

# P I K O F Y Z

## Vzorové riešenia 2. série zimnej časti

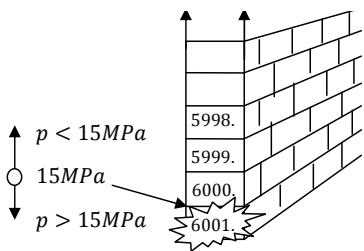
Pikofyz, 13. ročník

www.p-mat.sk/pikofyz

šk. rok 2010/2011

### Príklad 1 - Pevný domček *opravoval Peter Dupej - Peťo*

Vieme, že tehla odolá tlaku  $p = 15 \text{ MPa}$ . Ak ste nezazmätkovali, došlo vám, že tento tlak sa rozkladá na najväčšiu stenu a to  $S = a \cdot b = 40 \text{ cm} \cdot 20 \text{ cm} = 800 \text{ cm}^2 = 0,08 \text{ m}^2$ . Zo vzorca  $p = \frac{F}{S}$  dostaneme silu, ktorou tlačia tehly na podstavu.  $F = p \cdot S = 15\,000\,000 \text{ Pa} \cdot 0,08 \text{ m}^2 = 1\,200\,000 \text{ N}$ . Zo vzorca pre tiažovú silu  $F = m \cdot g$  vieme vyrátať hmotnosť tehliet  $m = \frac{F}{g} = \frac{1\,200\,000 \text{ N}}{10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}} = 120\,000 \text{ kg}$ . Aby sme zistili hmotnosť jednej tehly, musíme vyrátať jej objem  $V_t = a \cdot b \cdot c = 40 \text{ cm} \cdot 20 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} = 8\,000 \text{ cm}^3 = 0,008 \text{ m}^3$  a keď objem vynásobíme hustotou dostaneme hmotnosť  $m_t = V_t \cdot \rho = 0,008 \text{ m}^3 \cdot 2\,500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 20 \text{ kg}$ . Aby stĺpec tehliet vážil  $120\,000 \text{ kg}$  musíme na seba naskladať  $n = \frac{120\,000 \text{ kg}}{20 \text{ kg}} = 6\,000$  tehliet. Keďže tehly ležia na najväčšej podstave ( $a \cdot b$ ), výška jednej tehly je  $c = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$  a výška celej steny bude  $h = n \cdot c = 6\,000 \cdot 0,1 \text{ m} = 600 \text{ m}$ .



Veľa z vás si neuvedomilo, že na podstavu jednej tehly tlačí aj jej vlastná hmotnosť, preto postavilo stenu vysokú  $6\,001$  tehliet. Ak  $6\,000$  tehliet tlačí na  $6\,001$ . tehlu tlakom  $15 \text{ MPa}$  alebo hmotnosťou  $120\,000 \text{ kg}$ , tak na spodok tej  $6\,001$ . tehly tlačí už  $15,0025 \text{ MPa}$ , alebo  $120\,020 \text{ kg}$ . Chýba  $6\,001$ . tehlička to už nevydrží a praskne. Naopak, niektorí ste písali, že stena môže byť vysoká len  $5\,999$  tehliet, lebo  $6\,000$ . už bude rozpučená tlakom  $15 \text{ MPa}$ . My sme však do zadania

napísali, že tehla tlaku  $15 \text{ MPa}$  ešte odolá.

Ak ste použili  $g = 9,81 \text{ N/kg}$  vyšla vám hmotnosť stĺpca tehliet  $m = \frac{1\,200\,000 \text{ N}}{9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}}} \doteq 122\,324 \text{ kg}$ , počet tehliet  $n \doteq \frac{122\,324 \text{ kg}}{20 \text{ kg}} = 6\,116,2$  a výška steny  $h = 611,6 \text{ m}$ , lebo môžeme stavať len z celých tehliet, a  $6\,117$  tehliet by už spôsobilo väčší tlak ako  $15 \text{ MPa}$ .

