

Vzorové riešenia 1. série zimnej časti

Príklad 1 (opravovala Irinka Malkin)

Nech jachta má dĺžku l_j a parník dĺžku l_p . Ďalej si rýchlosť jachty označíme v_j a rýchlosť parníku v_p . Zapišeme zadania pomocou rovníc: Jachta musí za 70 s prejsť vzdialenosť o ktorú sa posunie parník a navyše celú jeho dĺžku a celú svoju dĺžku

$$70s \cdot v_j = 70s \cdot v_p + l_j + l_p$$

Vzdialenosť medzi loďami po 14 s od stretnutia prov bude $l_p + l_j$

$$14s \cdot v_j + 14s \cdot v_p = l_p + l_j$$

Tieto rovnice sa dajú zapísať aj takto:

$$70s \cdot (v_j - v_p) = l_p + l_j$$

$$14s \cdot (v_j + v_p) = l_p + l_j$$

Teda platí:

$$70s \cdot v_j - 70s \cdot v_p = 14s \cdot v_j + 14s \cdot v_p$$

$$(70s - 14s) v_j = (70s + 14s) v_p$$

Odtiaľ:

$$v_j = 84s/56s \cdot v_p = 1,5v_p$$

Teda jachta ide 1,5krát rýchlejšie než parník. Keby sme poznali dĺžky, vedeli by sme určiť rýchlosti z rovníc

$$14s(v_p + 1,5v_p) = 14s \cdot 2,5v_p = l_j + l_p$$

$$v_p = (l_j + l_p)/35s$$

$$v_j = 1,5 v_p = 3(l_j + l_p)/70s$$

Príklad 2 (opravovala Elenka Malkin)

Keď loď pláva po jazere, má vzhľadom na breh rýchlosť v_2 . Rýchlosť sa spočíta vzhľadom $v = s/t$, takže čas, za ktorý loď prejde po jazere tam a späť (dráha $2s$) je $t_j = 2s/v_2$.

Keď loď pláva o prúde rieky, pomáha jej prúd vody rýchlosťou v_1 , preto bude rýchlosť lode vzhľadom na breh $v_2 + v_1$. Čas, za ktorý loď prejde tento úsek, je $t_1 = s/(v_2 + v_1)$. Podobne, keď loď ide proti prúdu, voda ju brzdí a rýchlosť lode vzhľadom na breh bude $v_2 - v_1$. Čas, za ktorý prejde tento úsek, je $t_2 = s/(v_2 - v_1)$.

Celkový čas plavby po rieke bude súčet času tam t_1 a času naspäť t_2 ,

$$t_R = s/(v_2 + v_1) + s/(v_2 - v_1) = 2s v_2 / (v_2^2 - v_1^2)$$

$$t_R - t_j = 2s v_2 / (v_2^2 - v_1^2) - 2s/v_2 = 2s v_1^2 / v_2(v_2^2 - v_1^2)$$

Keby $v_1 > v_2$, loď by vôbec nemohla vyplávať proti prúdu rieky a úloha by nemala zmysel. Takže $(v_2^2 - v_1^2) > 0$. Zrejme celý zlomok $\Delta t = t_R - t_j > 0$. Z toho jasne vidíme, že $t_R > t_j$. - cesta riekou trvá dlhšie - práve o Δt .

Na prvý pohľad sa možno zdalo, že pomoc a brzdenie rieky sa navzájom zrušia, ale nie je to pravda. Za také riešenie som dávala 2,5b. Háčik je v tom, že stredná rýchlosť sa počíta ako celková dráha predelená celkovým časom (teda NIE $((v_2 + v_1) + (v_2 - v_1))/2!$). Ináč povedané, cesta proti prúdu trvá dlhšie ako cesta po prúde, a preto $(v_2 - v_1)$ zaváži viac ako $(v_2 + v_1)$.

Za vyriešenie len konkrétneho príkladu (s konkrétnymi číslami) som dávala 4,8b. Ak ste nevypočítali Δt , dostali ste 4,9b. Za spomenutie prípadu rieky rýchlejšej ako loď do +1b.

Príklad 3 (opravovala Irinka Malkin)

V tomto príklade si treba uvedomiť, že nedokážeme zistiť, či sa hýbeme priamočiaro konštantnou rýchlosťou, alebo stojíme na mieste v uzavretej kocke (keď nemáme okná). Všetky fyzikálne pokusy dopadnú rovnako. To znamená, že na tom, aby sme zistili, akou rýchlosťou sa pohybujeme, musíme sa porovnávať s vonkajšou vzťažnou sústavou. Keď sa povie, že vlak sa hýbe rýchlosťou 50 km/h, je to rýchlosť vzhľadom na Zem. Ak naša rýchlosť je v a porovnáваме sa s pomalším vlakom idúcim rýchlosťou v_s , bude sa nám zdať, že sa pohybujeme rýchlosťou $v - v_s$, ak ideme rovnakým smerom, alebo $v + v_s$, ak ideme opačným smerom (teda rýchlejšie). Keď sa znovu začneme porovnávať s krajinou, bude sa nám zdať, že ideme rýchlejšie ako predtým, ak sme predbiehali a pomalšie ako predtým, ak sme išli opačným smerom.

