PIKOFYZ, 3. ročník **šk. rok 2000/2001**

Vzorové riešenia 3. série zimnej časti

Príklad F1 (opravovala Maja Hanulová)

Je to optický klam. Lúče sú rovnobežné, ale keď sa na ne pozeráme z diaľky, zdá sa nám, že sa v diaľke zbiehajú ako koľajnice.

Keby sa lúče naozaj rozbiehali, nevideli by sme ich, lebo by nás netrafili. Vidíme totiž len lúče, ktoré nám padnú do oka.

Bodovanie: správne riešenie 5 b, niečo rozumné o rozptyle svetla na oblakoch 2 b, za nesprávne argumenty do -1 b.

Príklad F2 (opravoval Frankie - Michal Hanula)

Na úvod zopár drobností. Polomer Zeme je asi 6000 km. Oblaky sa pohybujú vo výške zhruba do 20 km. Oblaky nie sú pokope držiace veci plávajúce vo vzduchu - je to vzduch, v ktorom je veľa veľmi malých kvapiek - v podstate hmla. A keďže je to vzduch, pohybujú sa rovnako rýchlo ako v danom mieste vzduch - ich skutočná rýchlosť je teda rovnaká ako rýchlosť vetra v danom mieste.

Na popis zdanlivej rýchlosti sme si vymysleli čosi, čo sa volá ``uhlová rýchlosť''. Je to zmena uhla, pod ktorým vec vidíme (t.j. smeru, ktorým sa musíme pozerať, aby sme ju videli) za jednotku času. Predstavme si oblak, pohybujúci sa rýchlosťou v vo výške h. Keď je priamo nad mojou hlavou, jeho uhlová rýchlosť je v/h (v radiánoch za sekundu, samozrejme).

Časté chyby: Nepochopiteľne častý bol názor, že oblaky obiehajú okolo Zeme ako družice. Druhý variant tohoto tvrdenia bol, že oblaky stoja a Zem sa otáča - odporúčam spočítať si obvodovú rýchlosť otáčania Zeme (obvod na rovníku je asi 40000 km, perióda asi 24 h, Bratislava je v zemepisnej šírke asi 40°).

Bodovanie: po bode za veci, od ktorých zdanlivá rýchlosť pohybu oblakov závisí (výška a skutočná rýchlosť). Do 3 b za teóriu okolo (teda za ľubovoľný ekvivalent toho, čo som tu napísal ja - výraz ``uhlová rýchlosť'' sa tam nemusel vyskytovať, išlo mi o obsah, nie o názvy). +/- b za geniálne nápady/zjavné nepravdy.

Príklad F3 (opravovala Maja Hanulová)

Teplo sa z vecí stráca alebo sa do nich dostáva vedením, prúdením, miešaním s inými dejmi. V našom prípade sa z kávy niečo vyparuje - to je prúdenie, teplo odchádza cez hrnček do vzduchu - to je vedenie, a keď mlieko pomiešame s kávou, je to miešanie.

Niečo o týchto spôsoboch prichádzania a odchádzania tepla:
Pri miešaní sa teploty vyrovnajú za pár sekúnd, keď to dobre miešame. Vedenie je pomalšie. Jeho rýchlosť je priamo úmerná pomeru povrchu a objemu telesa, z ktorého odchádza teplo a teplotnému rozdielu medzi telesom a okolím, kam sa teplo odvádza alebo odkiaľ sa privádza.
Prúdenie sa správa ako vedenie.
Predpokladáme teplotu okolia 20 °C.

Ak mlieko nalejeme do kávy hneď, dostaneme v priebehu pár sekúnd kávu s mliekom teplú okolo 50 °C (vyplýva to z kalorimetrickej rovnice, tepelné kapacity sú približne rovnaké, lebo oboje je skoro voda). Tá potom môže tri minúty chladnúť pri teplotnom rozdieli 30 °C.

Ak nalejeme mlieko až na konci, káva má príležitosť chladnúť tri minúty s teplotným rozdielom 70 °C a potom sa ešte ochladí mliekom. Mlieko sa za ten čas zohreje len nepatrne, lebo sa zohrieva s teplotným rozdielom 10 °C.