Niektorí ste vyrátali tiažovú silu jednej tehly  $F_t = m_t \cdot g = 20 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 200 \text{ N}$  a touto silou ste potom podelili tiažovú silu celého stĺpca tehliet  $n = \frac{F}{F_t} = \frac{1\,200\,000 \text{ N}}{200 \text{ N}} =$

6 000 tehliel alebo, dokonca, že každá tehla tlačí na tú pod ňou o  $p_t = \frac{F_t}{S} = \frac{200 \text{ N}}{0,08 \text{ mm}} = 2500 \text{ Pa}$  väčším tlakom, ako tá nad ňou, takže počet tehliel ste potom vyrátali ako  $n = \frac{p}{p_t} = \frac{15\,000\,000 \text{ Pa}}{2\,500 \text{ Pa}} = 6\,000$  tehliel.

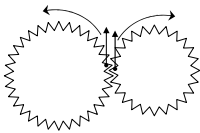
Ak ste si dosadzovali vzorce do vzorcov mohli ste po úpravách dôjsť k niečomu čo sa veľmi podobá na **hydrostatický tlak**.

$$p = \frac{F}{S} = \frac{m \cdot g}{S} = \frac{V \cdot \rho \cdot g}{S} = \frac{n \cdot V_t \cdot \rho \cdot g}{S} = \frac{n \cdot a \cdot b \cdot c \cdot \rho \cdot g}{a \cdot b} = n \cdot c \cdot \rho \cdot g = h \cdot \rho \cdot g$$

Všimnite že sa nám všetky rozmery tehly vykrátali, to znamená, že výška vôbec nezávisí od rozmerov tehly, ale od jej hustoty a odolnosti tlaku. A prečo sa tlak tehliel podobá na tlak vody v jazierku? No lebo tak ako v jazierku tlačí vodný stĺpec na dno, tak aj tu tlačí stĺpec tehliel na zem.

*Bodovanie: Ak ste mali úplne správne riešenie, dával som 5 b. 1 b som strhával, ak ste pridali alebo ubrali tehlu, 1 b za nahradenie obsahu podstavy celým povrchom tehly a 1 b za veľmi časté chyby vo výpočtoch a úpravách jednotiek. Zvyšné 2 b boli za teoretický obkek (vzorce pre tlak, silu, hmotnosť, zdôvodnenie na ktorú podstavú tlačia tehly).*

## Príklad 2 - Kolieska opravoval Martin Svetlík - Panda



Pozrime sa na to, ako fungujú ozubené prevody. Dve kolesá sú do seba vklinené zubami, takže ak zuby jedného idú v mieste vklinenia niektorým smerom (napr. hore), tak aj zuby druhého musia ísť tým istým smerom (tiež napr. hore). Lenže to znamená, že kolesá sa točia opačným smerom (viď obrázok). Preto ak sa má posledné točiť v smere hodinových ručičiek, tak tretie sa musí točiť proti smeru, tým pádom druhé v smere a teda prvé proti smeru.

Teraz treba vypočítať rýchlosť otáčania. Tu viacerí z vás napísali, že je úplne jedno, aké veľké sú kolesá, rýchlosť majú rovnakú, a teda ak sa posledné otočí raz za hodinu, tak aj prvé sa otočí raz za hodinu. **To ale nie je správne.** Je síce pravda, že rýchlosť majú rovnakú, ale nie tú vyjadrenú v otáčkach za hodinu, ale tú vyjadrenú pomocou zubov. Prečo?

Ozubené kolesá do seba presne zapadajú - zub jedného medzi zubami druhého, takže ak sa jedno otočí o jeden zub, tak aj to druhé sa musí otočiť o jeden zub, bez ohľadu na počet ich zubov. Preto sa všetky kolesá na obrázku budú točiť (svojimi smermi) o jeden zub za minútu. Takže prvé koleso nespraví za hodinu 1 otáčku, ale 60 zubov, t.j. 1,5 otáčky.

Býva dobrým zvykom udávať rýchlosť otáčania v otáčkach za jednotku času, napríklad preto, aby sme vedeli, ako rýchlo sa má točiť motor, ktorým budeme koleso poháňať (určite ste sa s tým stretli pri práčke alebo aute), takže ak má prvé koleso 40 zubov a otočí sa o jeden zub za minútu, tak to je  $\frac{1}{40} \frac{\text{ot}}{\text{min}} = 1,5 \frac{\text{ot}}{\text{hod}}$ .

