

## Vzorové riešenia 1. série letnej časti

## Príklad F1 (opravoval Roman Kováčik)

Milí mladí priatelia. Aký ľahký sa zdal tento problém na prvý pohľad, taký ľahký sa mi zdá aj na pohľad druhý. Vieme, že vietor fúkajúci rýchlosťou  $v$  vyvolá zmenu tlaku  $\Delta p = \rho v^2/2$ . Ďalej vieme, že naše sklo, ktoré má plochu  $S = 1,5 \text{ m}^2$  praskne pri pôsobení sily  $F = 7740 \text{ N}$ . Keďže poznáme silu a plochu, ľahko si vypočítame tlak, pri ktorom sklo praskne. A toto je práve ten tlak, ktorý vyvolá vzduch prúdiaci rýchlosťou  $v$ . Po vzájomnom dosadení dostávame pre hľadanú rýchlosť vzťah  $v = \sqrt{(2F/(S\rho))} = \sqrt{(2 \cdot 7740 / (1,5 \cdot 1,24))} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \cong 91 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Avšak i tu sa skrývajú rôzne zákernosti. Prvá vec je, že asi tak nad  $35 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  sa udáva sila vetra ako orkán, ktorý má dosť ničivé účinky. Avšak klasifikácia tornád, ktoré majú globálne menej ničivý charakter (lokálne však trochu väčší) hovorí nasledovne. Nami vypočítaná rýchlosť spadá do 3. stupňa tornád, pričom najničivejší je 6. stupeň s rýchlosťami vetra do  $172 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Takže ak sa na malom priestore zatočí vietor ohromnou rýchlosťou môže sa stať, že rozbije jedno okno a budova ostane stát'. Druhá zákernosť je, že mnoho z vás si myslelo, že vietor spôsobí zvýšenie tlaku. Je to ale naopak, vietor spôsobuje zníženie tlaku.

Bodovanie: Skoro všetci ste to mali dobre a za numerické chyby som strhával do 0,5 b.

## Príklad F2 (opravoval Michal Frankie Hanula)

Dohodnime sa najprv na tom, čo je to výkon. Výkon mašinky je podiel práce, ktorú mašinka vykoná za nejaký čas a tohoto času. Jeho jednotkou je Watt (Joule/sekunda).

Mali by sme teda spočítať prácu, ktorú mašinka musí vykonať a vydeliť ju časom, ktorý jej to trvá.

Práca spočíva v tom, že mašinka dostane nejaké množstvo vody do nejakej výšky. Množstvo vody treba rozumne odhadnúť - môžu to byť desiatky litrov na  $\text{m}^2$  - ja budem počítat'  $20 \text{ l} \cdot \text{m}^{-2}$  (to sú 2cm vody). Plocha desiatich miestností môže byť tak  $200 \text{ m}^2$ , potrebujeme teda asi  $20^3$  (20000 kg) vody. Keďže ide o kaštieľ, okno, ku ktorému musíme vodu dostať, môže byť dosť vysoko - počítajme s 6 m. Potom výkon mašinky je  $P = 9810 \text{ W}$ , teda asi 10 kW.

Bodovanie: Za riešenie typu "výkon mašinky je jedna miestnosť za 24s" 0 bodov, za rozumné riešenie 5 bodov mínus nie viac ako 2 body za odhad množstva vody a výšky okna plus občas body za výnimočne geniálne nápady.

## Príklad F3 (opravovala Elenka Malkin)

Predpokladajme, že máme rukavice a palčičky z rovnakého materiálu a rovnako hrubé a takisto, že je rovnaké počasie, teplota vzduchu a testovacie osoby majú rovnako teplé ruky. Za týchto predpokladov je teplejšie osobe, ktorá má na rukách palčičky. Dôvody sú takéto. V palčičkoch sa prsty môžu navzájom zahrievať. Palčičky majú v porovnaní s rukavicami oproti svojmu objemu menší povrch, preto uniká menej tepla. Množstvo tepla, ktoré unikne, sa zväčšuje so zväčšovaním plochy, cez ktorú uniká. Príklad ste vyriešili vcelku dobre.