Príklad 4 (opravoval Michal Frankie Hanula)

Ako všetci iste vieme, pre rovnomerný pohyb platí, že $v = s/t$, kde v je rýchlosť a s je dráha prejdená za čas t .

Tým nám z problému ostáva už len meranie prejdenej vzdialenosti. Čím presnejšie, tým viac bodov.

Príklad 5 (opravoval Andy Šramko)

Zistíme aká vztlaková sila pôsobí na kladu, keď je úplne ponorená. Tá sa rovná tiaži kvapaliny vytlačenej telesom. $F_g = \rho_v \cdot V \cdot g$

Hustota vody - $\rho_v = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$

Tiažové zrýchlenie - $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$

Objem (valca) - $V = S_p \cdot v = t \cdot r^2 \cdot v$

$r = 0,15 \text{ m}$

$\tau = 3,14 \text{ s}$

$v = 3,5 \text{ m}$

$V = 0,2472 \text{ m}^3$

$F_{gv} = 2472 \text{ N}$

Zistíme tiaž klady $F_{gk} = \rho_k \cdot V \cdot g$

Hustota dreva - $\rho_k = 700 \text{ kg.m}^{-3}$

$V = 0,2472 \text{ m}^3$

$F_{gk} = 1730 \text{ N}$

Po odčítaní týchto síl zistíme, akou silou môžeme pôsobiť ešte na kladu, aby sa nepotopila (kedy výslednica skladania gravitačnej a vztlakovej sily je 0. Ak je záporná, klada sa ponorí).

$$F_{gč} = F_{gv} - F_{gk}$$

$$F_{gč} = 742 \text{ N}$$

Tiaž človeka postaveného na klade môže byť 742 N a tá zodpovedá hmotnosti 74,2 kg.

Príklad 6 (opravovala Maja Hanulová) .

Petrolej sa s vodou nemieša, teda v sude bude vrstva vody a na nej vrstva petroleja. Petrolej bude hore, lebo má menšiu hustotu ako voda (petrolej okolo 800 kg/m^3 , voda 1000 kg/m^3). Vezmeme si špagátik dlhý zhruba ako výška suda, na jeden jeho koniec priviažeme gumu, na druhý maticu. Chytíme gumu na nepriviazanom konci a pomaly ponáráme maticu do suda. Nesmieme ponoriť gumu a matica musí byť celá ponorená. Maticu ťahá dole gravitačná sila a hore tlačí vztlaková sila, ktorá je úmerná objemu matice a hustote kvapaliny. Pretože voda má väčšiu hustotu ako petrolej, bude maticu viac nadnášať. Všimame si dĺžku gumy. V sude s petrolejom bude stále rovnako dlhá - sily na maticu sa nemenia. V sude s vodou a petrolejom sa guma skrúti, keď matica klesne až do vody, lebo sa zväčší vztlaková sila.

Bodovanie: voda a petrolej sa nemieša: 1b; nápad ako merať: 2b; vysvetlenie princípu merania: 2b; za nepresnosti alebo mylné výroky: do -2b

Príklad 7 (opravovala Maja Hanulová)

Uvediem tri najlepšie spôsoby, na ktoré som natrafila.

1. Postavíme loptu na zem, vedľa nej zvisle kolmo na zem pravítko. Dĺžka od zeme po bod dotyku lopty a pravítka je polomer lopty. Musíme si dať pozor, ak číslovanie pravítka nezačína od okraja pravítka a patrične výsledok prispôsobiť.
2. Na lopte si vyberieme bod, najlepšie ventil a kotúlame loptu po pravítku, tak aby sme sa prekotúlali celým obvodom a vrátili sa späť do vybraného bodu. Takto odmeriame obvod lopty, z čoho pomocou vzťahu $\text{obvod} = \pi \times \text{priemer}$ vypočítame priemer. Iný spôsob merania objemu je kotúľanie lopty po zemi alebo prikladanie pravítka na loptu.
3. Postavíme loptu na zem a k nej zvislo kolmo na zem priložíme pravítko. Odmeriame výšku lopty, napríklad priložením dlane alebo sa len pozrieme.

Najpresnejší spôsob merania je prvý, potom druhý a tretí. Tretí je o dosť horší ako prvé dva.

Bodovanie: prvý a druhý spôsob: 5b; tretí spôsob: 3,5b; iné, nie celkom fungujúce spôsoby: menej ako 2b; použitie iných vecí ako pravítka: 2b; prvý alebo druhý spôsob s použitím ceruzky: 4,5b

Príklad 8 (opravoval Roman Kováčik)

Tento príklad bol vcelku jednoduchý. Stačilo si uvedomiť, že počas doby trvania blesku sa vlak posunie o vzdialenosť $s = v \cdot t$, kde v je rýchlosť vlaku a t doba trvania blesku. Táto vzdialenosť je po premenení rýchlosti na $20,8333... \text{ m/s}$ $4,1666... \text{ mm}$. No a keďže oko dokáže v tomto prípade rozoznať posunutie veľké minimálne 1 cm, toto posunutie vlaku nie je schopné vnímať ako pohyb. Čiže oko bude vnímať stojaci vlak.