Alebo, vo fyzike sa používa aj uhlová rýchlosť (t.j. vyjadrenie, o aký uhol sa niečo otočí za daný čas), a keďže plný uhol je  $360^\circ$  a prvé koleso má 40 zubov, tak na jeden zub pripadá  $9^\circ$ . Takže to bude  $\frac{9^\circ}{60s} = 0,15^\circ/s$ . Ale to som v riešení nevyžadoval.

Bodovanie: *Za vysvetlenie smeru otáčania 2,5 bodu, za vysvetlenie rýchlosti v zuboch za minútu 2 body, za prevedenie rýchlosti otáčania do otáčok za jednotku času, resp. uhlovej rýchlosti 0,5 bodu.*

### Príklad 3 - Pirátsky amulet *opravovala Ada Lešková*

Čo je priemerná hustota amuletu  $\rho$ ? Podobne, ako priemerná rýchlosť nemusí byť aritmetickým priemerom rýchlostí, tak ani priemerná hustota nemusí byť aritmetickým priemerom hustôt. Priemernú hustotu teda počítame podľa vzťahu:

$$\text{priemerná hustota} = \frac{\text{celková hmotnosť}}{\text{celkový objem}}$$

Všimnime si, že keby situácia bola iná a kocky by nemali rovnakú hmotnosť, ale objem, aritmetický priemer hustôt by bol v tomto prípade priemernou hustotou. Keďže vieme, že hmotnosti kociek sú rovnaké, potom celková hmotnosť amuletu bude  $M = 2m$ , kde  $m$  je hmotnosť jednej kocky. Celkový objem amuletu  $V = V_1 + V_2$ , kde  $V_1$  je objem jednej kocky a  $V_2$  je objem druhej kocky. Objem jednej kocky  $V_1$ , ktorej hustotu  $\rho_1$  poznamo,  $\rho_1 = 1500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ , je  $V_1 = \frac{m}{\rho_1}$ . Objem druhej kocky  $V_2$ , ktorej hustotu  $\rho_2$  chceme zistiť, je  $V_2 = \frac{m}{\rho_2}$ . Nakoniec, celkový objem viem taktiež vypočítať ako  $V = \frac{2m}{\rho}$ , pričom  $\rho = 2300 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ . Tieto hodnoty si dosadím do rovnice:

$$\begin{aligned} V &= V_1 + V_2 \\ \frac{2m}{\rho} &= \frac{m}{\rho_1} + \frac{m}{\rho_2} \\ \rho_2 &= \frac{\rho \cdot \rho_1}{2\rho_1 - \rho} \end{aligned}$$

Po dosadení hodnôt za  $\rho$  a  $\rho_1$  dostanem:

$$\rho_2 = \frac{2300 \cdot 1500}{2 \cdot 1500 - 2300} \doteq 4928,6 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Rovnaký výsledok by sme dostali keby sme priamo do vzorca pre priemernú hustotu dosadili vzorce pre objemy:

$$\rho = \frac{2m}{V_1 + V_2} = \frac{2m}{\frac{m}{\rho_1} + \frac{m}{\rho_2}}$$

Bodovanie: 5 b za správnu odpoveď, za nejasnosti alebo menšie chybičky 0,5 b až 1 b menej. Ak ste počítali priemernú hustotu ako aritmetický priemer jednotlivých hustôt, máte 3 b, ak ste počítali priemernú hustotu ako súčet jednotlivých hustôt, máte 1 b.

#### Príklad 4 - Prepadnutie vlaku *opravoval Tomáš Jančo - Janči*

Ahojte! Najskôr si povieme čo sa deje, keď Bill strieľa na Vlak. Bill sa pohybuje rýchlosťou  $v_b = 20 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  v smere vlaku, ktorý sa pohybuje rýchlosťou  $45 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . Keď Bill vystrelí, guľka opustí hlaveň rýchlosťou  $800 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  kolmo na vlak. Keďže sa Bill pohyboval svojou rýchlosťou  $v_b$  v smere vlaku, guľka z jeho pištole sa okrem rýchlosti kolmej na vlak bude pohybovať rýchlosťou rovnobežnou s vlakom, teda  $v_b$ . Aby sme príklad vedeli ľahšie vypočítať, predstavíme si, že sa bandita nehýbe: Bandita sa pohyboval rýchlosťou  $v_b = 20 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  a teraz stojí. Celú sústavu sme teda spomalili o  $20 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . Takže vlak sa pohybuje rýchlosťou  $(45 - 20) \frac{\text{km}}{\text{h}} = 25 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . Keď si to takto predstavíme, vytvoríme sústavu spojenú s banditom - teda takú kde bandita stojí (to preto, že bandita sa sám vzhľadom na seba nepohybuje). V takejto sústave sa už guľka nepohybuje rovnobežne s vlakom, ale iba kolmo k nemu. To nám výrazne zjednoduší počítanie.