Ak nalejeme mlieko niekedy v strede, bude káva chladnúť chvíľu pri teplotnom rozdieli 70 °C a chvíľu pri 50 °C.

Jasne vidno, že mlieko treba naliať až na konci - tak bude mať káva príležitosť chladnúť najdlhšie pri najväčšom teplotnom rozdieli.

Bodovanie: správna odpoveď 2 b, spomenutie závislosti rýchlosti chladnutia od teplotného rozdielu 3 b, neúplné zdôvodnenie (chýbal teplotný rozdiel) 1,5 b, mylné názory do -2 b.

Príklad F4 (opravoval Martin Vagaský)

Ak na rozbitie 1 m hrúbky múru je potrebná energia 600 kJ, na rozbitie múru hrúbky 3 m bude potrebná energia 3×600 kJ = 1800 kJ.

Kinetická energia telesa o hmotnosti m letiaceho rýchlosťou v je rovná $E_k = mv^2/2$. Keďže už poznáme rýchlosť $v = 50\ ms^{-1}$ aj potrebnú energiu $E_k = 1800$ kJ, nič nám nebráni vypočítať hmotnosť kameňa.

$E_k = mv^2/2$

$M = 2E_{k/v}^2$

$m = 2\times1800000 /50^2 = 1440$ kg

Aby kameň prerazil pri rýchlosti $50\ ms^{-1}$ hradný múr hrubý 3 m, musí mať hmotnosť aspoň 1440 kg.

Bodovanie: Za správny postup a správne riešenie 5 b, ak ste najskôr vypočítali hmotnosť kameňa na metrový múr a potom ju prenásobili tromi -0,2 b. (Nikto z vás nenapísal, prečo to tak môže urobiť.) Za dosadenie rýchlosti v km/h -2 body.

Príklad F5 (opravoval Roman Kováčik)

Aj keď to nebolo v zadaní spomenuté, pre jednoduchosť uvažujme na úvod, že všetky štyri rýchlosti sú rovnaké. Potom si pohyb štyroch častí rakety môžeme predstaviť takto. Časti sa od seba vzďaľujú rýchlosťami v hore, dole, doprava a doľava, čím v čase vytvárajú zväčšujúci sa štvorec, ktorého uhlopriečka má veľkosť 2vt. Toto celé umiestnime do gravitačného poľa Zeme. Štvorec bude okrem zväčšovania sa navyše padať k Zemi so zrýchlením g (gravitačným zrýchlením).

A teraz si to spočítajme bez ujmy na všeobecnosť. Označme časti rakety smerujúce hore (1), dole (2), doprava (3), doľava (4). Umiestnime počiatok súradnicovej sústavy [x, y] do bodu na povrch Zeme pod miesto roztrhnutia rakety. Pre súradnice x a y častí platí:

$y_{(1)} = h - gt^2/2 + v_1t$

$x_{(1)} = 0$

$y_{(2)} = h - gt^2/2 - v_2t$

$x_{(2)} = 0$

$y_{(3)} = h - gt^2/2$

$x_{(3)} = v_3t$

$y_{(4)} = h - gt_2/2$

$x_{(4)} = v_4t$

Ak predpokladáme rovnaké rýchlosti, pre rozdiel súradníc y častí (1) a (3 a 4) platí $y_{(1)(3\ 4)} = y_{(1)} - y_{(3)} = y_{(1)} - y_{(4)} = vt$ a pre rozdiel súradníc y častí (2) a (3 a 4) platí $y_{(2)(3\ 4)} = y_{(2)} - y_{(3)} = y_{(2)} - y_{(4)} = vt$. Pre rozdiel súradníc x častí (1 a 2) a (3) platí $x_{(1\ 2)(3)} = x_{(1)} - x_{(3)} = x_{(2)} - x_{(3)} = vt$ a pre rozdiel súradníc x častí (1 a 2) a (4) platí $x_{(1\ 2)(4)} = x_{(1)} - x_{(4)} = x_{(2)} - x_{(4)} = vt$. Tieto rozdiely predstavujú vždy vzdialenosť časti od stredu útvaru, čo je jednoznačne štvorec. Ak rýchlosti nie sú rovnaké vznikne útvar závislý na veľkostiach rýchlostí (cez deltoid, kosoštvorec až po nepravidelný štvoruholník pri všetkých rýchlostiach rôznych).

