

## Vzorové riešenia 1. série letnej časti

## Príklad 1 (opravoval Martin MH Hriňák)

Ak budú mať sily  $F_1$  a  $F_2$  súhlasnú orientáciu, bude ich výslednica najväčšia. Bude rovná  $F_1 + F_2 = 13\text{N} + 17\text{N} = 30\text{N}$ . Ak budú mať opačnú orientáciu, bude ich výslednica najmenšia. Bude rovná  $F_2 - F_1 = 17\text{N} - 13\text{N} = 4\text{N}$ . Už len treba dodať, že ak ich uhol bude medzi  $0^\circ$  a  $180^\circ$ , tak vtedy ich výslednica bude mať veľkosť medzi  $4\text{N}$  a  $30\text{N}$ . To ľahko nahliadneme napr. z "rovnobežníkového" pravidla.

**Komentár:** Za minimálnu a maximálnu hodnotu sa dalo získať po jednom bode. Za to, že riešením je interval  $\langle 4\text{N}, 30\text{N} \rangle$  bez vysvetlenia sa dali získať až 4 body, a to podľa toho, čo tam ešte bolo napísané. S vysvetlením to bolo za 5 bodov. Ak ste našli niektoré iné hodnoty veľkosti výslednice, mohli ste za ne dostať po 0,1 bodu. Ešte by bolo dobré dodať pre niektorých riešiteľov, že dve sily môžu zvierat uhol od  $0^\circ$  po  $180^\circ$ , a nie len  $0^\circ$ ,  $90^\circ$  a  $180^\circ$ . A ešte poznámka na záver : NEOPISUJTE!!! Neoplatí sa to...

## Príklad 2 (opravoval Lukáš Medlen) podľa Martina Lauka

Keď sa kvapalina pri hladine pohybuje nejakou rýchlosťou, o niečo nižšie sa pohybuje pomalšie, čím hlbšie, tým pomalšie... až úplne dolu pri dne stojí. Toto postupné klesanie rýchlosti s hĺbkou až k nule je spôsobené vlastnosťou mokrej vody (skutočnej kvapaliny), zvanou *viskozita*, ktorá je spôsobená vnútorným trením. Znižovanie rýchlosti sa dá odôvodniť aj tým, že na hornú vrstvu vody pôsobí trenie o vzduch, kým na dolnú vrstvu pôsobí mnohonásobne väčšie trenie o dno prírodného kanálu. Naša voda sa teda v horných vrstvách bude pohybovať rýchlejšie ako v dolných. Kde je vyššia rýchlosť, tam musí byť aj väčšia schopnosť konať prácu (pohybovať objektom – lopatkou mlynčeka). V horných vrstvách pôsobí teda na lopatky mlynčeka väčšia sila, ako dole, takže mlynček sa bude, aj keď možno pomaly, krútiť (na obrázku v zadaní v smere hodinových ručičiek).

## Bodovanie

- úplne nesprávne odôvodnenie, prečo sa mlynček krúti... 0 bodov
- zdanlivo správne tvrdenie, že mlynček sa nekrúti... 0,5 bodu
- zmienky o rôznej rýchlosťou sa pohybujúce časti prúdu... 1-3 body (podľa nápadu)
- nedostatočne odôvodnené tvrdenie, že voda prúdi pri dne pomalšie... 4 body
- vysvetlenie rôznych rýchlostí pomocou trenia vody o dno (a zmienka o viskozite)... 5 bodov

## Príklad 3 (opravoval Martin MH Hriňák)

Kliešte využívajú známy princíp páky. Ak pôsobíme na kliešte silou  $F_1$  vo vzdialenosti  $a$  od miesta spojenia a drôt je vo vzdialenosti  $b$  od miesta spojenia klieští, tak pre silu  $F_2$  na neho pôsobiacu platí :  $F_1 \cdot a = F_2 \cdot b$ . Z toho :  $F_2 = (F_1 \cdot a) / b$ . No a tu už vidíme, že sila pôsobiaca na drôt je maximálna, keď  $b$  je minimálne pri rovnakej námahe z našej strany.

**Komentár:** Za to, že ste prišli na to, že tu ide o princíp páky, ste mohli dostať 4,5 bodu. Na 5 bodov bolo treba podrobnejšie vysvetlenie. Za rôzne úvahy o tom, že tam pôsobíme menšou silou, ste mohli získať až 2 body. No a tí, ktorí ste mali správne riešenie a za neho málo bodov, je tu jedno poučenie do budúcnosti : NEOPISUJTE!!!