Chceme vypočítať o koľko budú posunuté diery na vagóne, teda dráhu, ktorú prejde vlak, v čase od urobenia jednej diery po urobenie druhej. Dráhu vyjadríme z  $v = \frac{s}{t}$  ako  $s = v \cdot t$  kde rýchlosť  $v$  je rýchlosť vlaku vzhľadom na guľku. Tu treba použiť rýchlosť čo sme vypočítali v prvej časti riešenia - tzv. vzájomnú rýchlosť. Čas  $t$  je ten, za ktorý guľka prekoná kolmú vzdialenosť medzi stenami vozňa, teda šírku vlaku  $l$ , čiže:  $t = \frac{l}{v_{\text{guľka}}}$ . Všetko podosádzame:

$$s = v_{\text{vz}} \cdot t = v_{\text{vz}} \cdot \frac{l}{v_{\text{guľka}}} = 25 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{2,5 \text{ m}}{800 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 0,078125 \text{ m} = 7,8125 \text{ cm}$$

V tomto momente si pozorný riešiteľ všimne **Aha! Nepremenil jednotky!** Použil som malý trik: Keď premieňam jednotky, tak údaj násobím alebo delím nejakým číslom. A predsa keď niečo vynásobím a potom vydělím tým istým číslom, tak sa nič nestane. Dokážem si to tak, že premenené rýchlosti zapíšem ako zlomky:

$$s = \frac{25 \text{ m}}{3,6 \text{ s}} \cdot \frac{2,5 \text{ m}}{\frac{800 \text{ m}}{3,6 \text{ s}}} = \frac{3,6}{3,6} \cdot \frac{25 \cdot 2,5}{800} \text{ m} = 0,078125 \text{ m} = 7,8125 \text{ cm}$$

Vidím, že 3,6 sa mi vykrátia, to znamená že premieňať nemusím. Ak sa nepomýliš tak je tento postup úplne správny a veľmi rýchly. V tomto riešení vidieť, že sme ani nepotrebovali vzdialenosť banditu od vlaku. Nech by bol akokoľvek ďaleko, diery by od seba boli vzdialené rovnako.

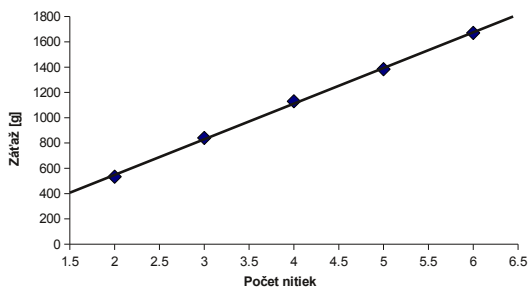
*Bodovanie: Najdôležitejšie bolo uvedomiť si, že guľka sa pohybuje aj vodorovne s vlakom, teda že pri výpočte treba použiť vzájomnú rýchlosť. Ak ste si toto neuvedomili, prišli ste o 2,5 b. Ak ste si to uvedomili, ale nevysvetlili to, strhol som 1 b. Komu úplne chýbal postup som strhol 2,5 b. Ak ste pri výpočte vzdialenosti dier nepoužili čas za ktorý guľka preletí vagón, ale napr. čas za ktorý guľka preletí od banditu k vagónu, strhol som okolo 1 b.*

### Príklad 5 - Až do roztrhnutia opravoval Ondrej Bogár - Bugý

Aj keď na prvý pohľad to mohlo vyzeráť strašidelne, tak tento pokus nebol vôbec ťažký. Mnohí ste ale pozabúdali na podstatné veci alebo ste preskočili niektoré podstatné fakty. Ako mal takýto vypracovaný experiment vyzeráť vám teraz v skratke napíšem.

