

Vzorové riešenia 3. série zimnej časti

Príklad 1 (opravoval Michal Hanula)

V zadaní príkladu chýba jeden dosť podstatný údaj - čas, za ktorý majú plavci zohriať vodu v bazéne. Skúsme preto nájsť všeobecné riešenie - vzorec, z ktorého vypočítame potrebný počet plavcov (volajme ho n), ak zadáme tento čas (tomu budeme hovoriť t v min).

Celkové teplo, ktoré musíme vode dodať (Q v kJ) môžeme zistiť z hmotnosti vody (m), jej tepelnej kapacity (c = 4.186 KJ/kg.°C) a rozdielu teplôt (DT v °C):

$$Q = mcDT$$

Teplo vyrobené n plavcami za čas t je Q = nPt (P je výkon jedného plavca (nezvykle v kJ/min)). Musíme teda nájsť take n, že nPt = mcDT. Jednoduchými úpravami zistíme, že

$$n = mcDT / Pt$$

čiže, po dosadení,

$$n = 140 / 3t$$

Príklad 2 (opravovala Majka Hanulová)

Označíme strany tehly a,b,c tak, že ab = C, ac = B, bc = A. Vieme, že tlak p je sila F na jednotku plochy S, teda p = F/S. V tomto prípade je sila gravitačná, teda F = mg, kde m je hmotnosť tehly a

g = 9,81 N/kg je gravitačné zrýchlenie. Plocha je jedna strana tehly.

Povedzme, že plocha je A. Dostaneme p = mg/A = mg/bc = mga/abc = mga/V, V = abc je objem tehly. Ale m/V = r - hustota. Dostali sme vzťah p = rgh, kde h je výška tehly, v tomto prípade h = a. Tento vzťah hovorí o závislosti tlaku na hustote a výške. Použijeme ho na výpočet a,b,c a r.

Platí: Stena vysoká 4m pôsobí tlakom 88,200 Pa, teda 88,200 = 4rg, z toho r = 2,25 kg/m³.

pA = rga, pA = 1,368 Pa, z toho a = 0,062m.

pB = rgb, pB = 2,581 Pa, z toho b = 0,116m.

pC = rgc, pC = 5,404 Pa, z toho c = 0,245m.

Hmotnosť tehly je m = Vr = abcr = 0,004kg = 4g.

Viacerí z vás si všimli, že 4g je na tehlu príliš málo. Máte pravdu, pomýlili sme sa a zadali sme tlak v Pa namiesto kPa.

Príklad sa dal riešiť aj iným spôsobom, tento sa mi zdal najelegantnejší.

Príklad 3 (opravoval Ivan Masaryk)

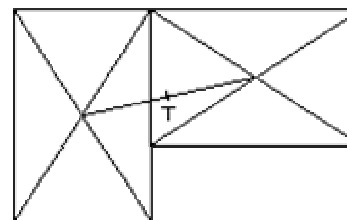
Existujú horľavé aj nehorľavé látky. Nie každá horiaca látka sa musí dať zhasiť vodou. Napríklad horiaca naftová škvrna na mori sa nehasí vodou, lebo sa ňou nedá zhasiť. Horiacu práčku alebo televízor tiež nebudeme hasiť vodou, ak sú pod elektrickým prúdom, lebo je to NEBEZPEČNÉ. Uvažujme teraz obyčajný oheň. Aby sme ho zhasili, treba aby sme ochladili horiacu látku a zabránili prístupu kyslíka. Proces hasenia vyzerá nasledovne. Po naliatí vody do ohňa sa táto voda (teplá alebo studená) buď vyparí pred dopadom, čím ochladí vzduch nad horiacou látkou. Vtedy je hasenie menej účinné. Alebo sa vyparí jej časť a druhá časť dopadne na horiacu látku. Vtedy sa zabráňuje prístupu kyslíka, ale len na miesta kde je nevyparená voda. Aby sa odparila musí jej látka dodať teplo, o ktoré ona sama príde. Vzniknutá para je ľahšia ako vzduch, a preto stúpa. Teda nezabraňuje priamo prívodu kyslíka. Je však pravda, že oheň ďalej zohrieva túto paru. Zohriata para potom vystúpi tak vysoko, že ju oheň nezohrieva, vtedy chladne, kondenzuje(až vtedy ju vidíme – obláčik pary), a znova padá ochladiť požiar. Na to, aby sa voda zohriala, potrebuje **4,2 kJ** na každý kilogram, ktorý sa ohreje o 1°C. Voda nemôže mať pri normálnom tlaku viac ako 100 °C v kvapalnom skupenstve, a preto keď zohrievame 100 °C vodu, vyparuje sa. Na to jej musíme dodať teplo **2260 kJ/kg**. Príklad: Porovnáme teplo **Q₁** ktoré musíme dodať m = 1 kg, t₁ = 10°C vode, aby z nej bola 100°C para, a teplo **Q₂**, ktoré musíme dodať m = 1 kg, t₂ = 70°C vode, aby z nej bola para 100°C.