## Príklad 4 (opravoval Roman Kováčik)

Najprv si vypočítame aká hmotnosť soli je v plechovke, ktorou sme nabrali 1,5 litra vody. Keď sme v jazere rozpustili hmotnosť  $m$ , tak v plechovke bude zrejme hmotnosť  $m$  krát podiel objemu plechovky a jazera  $m_p = m \cdot (V_p / V)$ . Kde objem jazera je  $V = S \cdot h$ . Hmotnosť sa tiež rovná súčinnu molovej hmotnosti  $m = n \cdot M$  a látkového množstva  $n = N / N_a$ , kde  $N$  je počet častíc a  $N_a$  je Avogadrova konštanta. Takže vzájomným dosadením dostaneme rovnicu  $(N / N_a) \cdot M = m \cdot (V_p / (S \cdot h))$ , z ktorej ľahko vyjadríme  $N$ .

$N = N_a \cdot (m / M) \cdot (V_p / (S \cdot h))$ . Číselne:  $N_a = 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ ,  $m = 0.5 \text{ kg}$ ,  $M = 58 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$ ,  $V_p = 1.5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ ,  $S = 2 \cdot 10^7 \text{ m}^2$ ,  $h = 10 \text{ m}$ .  $N = 3,9 \cdot 10^{13}$ .

Poznámky:

Bodoval som takto: za výpočet až po hmotnosť 1b, za výpočet až po látkové množstvo 4b. Za numerické chyby som strhával 0,5b. Správna bola poznámka niekoľkých riešiteľov, ktorí ako riešenie uviedli, že soľ sa vo vode disociuje na ióny, teda tam žiadne molekuly nebudú. Je to pravda, ale v tomto prípade išlo o výpočtový príklad, teda bolo treba aj niečo popočítať. Veselú jar!

## Príklad 5 (opravovala Maja Hanulová)

Uvarenie polievky znamená, že vo veciach, z ktorých je polievka (zemiaky, ryby, zelenina) prebehnú určité chemické zmeny. Tieto zmeny prebiehajú rýchlejšie pri vyššej teplote. Pri danej teplote trvá varenie určitý čas, nazvime ho doba varenia.

Vriaca polievka má teplotu varu, nazvime ju  $T_v$ . Bude to okolo  $100^\circ\text{C}$ , keďže polievka je prevažne voda. Približne rovnakú teplotu majú všetky súčasti polievky. Hrniec je o pár stupňov teplejší. Pokiaľ nezvýšime tlak, teplota polievky nevystúpi nad  $T_v$ .

V tejto situácii sa všetko teplo (energia) dodávané polievke míňa na udržiavanie teploty  $T_v$  a vyparovanie. Okolie polievky je totiž chladnejšie a snaží sa ukradnúť si teplo z polievky. Aby sa udržala teplota  $T_v$ , musíme dodávať teplo. Vyparovanie znamená, že molekuly polievky v dôsledku otepľovania získajú toľko energie, že sa dokážu odtrhnúť od ostatných molekúl a odletia preč.

Oheň, ktorý dokázal polievku zohriať na  $T_v$ , je schopný ju tam aj udržať hocikaký dlhý čas. Keďže oheň akejkol'vek veľkosti nemôže zvýšiť teplotu polievky nad  $T_v$ , a doba varenia závisí od teploty, uvarí sa polievka rovnako rýchlo na malom aj veľkom ohni.

Poznámky:

Väčší oheň zohrieva rýchlejšie - je schopný rýchlejšie dodávať teplo. Malý oheň dodáva teplo pomalšie, ale pokiaľ je teplota ohňa väčšia ako teplota varu polievky, polievka zovrie.

Rýchlosť toku tepla z veci 1 na vec 2 závisí od rozdielu teplôt týchto vecí. Čím väčší rozdiel, tým rýchlejší tok tepla.

Polievka si z ohňa zoberie len toľko tepla, koľko potrebuje, ostatné teplo odíde do okolia. Teda ak polievka vri, potrebuje len teplo na udržanie teploty varu a vyparovanie. Väčší prísun tepla nemôže urýchliť var ani zvýšiť teplotu, prebytočné teplo odíde do okolia.

Teplota varu stúpa so stúpajúcim tlakom. Preto sa používa kuchta - Papinov hrniec. Pary nemôžu z kuchty von, preto v nej stúpa tlak. Pri väčšom tlaku dosiahne voda väčšiu teplotu a doba varenia sa skráti.

