Vzorové riešenia 3. série letnej časti

Príklad 1 opravoval Frankie Hanula

Skúsme spočítať ako sa zmení teplota pokožky rúk, ak sa spustím po lane o dĺžke d. Trecia sila medzi rukami a lanom musí byť rovná gravitačnej pôsobiacej na mňa - keby bola väčšia, zastal by som a nedostal by som sa dolu, keby bola menšia, zrýchľoval by som a dolu by som si zlomil nohu, ak nie viac. Celková uvoľnená tepelná energia teda bude mgd, kde m je moja hmotnosť (asi 70 kg) a g je gravitačné zrýchlenie (keďže odhadujem, môžem si dovoliť použiť hodnotu 10 ms^{-2}). Časť tejto energie sa minie na ohriatie lana, časť na ohriatie rúk. Lano je zlý vodič tepla dokonca aj v porovnaní s rukami, takže jeho časť energie by nemala byť veľká. Budem počítať s tým, že všetku energiu použijem na ruky. Koža vedie teplo dosť zle (na to je - funguje aj ako tepelná izolácia), takže má význam hovoriť len o zohrievaní rúk do hĺbky asi 1 mm. Plocha mojich dlaní je asi 40 cm^2, objem zohrievanej kože je teda asi 4 cm^3. Hustota kože je zhruba 1000 kgm^{-3}, budem teda počítať s hmotnosťou 4 g. Mernú tepelnú kapacitu kože uviedli dvaja riešitelia, jeden ako 1500 $J.kg^{-1}K^{-1}$, druhý ako zhruba 2000 $Jkg^{-1}K^{-1}$. Mne sa viac páči 2000. Ak sa spustím po lane o dĺžke 1 m, teplota mojich rúk sa zvýši asi o Δt = (70 kg × 10 ms^2× 1 m) / 2000 $Jkg^{-1}K^{-1}$ ≈90 K. A preto je lepšie rúčkovať.

Kde sme spravili chyby: Časť tepla sa minie na ohriatie lana. Nevieme, aká časť to bude, môže byť rozumné počítať až s polovicou. Zvýšenie teploty potom bude polovičné (navyše, časť tepla unikne do okolia.). Nepoznáme presnú hustotu rúk. Použil som priemernú hustotu človeka, skutočná hodnota môže byť o polovicu menšia alebo väčšia. Podľa toho sa nám zmení aj prírastok teploty. Objem som tiež odhadoval veľmi nespoľahlivo - v podstate môžem presvedčivo povedať len to, že to budú rádovo gramy. To nám môže výsledok niekoľkokrát zmenšiť alebo zväčšiť. Keď uvážime všetky nepresnosti, zistíme, že prírastok teploty môže byť niekoľkokrát menší alebo väčší ako náš výsledok. Na druhej strane, aj prírastok teploty okolo 10K na 1m lana môže pri dlhšom lane byť dosť nepríjemný.

Bodovanie: Za prázdny papier alebo riešenie úplne od cesty 0b (také nebolo). Za bezobsažné reči o trení a riešenia typu "bude to asi 50 K, odhadol som to" 0.5 bodu. Po jednom bode za spočítanie energie, odhad hmotnosti zohrievanej časti človeka, hustoty a tepelnej kapacity, jeden bod za zhodnotenie nepresností.

Príklad 2 opravovala Maja Hanulová

Zvieratá jedia preto, aby mali energiu na fungovanie orgánov, pohyb a aby si udržali stálu telesnú teplotu (tie teplokrvné). Keďže sú teplejšie ako ich okolie, teplo im stále uniká. Množstvo uniknutého tepla závisí od veľkosti povrchu tela zvieraťa S, je to teda kS, k je nejaká konštanta, ktorá závisí od toho, čím je pokryté. Teplo, ktoré treba na zohriatie zvieraťa hmotnosti m, je Cm, C je tepelná kapacita, pre cicavce je zhruba rovnaká. Teda dokopy treba vyrobiť teplo $Q = kS + Cm$. Keď chceme vedieť, koľko tepla potrebuje zviera na kilogram svojej hmotnosti, vydelím teplo hmotnosťou. $Q/m = S/m + C$. Konštanty k a C sa pre cicavce nebudú veľmi líšiť. Vidíme, že množstvo tepla, ktoré živočích potrebuje na kilogram, rastie s pomerom jeho povrchu tela a hmotnosti. Pre potkana, ktorý váži približne 400 g, meria asi 25 cm a má povrch asi 0,075 m^2, je pomer S/m = 0,19. Pre človeka, ktorý váži asi 70 kg a má povrch tela asi 2m^2, je pomer S/m = 0,03, čo je 6,5krát menej ako pre potkana. Potkan teda na kilogram hmotnosti potrebuje 6,5krát viac energie ako človek, preto musí na kilogram hmotnosti zožrať 6,5krát viac.