$$Q_1 = cm(t_v - t_1) + Lm = 4,2 \cdot 1 \cdot 90 + 2260 \cdot 1 \text{ [kJ]} = 2638 \text{ kJ}$$

$$Q_2 = cm(t_v - t_2) + Lm = 4,2 \cdot 1 \cdot 30 + 2260 \cdot 1 \text{ [kJ]} = 2386 \text{ kJ}$$

Takže aj teplá aj studená voda ochladzujú veľmi dobre. Rozdiel je však v tom, že s teplou vodou sa horšie manipuluje a môže hroziť zranenie. Studená voda je zväčša dostupnejšia, je lacnejšia, bezpečnejšia a lepšie sa s ňou manipuluje, preto ňou hasia aj požiarnici. Hasiť vodou je výhodnejšie, ak pri hasení nehrozí nebezpečenstvo a nemáme poruke dostatok studenej. Snehom a ľadom (zmrznutou vodou) sa ohne hasia tiež bezpečne a účinne, ak sa s nimi dobre manipuluje.

Príklad 4 (opravoval Martin Hriňák)



Ťažisko dosky určíme tak, že si ju rozdelíme na dva rovnaké obdĺžniky. Ťažisko každého z nich je v priesečníku jeho uhlopriečok. Keďže oba obdĺžniky sú rovnako veľké, ťažisko celej dosky bude ležať v strede úsečky, ktorá spája ich ťažiská.

Komentár: Úloha bola jednoduchá. Body som strhával za to, keď ste zabudli povedať, že ťažisko obdĺžnika je v priesečníku jeho uhlopriečok, alebo prečo je ťažisko dosky v strede spojnice týchto ťažísk. Našli sa aj experimentálne riešenia, za ktoré sa

však kvôli veľkej nepresnosti nedalo získať veľa bodov.

Príklad 5 (opravoval Martin Hriňák)

Označme si veličiny zo zadania : V_v=200ml objem vody s teplotou t₀=25°C, V_l=6,4cm³ objem jednej kocky ľadu s teplotou t₁=-5°C, t=5°C výslednú teplotu vody po pridaní kociek ľadu. Označme Q teplo, ktoré voda odovzdala, keď sa ochladila na 5°C. Potom toto teplo musel prijať ľad na to, aby roztopil na vodu s teplotou 5°C (tepelné straty neuvažujeme). Tento proces prebiehal v troch fázach : 1. Ľad sa ohrial z -5°C na ľad s teplotou t₂=0°C, spotrebované teplo označme Q₁. 2. Ľad s teplotou 0°C sa roztopil na vodu s teplotou 0°C, na to sa spotrebovalo teplo L. 3. Voda s teplotou 0°C, ktorá nám vznikla roztopením ľadu, sa ohriala na 5°C. Teplo Q môžeme vyjadriť aj takto : Q=c_v.m_v.(t₀-t), kde c_v=4,18 kJ/kg.°C je merná tepelná kapacita vody, m_v je hmotnosť vody. Ďalej m_v=V_v.r_v, kde r_v je hustota vody (r_v=1000kg/m³). Z toho máme : Q=c_v.V_v.r_v.(t₀-t). Teraz si vyjadríme teplá Q₁, L, Q₂. Platí Q₁ = c_l.m_l.(t₂-t₁) = c_l.V_l.r_l.(t₂-t₁) = n.c_l.V_l.r_l.(t₂-t₁), kde m_l je

hmotnosť vhoďného ľadu, $c_L=2,09 \text{ kJ/kg}^\circ\text{C}$ je merná tepelná kapacita ľadu, V_{L1} je objem vhoďných n kociek ľadu a $\rho_L=917 \text{ kg/m}^3$ je hustota ľadu. Pre teplo L platí: $L = m_L \cdot l_t = n \cdot V_{L1} \cdot \rho_L \cdot l_t$, kde $l_t = 334 \text{ kJ/kg}$ je merné skupenské teplo topenia ľadu. No a na záver platí $Q_2 = m_L \cdot c_v \cdot (t-t_2) = n \cdot c_v \cdot V_{L1} \cdot \rho_L \cdot (t-t_2)$, kde m_L je hmotnosť vody, ktorá sa zohrieva z 0°C na 5°C (vznikla roztopením n kociek ľadu). Vcelku má teda platiť: $Q = Q_1 + L + Q_2$, teda:

$$c_v \cdot V_v \cdot \rho_v \cdot (t_0-t) = n \cdot [c_L \cdot V_L \cdot \rho_L \cdot (t_2-t_1) + l_t + c_v \cdot V_L \cdot \rho_L \cdot (t-t_2)].$$