**Príklad 6** (opravovala Irina Malkin) podľa Barbory Trubenovej.

Na teleso pôsobí gravitačná sila  $F_g = 0,48$  N, teleso má teda hmotnosť  $m = 0,048$  kg. Po ponorení do vody pôsobí na teleso vztlaková sila  $F_{vz} = 0,48 - 0,45 = 0,03$  N. Môžeme teda vypočítať jeho objem.

$$F_{vz} = V \cdot r \cdot g, \quad V = F_{vz} / r \cdot g = 0,03 / 10000 = 0,000003 \text{ m}^3$$

Poznáme hmotnosť aj objem telesa, takže si vypočítame jeho hustotu:

$$r = m / V = 0,048 / 0,000003 = 16000 \text{ kg.m}^{-3}$$

Hustota zlata je  $19300 \text{ kg.m}^{-3}$ , teda teleso nie je z rýdzeho zlata, ale môže byť z nejakej zliatiny, ktorá obsahuje aj zlato. Ako správne poznamenali niektorí z vás.

**Príklad 7** (opravovala Elena Malkin)

Máme strom, ktorý je 25 m dlhý a leží na dvoch váhach, ktoré ukazujú 140 kg a 210 kg. Strom leží iba na tých dvoch váhach, takže celá jeho tiaž je rozdelená na tieto dve váhy. Na druhej strane, na tých váhach už nič iné neleží, takže celá váha, ktorú ukazujú, patrí stromu. To znamená, že hmotnosť stromu je  $140 \text{ kg} + 210 \text{ kg} = 350 \text{ kg}$ . Momentová veta hovorí, že ak nejakú páku podoprieme v jej ťažisku, tak páka bude v rovnováhe, a bude platiť  $F \cdot a = b \cdot G$ , kde  $F$  a  $G$  sú sily pôsobiace kolmo na rôzne ramená páky a  $a$  a  $b$  sú dĺžky ramien. Vieme, že celý strom je dlhý 25 m.  $a + b = 25 \text{ m}$ ,  $a = 25 \text{ m} - b$ . Dosadíme si to do rovnice  $140 \cdot (25 - b) = 210 \cdot b$ , odkiaľ  $b = 10 \text{ m}$ . Ťažisko bude vzdialené 10 m od váhy, ktorá ukazuje 210 kg.

**Príklad 8** (opravoval Michal Franky Hanula)

Zo zadania nie je jasné, či spomínaných 36 sekúnd počítame od momentu, keď Huck začal bežať, alebo od momentu, keď počul výbuch. V tomto riešení predpokladám, že to bolo od momentu, keď začal bežať, teda čas od momentu keď počul výbuch do príchodu na miesto, odkiaľ bola svetlica vypustená bude  $t = 34 \text{ s}$ .

Rýchlosť zvuku závisí od teploty, tlaku a zloženia atmosféry. Tu budem predpokladať, že rýchlosť zvuku je  $c = 330 \text{ m/s}$ . Ak ste používali iné hodnoty, budete si to musieť prepočítať.

Čas, ktorý uplynul kým sa svetlo svetlice dostalo k Huckovi je dosť malý na to, aby sme ho mohli zanedbať.

Huck teda počul zvuk 2s po výbuchu svetlice, jeho vzdialenosť od nej v tomto momente bola teda 680 m.

My však potrebujeme vzdialenosť od miesta vypustenia svetlice, tj. dlhšiu odvesnu trojuholníka, ktorého vrcholy tvorí bod, kde je Huck, keď počuje výbuch, bod, kde svetlica vybuchla a bod, z ktorého bola vypustená. Ak predpokladáme, že svetlica vybuchla priamo nad miestom, odkiaľ bola

vypustená (a to by sme mali, ak chceme vôbec niečo vypočítať), tento trojuholník je pravohlý a ak poznáme ktorékoľvek 2 z jeho strán, pomocou Pytagorovej vety (dá sa aj zložitejšie, ale prečo by sme to robili?) môžeme vypočítať tretiu. Teda vzdialenosť, ktorú Huck prejde na bicykli od

momentu, keď počuje výbuch je:  $s = \sqrt{680^2 - 30^2} = 679 \text{ m}$ . A Huckova rýchlosť je

$$v = \frac{s}{t} = 19 \text{ 97 m.s}^{-1}$$

A bodovanie? Za riešenie ignorujúce výšku, v ktorej bola svetlica bol 1 bod, za riešenie túto výšku neignorujúce 3 body, za vysvetlenie postupu 2 body, za čokoľvek iné (napr. Úvahy o presnosti riešenie) 1 bod.