Bodovanie: ak ste nespomenuli výhodnejší pomer medzi povrchom a objemom -1b

## Príklad F4 (opravovala Maja Hanulová)

Pri zahrievaní kvapaliny sa po nejakom čase pri dne tvoria bublinky. Keď sú dosť teplé, odletia hore a ak majú dosť energie (majú teplotu varu a stále ich zahrievame), preč z kvapaliny.

Pri  $100 \text{ }^\circ\text{C}$  voda vrie a keď jej dodávame ďalšiu energiu, mení sa na paru a letí preč.

Mlieko je zmes vody, bielkovín, tuku a cukrov. Bielkoviny, tuky a cukry (budeme ich volať BTC) majú oveľa vyššiu teplotu varu ako voda. Takže čo sa deje v mlieku: tvoria sa bublinky, ktoré obsahujú vodu a BTC. Vyletia na hladinu a tam, ak sme blízko bodu varu vody, niektorá voda odletí. BTC ostanú na hladine - sú to príliš ťažké molekuly, preto ich terajšia energia nestačí na odtrhnutie sa a odlet. Odletieť môžu, až keď dosiahnu teplotu varu. BTC na hladine mlieka bráni vode z ďalších prichádzajúcich bubliniek odletieť. Pri bode varu vody vrie všetka voda v mlieku - obrovské množstvo bublín sa naraz snaží dostať hore a odletieť. Je ich tak veľa, že nadvihnú aj BTC na hladinu. A to je kypenie.

Bodovanie: popis ako funguje kypenie 3 b, dôvod, prečo BTC ostávajú na hladine 2 b.

## Príklad F5 opravovala Maja Hanulová

Thor udvihne automat na bublinkové náboje, ktorý váži asi 200 kg, to znamená, že rukou udrží 2000 N. Môže sa s kladivom roztočiť len tak rýchlo, aby odstredivá sila, ktorá vlastne ťahá jeho ruku, nepresiahla túto hodnotu. Spočítajme, ako je to rýchlo:

$v = \sqrt{(Fr/m)} = \sqrt{(2000 \cdot 1,5/50)} = \sqrt{60} \text{ m/s}$ . Povedzme, že chceme letieť smerom hore, teda kladivo treba roztočiť okolo vodorovnej osi. Na odlet použijeme energiu, ktorú má kladivo vďaka svojej rýchlosti:  $E_k = mv^2/2$ . Povedzme, že ani kúsok tejto energie nestratíme, a že sa celá použije na zvýšenie Thorovej potenciálnej energie, teda  $E_k = (M+m)gh$  (zdvíhame Thora aj kladivo). Z toho spočítame výšku, kam Thor doletí:  $h = mv^2/(2g(M+m)) = 0,5 \text{ m}$ . Což není mnoho, ale predsa. Rovnako spočítaš, kam doletíš ty. Treba si správne odhadnúť, koľko udržíš v ruke, a ako rýchlo sa dokážeš točiť.

Takmer všetci ste podľa hli omylu, že sa zdvíhate odstredivou silou, a že musí byť väčšia ako vaša tiaž. Odstredivá sila končí v okamihu, keď sa prestanete točiť. Okrem toho, ťahá vás rovnako na všetky strany, takže neviem, ako by ste si vybrali smer, akým chcete letieť. Na to, aby ste sa hýbali, stačí mať rýchlosť, nepotrebujete zrýchlenie.

Samozrejme, celý tento špás si môžeme dovoliť len za ideálnych podmienok.

Takmer nikto sa nezoberal Thorom, všetci počítali len pre seba.

Body som dávala za akékoľvek rozumné tvrdenia.