Z toho si vyjadríme n , ktoré nás zaujíma:

$$n = c_v \cdot V_v \cdot \rho_v \cdot (t_0-t) / [c_L \cdot V_L \cdot \rho_L \cdot (t_2-t_1) + V_L \cdot \rho_L \cdot l_t + c_v \cdot V_L \cdot \rho_L \cdot (t-t_2)].$$

Po dosadení známych hodnôt a konštánt dostávame, že $n = 7,8$. To znamená, že pridať musíme 8 kociek ľadu (máme len celé kocky ľadu).

Komentár: Body som strhával hlavne za tieto nedostatky:

- považovali ste hustotu ľadu a vody za rovnakú: -0,5b
- považovali ste mernú tepelnú kapacitu ľadu a vody za rovnakú: -0,5b
- počet kociek ľadu nebolo prirodzené číslo: -0,3b
- zle ste zaokrúhľovali: -0,1b až -0,3b
- zabudli ste na jednotky pri veličinách (alebo ste mali uvedené zlé jednotky): -0,1b až -0,3b
- zabudli ste na to, že ľad sa musí roztopiť: -2b
- zabudli ste, že ľad sa musí zohriať z 0 na 5°C (resp. z 0 na 5°C): -0,5b
- zabudli ste vysvetliť, čo jednotlivé veličiny znamenajú: -0,1b až -0,5b

Veľa chýb bolo tvaru $0,2l=0,2\text{kg}$, čo neplatí! Platí, že hmotnosť $0,2l$ vody (pri hustote 1000 kg/m^3) má hmotnosť $0,2 \text{ kg}$. Za to ste mohli stratiť $0,2b$. Podobné príklady je najlepšie riešiť najprv všeobecne, a dosadzovať známe hodnoty až na konci (vyhneme sa chybám pri zaokrúhľovaní).

Príklad 6 (opravoval Roman Kováčik)

V miestnosti, kde sa kúri, je zrejme vyššia teplota ako v miestnosti, kde sa nekúri. Pokiaľ sú dvere medzi miestnosťami dobre utesnené, tak zvyšovaním teploty v miestnosti, kde sa kúri, sa tam zvyšuje aj tlak. Takže keď sa otvoria dvere, snažia sa vyrovnáť tlaky medzi miestnosťami, čo spôsobí pohyb vzduchu, teda príván. Pokiaľ dvere medzi miestnosťami nie sú dobre utesnené a môže medzi nimi pomaly prenikať vzduch, tak sa tlaky medzi nimi vyrovnávajú. A pri rovnakých tlakoch má vzduch s vyššou teplotou nižšiu hustotu ako vzduch s nižšou teplotou. Keď sa teda otvorí dvere, studený vzduch začne spodom dverí vtekať do teplej miestnosti a vytláčať teplý vzduch, ktorý bude odchádzať vrchnou časťou dverí do studenej miestnosti, čím vznikne príván. Toto nastane aj v prvom prípade, keď sa tlaky vyrovnajú. Lebo v teplej miestnosti sa stále kúri, teda vzduch bude prúdiť stále.

Bodovanie: vzhľadom na to, že tento príklad bol ľahký, body som strhával za to, pokiaľ niekto poriadne nepochopil zadanie, prípadne sa úlohu snažil vyriešiť použitím takých "zákonov" fyziky, ktoré nie sú celkom platné.