Bodovanie: riešenia typu "lebo veľa behajú" do 2 b, ak ste spomenuli teplo 5 b, trochu menej za nepresnosti.

Príklad 3 opravoval Ivo Masaryk

V miestnosti bolo 9000 l vzduchu, z čoho kyslíka (21%) asi 2000 l.

(Zdravoveda str. 89,90) - človek nadychuje v pokoji 500 ml vzduchu, z ktorého sa 350 ml dostáva do pľúcnych mechúrikov, kde sa odkysličí na 14% kyslíka (z 350 ml) a zvyšných 150 ml ostane neodkysličených. Teda (21%). Vydýchnutý vzduch má preto: $(0,14 \times 350 + 0,21 \times 150) / 500 = 0,16 = 16\%$ kyslíka (z 500 ml). Na jeden nádych teda spotrebujú $21 - 16 = 5\ \%$ kyslíka (z 500 ml).

(Zdravoveda str. 133) - "Keď klesne obsah kyslíka na 10 - 12%, vznikajú dýchacie ťažkosti a pri poklese pod 7% nastáva bezvedomie". Pravdaže to môže byť individuálne a v takom kanálovom smrade sa dá omdlieť aj hneď, ale v úvahe budem používať kritických 10% kyslíka. Teda vzduch treba predýchať asi 2-3 krát. Minútová ventilácia je asi 7 l vzduchu. Pretože sú traja, ťažkosti s udržaním vedomia začnú mať asi o 2,5 ×(9000 / (7×3)) = 1100 min ≈ 18 hod ±4 hod. To znamená (po 14-22 hod.), ak budú kľudní.

Bodovanie: keď ste uvažovali, že sa celý kyslík spotrebuje pri nádychu, 3.5 b, inak 5 b.

Príklad 4 opravoval Roman Kováčik

Na úvod objasním, čo sa myslelo klasickým ZŠ riešením. Kanál má objem $V = abc = 1,5\times2\times3$ m^3 $= 9m^3$, naplní sa za 4.5 minúty pri zatvorenom odtoku a vyprázdni za 5 minút pri zatvorenom prítoku. Za minútu teda do kanála natečie $9 / 4,5 = 2$ m^3 vody a odtečie $9 / 5 = 1,8$ m^3 vody. Rozdiel je kladný a teda pribudne $0,2$ m^3/min. Výsledný čas je teda $t = 9$ m^3/($0,2$ m^3/min) $= 45$ minút. No a toto riešenie vôbec nerešpektuje fyzikálne zákony. Čas vyprázdnenia kanálu je síce 5 minút, ale voda nevyteká rovnomerne. Najrýchlejšie voda vyteká, keď je hladina vody vysoká a naopak. Podstata problému je v tom, že ak nájdeme pri rovnajúcom sa prítoku a odtoku výšku hladiny menšiu ako je výška kanálu, kanál sa nikdy nenaplní. Hodnota prítoku je $Q_P = V / t = 9$ m^3 / 270 s $= 0,0333$... Pre hodnotu odtoku platí $Q_O = Sv = S\sqrt{(2gh)}$. A tieto sa rovnajú pre výšku $h = (Q_P / S)^2 / (2g) = (0,0333/0,00782)^2 / (2\times9,81) = 0,93$ m. Takže na takejto výške by sa podľa tejto teórie ustálila vodná hladina. Trochu to ešte komplikuje vzduch, ktorý by sa mal stláčať (keďže kanál je hermeticky uzavretý) a tu iba orientačne uvediem, že by sa výška ustálila na 0,14 m (keby sme počítali so stláčaním vzduchu). Každopádne je však odpoveď, že kanál sa nikdy nenaplní.

Bodovanie: za klasické ZŠ riešenie 2 b, za dobré 5 b.

Príklad 5 opravovala Irinka Malkin

Na roztavenie reťaze treba dodať teplo na zohriatie reťaze a na jej roztopenie. Keďže nám ide o veľmi hrubý odhad, budeme počítať iba s teplom na zohriatie. $Q = mc(t - t_0)$. Počiatočná teplota reťaze môže byť 10°C. Teplo môžeme získať len z elektrickej energie obvodu, $E = UIt = U^2t/R$, t je čas. Teda $Q = E$, z toho $t = mc(t - t_0)R/U^2$ = 5 kg×473 J°C/kg×(1500 - 10)°C×0,35 W / $(230\ V)^2$ ≈ 23s.