Postup: Použil som čiernu niť na šitie (takú na zašívanie záplat), z ktorej som si nastrihal 16 cm dlhé kúsky. Na oboch koncoch som vytvoril z nitiek slučku. Do každej som zahákol železný háčik. Jedným som zavesil nitky a na druhý som priviazal vedro s hmotnosťou 430 g. Do neho som potom postupne po 1 deci dolieval vodu. Takto som bol schopný meniť hmotnosť a hľadať pri akej záťaži sa daný počet nitiek pretrhne. Po pretrhnutí som odvážil vedro aj s doliatou vodou. Vážil som na kuchynskej váhe s presnosťou na 10 g. Pre každý počet nitiek som urobil tri merania a následne spravil priemer.

Meranie	Hmotnosť [g]				
	2 nitky	3 nitky	4 nitky	5 nitiek	6 nitiek
1	540	830	1130	1390	1690
2	520	850	1130	1380	1650
3	540	840	1130	1380	1670
Priemer	533	840	1130	1383	1670



Teraz mám peknú prehľadnú tabuľku a môžem si spraviť aj graf. Keď grafom preložím priamku tak vidím, že skoro presne kopíruje moje namerané priemerné hodnoty. Preto môžem vysloviť následovný záver. Záťaž, ktorú unesú nitky, priamo úmerne (lineárne) rastie s počtom nitiek, ktoré su zviazané dokopy.

Bodovanie: Za slovný popis postupu a opis alebo náskres aparatury 2 b. Za napísanie nameraných hodnôt 1 b, za nameranie aspon troch roznych počtov nitiek 1 b a za záver alebo aspoň graf 1 b. Ak ste nerobili viac meraní a potom z nich priemer tak ste stratili -0,5 b.

### Príklad 6 - Lúhovanie opravoval Ján Bogár - Boogie

Ahoj ľudkovia. Najprv k tomu experimentu. Zbral som tri sklenené poháre, každý po 0,3 l. Do prvého som nalial studenú vodu (takže o niečo studenšiu ako je izbová teplota), do druhého pohára polovicu vriacej a polovicu studenej vody a do tretieho

vriacu vodu (čiže mala o trochu menej ako  $100^{\circ}$ ). Potom som do každého pohára položil vrečko ovocného čaju (lebo obsahuje veľa farbív a preto sa dá dobre odhadnúť, kedy je už čaj vylúhovaný) a začal merať čas. Farbivo sa začalo pomaly uvoľňovať, väčšina z neho klesala ku dnu, ale postupne zafarbovalo aj zbytok pohára. Keď sa celý objem pohára zafarbil, zapísal som si čas.

Tu sú výsledky. V studenej vode sa čaj vylúhoval za 50 min, v teplej za 37 min, a vo vriacej za 5 min.

Takže ako vidieť, najrýchlejšie sa vylúhoval čaj v horúcej vode a najpomalšie v studenej vode. Prečo je to tak? Skúsme sa na chvíľu zmenšiť a vyberme sa medzi molekuly. Molekuly vody sa neustále pohybujú, a to tým rýchlejšie, čím je vyššia teplota. Je to pohyb úplne chaotický, molekuly sa stále odrážajú sem a tam, neustále sa medzi sebou zrážajú a občas narazia aj na čajový lístok. No a čím majú vyššiu rýchlosť, tým majú väčšiu šancu, že narušia jeho štruktúru a vytrhnú z neho molekuly farbiva alebo aj iných výživných látok. V horúcom čaji sa teda farbivo rýchlejšie dostane z čajových lístkov do vody. To ale nie je všetko. Pozrime sa teraz na molekulu farbiva, ktorá už je vylúhovaná. Molekuly vody na ňu neustále narážajú, a ona podľa toho poskakuje na jednu alebo na druhú stranu, podľa toho, z ktorej strany na ňu práve narazí viac molekúl (hovorí sa tomu Brownov pohyb). Ak majú molekuly vody nízku rýchlosť, tak sa molekuly farbiva budú tiež pohybovať pomaly. Ak ale budú molekuly vody rýchlejšie, aj molekuly farbiva po zrážkach s nimi budú mať vyššiu rýchlosť a budú mať lepšiu šancu, že sa za rovnaký čas dostanú ďalej ako v studenom čaji. Takže v horúcom čaji sa farbivo aj rýchlejšie rozptýli do celého objemu pohára. Takže teplota vody má na lúhovanie čaju (a rovnako aj hocikaké iné rozpúšťanie) hneď dvojaký účinok: nielenže sa farbivo rýchlejšie uvoľňuje z čajových lístkov, ale ešte sa aj rýchlejšie rozptýli do celého pohára.