Príklad 7 (opravovala Irina Malkin)



Uvažujme strom výšky 2m . Pre zjednodušenie predpokladajme, že máme 100 ozdôb a každá z nich nech váži 5g . Ďalej nech ozdoby ležia na stole vo výške 1m vzdialeného 2m od stromčeka. Rodina sa skladá z mamy, otca a dvoch detí. Dcéra meria 140cm a syn 120cm . Rozdelíme si strom na tri časti. Syn bude vešať 50 ozdôb vo výške $0,8\text{m}$. Dcéra zavesí 20 ozdôb vo výške $1,2\text{m}$ a otec 20 ozdôb vo výške $1,8\text{m}$. Mama bude nosiť ozdoby. Predpokladajme, že hmotnosť ruky je 3kg u dospelého a 2kg u detí. Za predpokladu, že mama nosí ozdoby konštantou rýchlosťou vo výške 1m vychádza, že $W_{\text{mama}} = 0$, lebo smer pôsobenia gravitačnej sily je kolmý na smer pohybu a teda fyz. práca sa nekoná. Na to mnohí z vás zabudli. Keďže ste sa ešte neučili o tom, akou veľkou silou pôsobí trenie na idúceho človeka a aká sila pôsobí na človeka, keď syn bude konať prácu, keď bude dvíhať ruku po ozdobu. $W_{\text{syn}} = \text{poč} \cdot (m_{\text{ruky}} + m_{\text{oz}})gDh$

$W_{\text{syn}} = 50 \cdot (2 + 0,005) \cdot 10 \cdot 0,2 = 200,5 \text{ J}$. Dcéra bude dvíhať ruku s ozdobami

$W_{\text{dcéra}} = \text{poč} \cdot (m_{\text{ruky}} + m_{\text{oz}})gDh = 30 \cdot 2,005 \cdot 10 \cdot 0,2 = 120,3 \text{ J}$. a otec dvíha ruky s ozdobami

$W_{\text{otec}} = \text{poč} \cdot (m_{\text{ruky}} + m_{\text{oz}})gDh = 20 \cdot 3,005 \cdot 10 \cdot 0,8 = 480,8 \text{ J}$.

$W_{\text{rodiny}} = 801,6 \text{ J}$.

Teraz niečo k tomu, prečo pri hýbaní rukami dole nekonám prácu. Keď dvíham niečo proti smeru pôsobenia sily, konám prácu $W=F \cdot s$, keď dvíham niečo v smere pôsobenia sily,

$W=F \cdot (-s)$. (Pohybujem sa v opačnom smere než pred tým.) Teda práca, ktorú vykonám je záporná. To znamená, že získam energiu. Táto energia sa väčšou časťou spotrebuje na teplo

alebo ju príjme okolie a preto z nej nemám skoro žiadnu mechanickú energiu. (Je to podobné ako keď kameň spadne z nejakej výšky na zem. Zohreje sa kameň, zem aj vzduch okolo kameňa.)

Strhávanie bodov:

- ak ste zabudli na prácu konanú dvíhaním rúk – $0,5b$
- ak ste predpokladali, že celé telo sa presunie do výšky, v ktorej sa vešajú ozdoby – $0,5b$ ($W=m_{\text{el}}gh_{\text{str}}$)
- výpočtové chyby a zlé odhady – $1b$
- za výpočet práce ktorá sa koná pri nosení zo stola podľa vzorca $W = mgs$ – $2b$

Príklad 8 (opravoval Roman Kováčik)

Predpokladajme, že koliesko sa samo roztočí tým, že jedna strana (pravá alebo ľavá) preváži tú druhú. Koliesko sa pootočí o istý uhol, práve taký, že vyzerá presne ako na začiatku. Vtedy by sa malo správať tak isto ako na začiatku, čiže by sa malo ďalej roztáčať. Takýmto postupom dospejeme až k tomu, že sa koliesko otočí o 180° . Vtedy by sa malo zasa správať rovnako ako na začiatku. Ale na začiatku prevážila povedzme pravá strana ľavú a teraz by prevážila ľavá strana pravú, čo by znamenalo, že pravá strana je zároveň ťažšia aj ľahšia ako ľavá strana. To je nezmysel. Maximálne môžu byť rovnako ťažké, alebo jedna bude ťažšia a po tom, ako sa trochu potočí, zostane dole. Komu by nestačilo toto, dá sa pohrať s momentmi síl a ukázať, že pravá a ľavá strana sú v rovnováhe. A kto ešte stále nie je presvedčený, nech si spomenie na zákon zachovania energie. No a prečo sa koliesko zastaví, keď ho roztočíme? Lebo všade existuje nejaký odpor, v tomto prípade trenie na hriadelí (to je to, na čom sa koliesko otáča) a odpor vzduchu.

Bodovanie: Riešenie som rozdelil na dve časti. Jedna bola o tom vysvetliť prečo sa to neroztočí, resp. nejaký pokec o zákone zachovania energie, a druhá časť o tom, prečo sa to zastaví, teda o trení. Obidve časti som hodnotil rovnako na 2,5 b, pričom podľa kvality riešenia alebo ak ste použili veci, ktoré použité byť nemali, som strhával 0,5-1,5 b.