Po dopadnutí časti vystrelenej smerom k Zemi budú zvyšné časti zrejme tvoriť trojuholník a po dopadnutí ďalších dvoch nemá zmysel hovoriť o útvare, pokiaľ zanedbáme rozmery časti.

K vašim riešeniam: Väčšina z vás si myslela, že to bude deltoid, menej z vás že to bude štvorec a vyskytli sa aj názory okolo kosoštvorca a i. Odpoveď tohoto typu však v tomto prípade nemá zmysel bez uvedenia rýchlostí štyroch častí (0,5 b - 2 b). Za riešenia typu pohybuje sa to takto a pôsobí gravitácia + myšlienka o nezávislosti pohybov okolo 3 b. Vyskytli sa aj úvahy o zanedbávaní gravitácie. Pri veľa problémoch sa naozaj treba zamyslieť, čo si môžeme dovoliť zanedbať a čo nie. Gravitácia je vo väčšine prípadov dostatočne silný vplyv, aby sme ju nezanedbávali napr. oproti odporu vzduchu. Tiež by nebolo zlé sa zamyslieť nad niektorými základnými princípmi, napr. že gravitácia pôsobí na všetky telesá rovnako a na teleso nemusí pôsobiť sila, aby sa pohybovalo.

Príklad 6 (opravoval Frankie - Michal Hanula)

Ako sme sa dozvedeli v zadaní, účinnosť je pomer výkonu a príkonu, teda (ak obidva vynásobím časom) energie použitej na niečo užitočné (v našom prípade na zohriatie vody) a celkovej vynaloženej energie.

Pri pokuse som zohrieval liter vody (malo to byť pol litra, ale zadanie som si prečítal až po pokuse) v rýchlovarnej kanvici Tefal 1455 a na sporáku Mora 817 combi. V oboch prípadoch bol rozdiel teplôt na konci a na začiatku 50 °C (mal som len zavárací teplomer s rozsahom 50 - 100 °C). Výkon kanvice bol udávaný ako 1280 - 1520 W pre 220 - 240 V. V sieti máme napätie 220 V (a výkon je teda 1280 W). Výkon horáku, ktorý som použil je výrobcom udávaný ako 1600 W. Táto hodnota pravdepodobne nie je veľmi presná, ale lepšiu nemám (aby som mohol spočítať spotrebu plynu, musel by som vedieť nie len objem (ktorý sa dá bez problémov merať plynomerom, dokonca s presnosťou na 0.2 l)), ale aj tlak (hustota plynu je dosť presne priamo úmerná tlaku) - a ten som nemal čím merať). Keby som mal fyzikálne tabuľky (ktoré iste všetci máte), použil by som miesto sporáku plynový varič (na bombe je napísané zloženie plynu - ja mám dve, v jednej je propán-bután v pomere 1:4, v druhej 3:7), bombu by som odvážil pred pokusom a po ňom a z výhrevnosti propánu a butánu by som vypočítal príkon.

Merná tepelná kapacita vody je c = 4186 J/(K kg), jej hustota je 1 kg/l. Mnou zohrievaná voda teda mala hmotnosť m = 1kg a energia jej dodaná bola 209300 J.

V kanvici voda zovrela (dosiahla teplotu 100 °C) za 180 s, celková minutá energia teda bola 1280 W×180 s = 230400 J. Účinnosť bola 209300/230400 = 0.91 (91%).

Na sporáku zovrela voda za 290 s, celková dodaná energia bola 1600 W×290 s = 464000 J, účinnosť bola 0.45 (45%).