No, ale späť k experimentu a jeho presnosti. Experiment nebol veľmi presný, a to z jednoduchého dôvodu: ako spoznať, či je čaj už vylúhovaný? Ja som farbu čaju určoval od pohľadu, čo nie je príliš presné. Uvádzať preto časy vylúhovania s väčšou presnosťou ako na minúty nemá zmysel, a aj to je trochu prehnané. Lepšie by bolo najprv jeden čaj vylúhovať a potom porovnávať farbu ostatných čajov s týmto, už vylúhovaným. Presnosť by sa tým podstatne zvýšila. Mimochodom, konkrétne časy závisia silne aj od druhu čaju, ale ak je čaj pre celý experiment rovnaký, tak vždy nevýjde experiment rovnako.

*Bodovanie: Za dobre urobený a opísaný experiment boli 3 b, za správne vysvetlenie pozorovaných výsledkov 2 b.*

### **Príklad 7 - Sladenie** *opravovala Zuzana Bogárová - Bum*

Ako sme experimentovali. Pripravili sme si cukor. Dve kocky kockového cukru, a dve hromádky kryštálového cukru rovnakej hmotnosti ako sú kocky cukru, čakali na ich obetovanie vede. Zobrali sme si štyri rovnaké poháre, do všetkých sme dali rovnaké množstvo vody. V dvoch bola voda izbovej teploty a v dvoch voda pri bode varu. Naraz sme nasypali cukor do pohárov a sledovali, čo sa deje.

Pri experimente sme odsledovali rozdielnosť v roztápaní v teplej a v studenej vode, ako aj v roztápaní kockového a kryštálového cukru. Teraz na to pôjdeme postupne.

Aký je rozdiel medzi roztápaním v teplej a v studenej vode. Čím je voda teplejšia, tým sa jej molekuly hýbu rýchlejšie. Potom častejšie narážajú na molekuly cukru. Prirodzenou vlastnosťou všetkých látok je, že ak sa jej častice môžu pohybovať, tak sa rozptyľujú do celého priestoru. Tento jav nazývame difúzia. Tu môžeme sledovať difúziu, pretože častice cukru samovoľne prenikajú medzi častice vody. A keďže je tam zvýšená teplota, všetky častice sa pohybujú rýchlejšie, takže aj difúzia prebieha rýchlejšie. Preto pri vode pri bode varu môžeme sledovať o dosť rýchlejšie rozpúšťanie cukru ako v studenej vode. V studenej vode prebieha tiež difúzia, lenže pomalším pohybom častíc pomalšie. Preto sa cukor časom rozpustí, len to potrvá trochu dlhšie ako v teplej vode.

Čo sa deje s kryštálovým a čo s kockovým cukrom. Toto ale silno závisí od toho, aký kockový cukor si zvolíme. Tak teraz si zvolíme kockový cukor s veľkými kryštálkami. Ak porovnáваме, ktorý sa nám rozpustí skôr, vyhrá kryštálový cukor. Teraz prečo. Keď vložíme do pohára kocku cukru, voda sa bude postupne zahryzávať po vrstvách do tejto kocky. Ak tam ale vložíme kryštálový cukor, ktorý má väčší povrch ako kockový cukor, voda sa k nemu dostane na väčšej ploche. Preto sa rozpustí skôr kryštálový cukor. Ak máme ale kockový cukor, ktorý je z malých kryštálikov, nastáva práve opačný efekt. Kryštálový cukor má sice väčší povrch ako tá jedna kocka. Ale akonáhle sa kocka rozpadne na tie malé kryštáliky, tie majú už väčší povrch ako kryštálový cukor. Preto môžeme pozorovať, že sa prvá rozpadne kocka cukru.