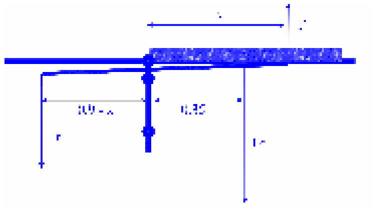
Bodovanie: 5b za správne riešenie; -1b za každú chybu v počítaní

Príklad 6 opravovala Maja Hanulová

Sušenie je vlastne odparovanie. Odparovanie funguje takto: občas nejaká molekula získa dosť veľkú energiu, aby sa odtrhla od ostatných molekúl, a odletí preč. Toto sa podarí tým častejšie, čím je teplejšie. Molekuly vody vo vzduchu narážajú na mokrú vec a občas tam nejaká ostane. Teda keď často meníme vzduch nad mokrou vecou, má menej vyparených molekúl vody šancu vrátiť sa späť. Preto sa v prievane sušíme rýchlejšie. Pán Tragáčik sa teda usuší rýchlejšie ako Bigos. Rýchlejšie ako Bigos sa usuší aj Barbara, pretože mávaním rukami robí prievan. Navyše si vyrába trochu tepla tým, že sa hýbe. Či sa usuší skôr Barbara alebo pán Tragáčik, závisí od toho, ako rýchlo sa Barbara hýbe a v akom veľkom prievane stojí pán Tragáčik.

Bodovanie:ak ste odpovedali pán Tragáčik alebo Barbara, spomenuli ste všetko, čo prispieva k rýchlejšiemu sušeniu a zdôvodnili ste to, máte 5b; ak ste nespomenuli všetko, čo prispieva k sušeniu alebo ste niečo nezdôvodnili, máte o 0,5 až tri body menej.

Príklad 7 opravoval Roman Kováčik



Jedná sa tu o dve páky. Prvá je dvoramenná, silou F_B na ramene r_B = 0,9 m - x nadol pôsobí Bigos, čo podľa momentovej rovnosti spôsobuje silu F na ramene x:,
F_B(0,9 m - x) = Fx (1)

Druhá jednoramenná páka je poklop, pričom zasa platí momentová rovnosť pre silu F a gravitačnú silu poklopu F_G na ramene r_G = 0,35 m (ťažisko je v polovici):
$Fx = F_G$×0,35 m (2)

Z rovníc (1) a (2) dostávame pre hľadanú vzdialenosť x = 0,9 m - 0,35 m×(F_G / F_B), čo pre prípad, že sa Bigos na tyč zavesí, dáva x = (0,9 - 0,35×120/84) m = 0,4 m. Ešte overíme, či moment sily nepresiahol povolenú hodnotu 450&bnbsp;N.m. $M_B = F_B$×r_B (84×9,81×0,5) N.m = 412 N.m. Tyč to teda vydrží. Alternatívne riešenie je predpokladať, že použijeme maximálny možný moment sily (ale tu hrozí riziko, že to neodhadneme a tyč sa zlomí). Keďže moment gravitačnej sily $M_G = M_B$, Bigos určite nadvihne poklop momentom M_{max} = 450 N.m. Pre tento prípad platí $M_{max} = F_B$(0,9 m - r_{min}), z čoho dostaneme pre r_{min} = (0,9 - 450/9,81/84) m = 0,35 m. Prípadne bude pôsobiť úmerne menšou silou na úmerne dlhšom ramene, aby neprekročil maximálny moment sily.

Bodovanie: takmer všetci ste to mali za 5 b, za riešenie bez vysvetlenia, prípadne uvedenie výsledku, z ktorého nebolo jasné, ktoré rameno ste nakoniec vypočítali od 2 b.

Príklad 8 opravoval Roman Kováčik

Riešenie je vcelku jednoduché. Pokiaľ má vzduch v sódovkovej fľaši vytlačiť všetku vodu, mal by ju vedieť vytlačiť aj vtedy, ak je voda iba na spodku fľaše. Takže tlak vzduchu vo fľaši bude vonkajší atmosférický + hydrostatický tlak vodného stĺpca výšky h v trubičke. Pre normálnu slušnú sifónovú fľašu je odhadom h = 30 cm, teda $p = p_A + rgh$ = (100000 + 1000×10×0,3) Pa = (100 + 3) kPa = 103 kPa. Ešte sa môžeme zamyslieť, aký mohol byť tlak vo fľaši, keď bola plná. Keď predpkladáme, že čím menší objem, tým väčší tlak, tak pre počiatočnú výšku hladiny h_P = 0,20 cm je objem na začiatku 3× menší, takže minimálny tlak by mohol byť 3× väčší, teda asi 309 kPa.

Bodovanie: Za vypočítanie tlaku 3.5 - 5 b (podľa správnosti predpokladov), bez výpočtu do 2.5 b.