Bodovanie: max. po 2 b za zmeranie účinností, +/- 1b za zdôvodnenia, dodatočnú teóriu a výrazné chyby.

Príklad F7 (opravoval Andyš Šramko)

Milé deti, Najprv nahliadneme do tabuliek (MFChT) a pozrieme sa, aké látky majú hustotu okolo r = 790 kgm^{-3}. Zistíme, že tri (acetón, etanol a metanol). Na to aby sme mohli určiť, o ktorú látku ide, potrebujeme zistiť, akú má neznáma látka mernú tepelnú kapacitu. Ako ste iste zistili, vyskytol sa jeden maličký problémik. Zo zadania nebolo jasné, či kvapaliny, ktorých tepelnú kapacitu sme porovnávali, mali rovnakú hmotnosť alebo rovnaký objem. Preto bolo najlepšie ak ste tepelnú kapacitu vypočítali aj pre jeden aj pre druhý prípad. Takže vychádzajme z toho, že kvapaliny (voda aj neznáma látka) mali rovnaký objem. Vieme, že:

$Q_1 = Q_2$

$m_1 = V\rho_1$ $\quad$ $m_2 = V\rho_2$

$\rho_1 = 1000$ kgm^{-3}

$\rho_2 = 790$ kgm^{-3}

$\Delta t_1 = 23$ K

$\Delta t_2 = 44{,}5$ K

$c_1 = 4{,}18$ kJ kg^{-1}K^{-1}

$c_2 = ?$

$Q = c.m.\Delta t$

$c_2 = 2{,}73$ kJ kg^{-1}K^{-1}

Pozrieme do tabuliek a zistíme, že najbližšie je metanol (približne 2,4 kJ kg^{-1}K^{-1}), a to je dosť veľký rozdiel na to, aby sme mohli povedať, že to nie je správny výsledok. Preto vypočítame príklad za týchto predpokladov.

$Q = Q_2$

$m_1 = m_2$

$\Delta t1 = 23$ K

$\Delta t2 = 44{,}5$ K

$c_1 = 4{,}2$ kJ.kg^{-1}K^{-1}

$c_2 = ?$

$Q = c\ .\ m\ .\ \Delta t$

$c_2 = 2{,}16$ J.kg^{-1}K^{-1}

Pozrieme, do tabuliek zistíme, že takú mernú tepelnú kapacitu má acetón. Hustota tiež sedí, čo značí, že výsledok je správny.

Príklad F8 (opravovala Irinka Malkin)

Skok z okna môžeme považovať za vodorovný vrh vo výške H od zeme a s počiatočnou rýchlosťou v_0. Pre vzdialenosť dopadu L platí vzťah $L= v_0\sqrt{(2H/g)}$, kde g je gravitačná konštanta (= 9,8 m.s^{-2}).

Urobíme horný odhad počiatočnej rýchlosti v_0: Najlepší svetoví šprintéri na 100 m dosahujú čas 10 s, z čoho vychádza rýchlosť 10 $m.s^{-1}$. Ak budeme predpokladať, že človek z úlohy dosiahol pri skoku túto rýchlosť, pre vzdialenosť dopadu bude platiť: $L = 10 m.s^{-1} \times \sqrt{(2.20 m / 9{,}8\ m.s^{-2})} = 20{,}2$ m.

Teda síce najlepší šprintér by dokázal skočiť do vzdialenostio cca 20 cm viac ako 20 m od steny okna, ale len vo vzduchoprázdne bez odporu vzduchu. Ak uvažujeme odpor vzduchu, teleso sa pohybuje po balistickej krivke a vzdialenosť dopadu je vždy podstatne menšia (odpor vzduchu je úmerný štvorcu rýchlosti telesa) ako teoreticky vypočitaná pri zanedbaní odporu vzduchu. Navyše je pomerne ťažko rozbehnúť sa v úzkej veži a preskočiť cez okno, ktoré je iba 1,5 m alebo aj menej vysoké.

Poznámka: Teoreticky dlhší skok môžeme dosiahnuť, ak sa odrazíme smerom nahor.