## Príklad F6 (opravoval Roman Kováčik)

Áno, už je to tu, nastal čas, aby sme odhadli, aká ťarcha nám leží na pleciach (obzvlášť na pleciach chudáka Atlasa). Odhadnúť sa to dá veľmi jednoducho. Stačí si uvedomiť, že vzduch tlačí na povrch

Zeme istým tlakom  $p \cong 100 \text{ kPa}$ . Tento tlak je vyvolaný tiažou vzduchu  $G = mg = pS$ , kde  $S$  je povrch Zeme. Z tohoto ľahko zistíme, že váha všetkého vzduchu je  $m = pS/g$

$\cong (100000 \cdot 500 \cdot 1012/10) \text{ kg} = 5 \cdot 10^{18} \text{ kg}$ .

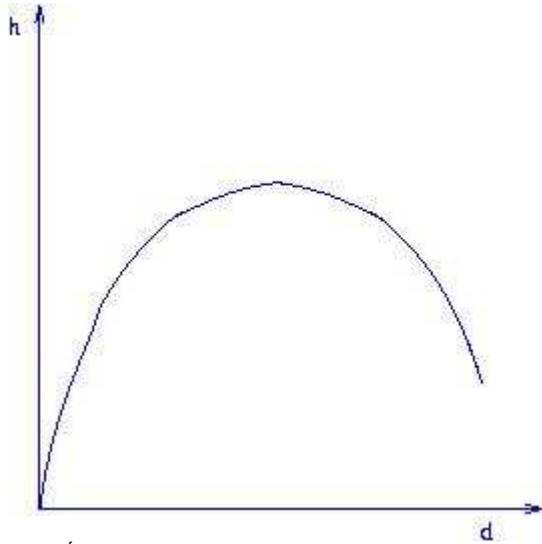
Akých chýb sme sa mohli dopustiť? Tlak nie je rovnaký všade na Zemi, obzvlášť na vyššie položených miestach, ale takáto chyba môže spôsobiť nepresnosť tak do 50%, čo pri odhadovaní nie je až také zlé, aj keď nezaškodí, keď chyby sú čo najmenšie.

Ďalší spôsob by mohol byť napr. taký, že odhadneme priemernú hustotu atmosféry a odhadneme jej výšku. Tento spôsob je však značne nepresný a môže spôsobiť chyby aj viac než jeden rád.

Bodovanie: Za numerické chyby a ťažkosti pri premieňaní km na m som strhával do 1b ( $\text{km}^3 = 10^9 \text{ m}^3$  !!!). Za nepresné výpočty pomocou odhadu výšky a hustoty atmosféry, som dával podľa veľkosti odchýlky od správneho výsledku do 4b.

### Príklad F7 (opravovala Elenka Malkin)

Všeobecne platí, že čím väčšia je dráha, na ktorej sa urýchlíme, tým väčšiu rýchlosť získame. Pri výskoku sa urýchlujeme svalmi na nohách. Pri hlbšom podrepe svaly pôsobia dlhšie, preto máme pri odraze väčšiu rýchlosť a vyskočíme vyššie ako pri plytšom. Určité problémy nastávajú pri veľmi hlbokom podrepe, keď sa nám ťažšie vstáva. Závislosť výšky výskoku od hĺbky podrepu vyzerá zhruba ako na obrázku. Body som dávala za: vysvetlenie a popis pokusu, spôsob vyhodnotenia výsledkov, vysvetlenie výsledkov (čo nám vlastne vyšlo a prečo), zamyslenie sa nad krajnými prípadmi.



(h = hĺbka podrepu, d=vzdialenosť)

### Príklad F8 (opravoval Michal Frankie Hanula)

Balvany sa kotúľajú pomalšie, ako sme predpokladali preto, lebo sa kotúľajú - ich celková kinetická energia teda nie je  $1/2 mv^2$  (kde m je samozrejme hmotnosť kameňa a v jeho rýchlosť), ale  $1/2 mv^2 + 1/2 J\omega^2$ , kde J je moment zotrvačnosti kameňa a  $\omega$  uhlová rýchlosť jeho rotácie. Jednoduché, že?