Poradie v akom sa cukor rozpúšťal mohlo byť rôzne podľa typu kockového cukru. Ak bol z veľkých kryštálikov, potom poradie vyzeralo takto. Prvý sa rozpustil kryštálový cukor v horúcej vode, druhá sa rozpustila kocka cukru v horúcej vode, následne kryštálový cukor v studenej vode a na koniec kocka cukru v studenej vode. Ak sme kockový cukor mali z drobných kryštálikov, poradie vyzerá odlišne. Prvá sa rozpustila kocka cukru v horúcej vode, druhý sa rozpustil kryštálový cukor v horúcej vode, následne kocka cukru v studenej vode a na koniec kryštálový cukor v studenej vode.

Čo všetko mohlo experiment ovplyvniť. Nie každý kockový cukor je rovnaký. Zle zvolené množstvo vody mohlo byť tiež problém. Ak sme si dali do poháru málo vody, tá sa pochvilke nasýtila cukru a cukor sa ďalej rozpúšťal veľmi pomaly.

*Bodovanie: V zadaní sme žiadali podrobné popisovanie pozorovania, za čo ste mohli získať 2 b. Za vysvetlenie, prečo v teplej vode prebieha rozpustenie cukru rýchlejšie bol 1 b, aký je rozdiel medzi rozpúšťaním kryštálového cukru a kockového cukru tiež 1 b. Ak ste napísali poradie v akom sa rozpúšťal cukor v rôznych pohároch máte 1 b.*

## Príklad 8 - Chladienie opravovala Zuzka Cocuľová

Čo sa stane, ak do vody pridáme ľad? Jednoducho povedané, ľad ochladí vodu a voda oteplí ľad. Teplo nášmu systému nedodávame ani neuberáme, ono len prechádza z teplejšej vody do chladnejšieho ľadu. To je jednoduchý princíp, na ktorom postavíme celý výpočet.

Najprv si označme veličiny, ktoré budeme používať:

$V$ ...objem vody v nádobe	$\rho_V$ ...hustota vody
$c_V$ ...merná tepelná kapacita vody	$a$ ...dĺžka hrany ľadovej kocky
$m$ ...hmotnosť ľadu	$\rho_L$ ...hustota ľadu
$c_L$ ...merná tepelná kapacita ľadu	$l$ ...merné skupenské teplo topenia ľadu
$t_{25}$ ...počiatočná teplota vody	$t_{-6}$ ...počiatočná teplota ľadu
$t_0$ ...teplota topenia ľadu	$t_{20}$ ...výsledná teplota vody

A teraz hor sa do rátania! Teplo, ktoré poskytla voda tým, že sa ochladila o  $5^\circ\text{C}$ :

$$V\rho_{c_V}(t_{25} - t_{20})$$

Toto teplo bolo využité na:

- zohriatie ľadu na  $0^\circ\text{C}$ :  $mc_L(t_0 - t_{-6})$
- roztopenie ľadu:  $ml$
- zohriatie roztopeného ľadu na  $20^\circ\text{C}$ :  $mc_V(t_{20} - t_0)$

Ešte potrebujeme vypočítať hmotnosť ľadu, ktorý sme pridali do vody:

$$m = V\rho_L = 2a^3\rho_L$$

A to je všetko. Teraz to len pekne upratať do jednej rovnice:

$$V\rho_{c_V}(t_{25} - t_{20}) = 2a^3\rho_L c_L(t_0 - t_{-6}) + 2a^3\rho_L l + 2a^3\rho_L c_V(t_{20} - t_0)$$

...a vyjadriť naše hľadané  $V$

$$V = \frac{2a^3\rho_L c_L(t_0 - t_{-6}) + 2a^3\rho_L l + 2a^3\rho_L c_V(t_{20} - t_0)}{\rho_{c_V}(t_{25} - t_{20})}$$

Po dosadení nám pri troche šťastia a sústredenia vyjde 300,428 ml. Úspešným nálezcom srdečne blahoželám :-)

*Bodovanie: Najdôležitejšie bolo správne zostaviť rovnicu. Ak sa vám to podarilo, získali ste za ňu 3 b. Ak ste ale na niektorú jej časť zabudli, prišli ste aspoň o 2 b. Počítanie s jednou ľadovou kockou namiesto dvoch vás pripravilo len o polbodík - veľkú vedu sme z toho nerobili, ale dajte si na takéto veci pozor.*