia)3 - 4bPlné vysvetlenie deja 3,7 - 5 bTak sa zatiaľ majte. A pamätajte si, že aj slniečko vychádza.

Príklad 7 opravoval Michal Prikler - Priky

Také tie základné bláboly o svetle snáď vieme všetci, že sa šíri v rôznych prostrediach rôznou rýchlosťou a že vo vzduchu je to približne 3.10^8 m.s<sup-1< sup=""> , že vďaka nemu vidíme veci naokolo a pod. No dôležité pre náš príklad bolo vedieť zákon odrazu!!! To nie je nič iné, ako jednoducho povedané pravidlo: uhol dopadu (uhol, pod ktorým svetlo dopadá) sa rovná uhlu odrazu (uhol, pod ktorým sa svetlo od plochy odráža). Teda platí, že $\rho = \rho`$. No a dôležitá poznámka je ešte, že odrazený lúč je v tej istej rovine ako dopadajúci lúč! A keď už vieme toto, nič nám nezabráni v správnom riešení. Stačí si len uvedomiť, že zrkadlo je ideálne hladké (niektorí ste písali, že lesklé, no to že je lesklé nie je nič iné ako hladké a vyleštené). Teda lúče dopadajúce na zrkadlo sa odrážajú pod rovnakým uhlom, t.j. zväzok rovnobežných lúčov sa odráža tiež ako zväzok rovnobežných lúčov. No a stena (ako aj mnoho iných vecí, ktoré ste písali) nie je ideálne hladká, dokonca je hrboľatá - pekne povedané, má drsný pórovitý povrch. Čiže uhol dopadu pre každý lúč je iný a tak sa tieto lúče, ktoré tvorili pred dopadom na stenu zväzok rovnobežných lúčov, odrážajú pod rôznymi uhlami odrazu. A to zapríčiňuje, že lúče po odraze už nie sú rovnobežné, ale rozptyľujú sa na všetky strany Ţ vzniká rozptýlený obraz. Toto je hlavný dôvod, prečo sa v stene nevidíme!!! Mnohí ste mi písali, že sa nevidíme preto, lebo ... stena je pokrytá takými materiálmi, ktoré pohlcujú všetko dopadajúce svetlo. Tak to ozaj nie, šak to by sme potom nič nevideli :-). Jeden z vás dokonca napísal, že stena je navrhovaná tak, aby sme sa v nej nevideli a zrkadlo zas tak, aby sme sa v ňom videli :-). To bolo pekné :-). Mnohí ste si plietli tieň a obraz. To si prosím nepleťte. Tieň je to, čo vidíte na stene (alebo hocikde), keď ste medzi stenou a zdrojom svetla. A obraz je to, keď sa v niečom vidíte - asi tak ako v tých reklamách na čistiace prostriedky - Mr. Proper (alebo tak nejako sa to píše) a už ten všetkým známy slogan : Mr. Proper čistí čisto až sa sami vidíte :-). No tak oni tam využívajú tiež obraz (a samozrejme aj kopu fígľov :-)). Môžete sa vidieť v mnohých veciach, nie len v zrkadle. Záleží to od "hladkosti" povrchu tej danej veci. Vidíme sa v skle a ... proste vo všetkom, čo má na to dostatočne hladký povrch. Ak ste hladní a máte prázdnu chladničku, tak sa môžete vidieť aj tam, i keď ... verím, že by ste sa vtedy videli radšej niekde inde :-). Tak a to by bolo k tejto véééľkej záhade asi aj všetko. Bolo to ťažké??? Ani nie, čo??? Stačilo trocha porozmýšľať. No ak Ti to nevyšlo teraz, nesmúť, v ďalšej sérii Ti to určite vyjde :-). P.S.: Zvláštnu pochvalu si zaslúži Vladimír Boža, ktorý to má nie len že dobre, ale má tam kopu iných pekných a múdrych vecí a celé to ma pekne okomentované - a jeho riešenie bolo aj použité ako podklad na vzorák :-). Díky!</sup-1<>

Príklad 8 opravovala Maja Hanulová

V poslednom čase sa vraj na Slovensku premnožili žaby. Neviete o tom niečo? Zdá sa, že experimentálne úlohy máte celkom radi a aj sa vám v nich dobre darí. Tu je môj experiment: poskladala som 16 žiab - použila som formáty papiera A4, A5, A6, A7 a hustoty 60, 80, 90, 160 g/cm^2. Na stole som si nalepila značky po 20 cm, a keď žaba doskočila, odmerala som pravítkom jej pozíciu od najbližšej značky. Nebolo to veľmi presné, pretože žaba sa po dopade väčšinou posunula. Hodnoty udávam s presnosťou na centimetre. Pri meraní výšky som sa inšpirovala metódou Petra Korcsoka, ktorá sa mi veľmi páčila. Svietila som lampou na stenu a podľa tieňa žaby som určila výšku je skoku. Toto meranie bolo ešte nepresnejšie, dá sa počítať s presnosťou tak na 2 - 3 cm. Tu sú moje výsledky v cm a grafy:

Dĺžka skoku	A4	A5	A6	A7	Výška skoku	A4	A5	A6	A7
60 g/cm^2	8	10	17	22	60 g/cm^2	2	3	5	10
80 g/cm^2	11	29	30	43	80 g/cm^2	10	16	20	20
90 g/cm^2	14	22	34	38	90 g/cm^2	13	20	24	25
160 g/cm^2	41	49	72	114	160 g/cm^2	30	35	40	35

Z grafu pekne vidno, že z čím menšieho formátu bol žaba poskladaná, tým ďalej a vyššie skákala. Od tohto trendu sa odchyľuje len výška skoku žiab z formátu A7. Pravdepodobne je to spôsobené tým, že boli príliš malé a teda sa nedali tak dobre "chytiť". Dĺžka a výška skoku rastie aj s rastúcou hustotou papiera. Ako by sa dali výsledku interpretovať: papier má istú pružnosť - ak ho zohneme, vystrie sa, takisto ako pružina. Papier s malou hustotou je z tenkých vlákien a nie sú tak husto natlačené. Papier s vyššou hustotou má hrubšie vlákna bližšie pri sebe. Prečo sa líšia v pružnosti, alebo skôr v tuhosti? Funguje to ako Svätoplukove prúty - jeden sa dal poľahky zlomiť, no viaceré len zohnúť. Keď ohýbame viac vlákien, neohnú sa tak ostro, pretože si navzájom prekážajú, a preto sa aj ľahšie vystrú. To isté platí, ak vlákna ohýbame viackrát - čím bližšie pri sebe sú ohyby, tým horšie sa tvoria a tým ľahšie a prudšie vystierajú. Takto by sa dalo vysvetliť, prečo žaby malého formátu skáču lepšie. Hrubšie vlákna sa ohýbaniu viac bránia a ľahšie sa vrátia do pôvodnej polohy. Toto môže vysvetliť, prečo lepšie skáču žaby z papiera väčšej hustoty.

Bodovanie: strhávala som 0,5b ak chýbal graf alebo popis metódy, 1b ak ste odmerali závislosť len od hustoty alebo len od formátu, 1b ak chýbal záver (interpretácia, diskusia); tí, čo odmerali len jednu žabu, dostali 1,5 b.