Celoslovenský korešpondenčný seminár z fyziky pre žiakov ZŠ a OG

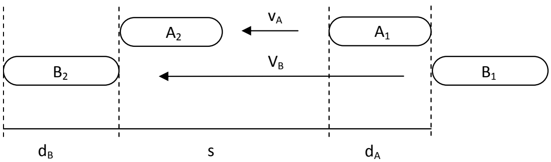
PIKOFYZ

Vzorové riešenia 3. série zimnej časti

Pikofyz, 13. ročník www.p-mat.sk/pikofyz šk. rok 2010/2011

Milá riešiteľka naša, milý riešiteľ náš! *Srdečne Ťa vítam pri posledných vzorákoch v zimnej časti. Na najúspešnejších z Vás sa tešíme na našom úžasnom sústredení.*

Príklad 1 - Kto bude prvý? *opravoval Martin Svetlík - Panda*



V prvom rade si nakreslíme takéto predbiehanie (čo mnohí z vás nespravili, a potom sa pomýlili a nevyšlo im to). Loď B začne predbiehať v pozícii, ktorú na obrázku označím B_1 (predok na úrovni zadnej časti lode A), a musí sa dostať až do pozície B_2 (zadná časť na úrovni predku lode A). Vidíme, že prejde tú istú vzdialenosť s, ako loď A, a ešte navyše vzdialenosti rovné dĺžkam oboch lodí. Teda prejde o $\Delta d = d_A + d_B = 100\,\mathrm{m}$ viac, ako loď A.

Za aký čas prejde loď B o 100 m viac ako loď A? Poznáme ich rýchlosti, vieme teda určiť rozdiel ich rýchlosí $\Delta v = v_B - v_A = 3\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$. Rovnako, ako funguje vzorec $t = \frac{s}{v}$, tak funguje aj $t = \frac{\Delta s}{\Delta v}$, a to je presne to, čo potrebujeme.

$$t = \frac{\Delta s}{\Delta v} = \frac{d_A + d_B}{v_B - v_A} = \frac{45\,\mathrm{m} + 55\,\mathrm{m}}{18\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} - 15\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}} = \frac{0{,}1\,\mathrm{km}}{3\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}} = \frac{1}{30}\,\mathrm{h} = \frac{1}{30} \cdot 60\,\mathrm{min} = 2\,\mathrm{min}$$

Všimnite si, že je úplne jedno, aké sú rýchlosti lodí, podstatný je ich rozdiel (keďže ten je v predposlednej rovnici v menovateli) - tzv. **vzájomná rýchlosť**. Tu by sme mali v reálnom živote trochu inú situáciu, lebo čím rýchlejšie sa pohybujeme, tým väčší je priestor na bezpečné predbiehanie (ktorý sme teraz zanedbali).

Teraz sa dostávame do druhej časti príkladu, ktorá je trochu ošemetná.

Keďže nevieme, ako ďaleko bol motorový čln, keď sa lode začali predbiehať, nevieme tu vypočítať nič, čo by sme mohli prehlásiť za správnu odpoveď na túto otázku. Ak bol čln napríklad 3 km za loďami, tak tie sa predbehnú rýchlejšie, ako sa k nim čln vôbec dostane, a tak by čln nemusel spomaliť vôbec. Môžte si spočítať, ako najbližšie by mohol byť čln, aby vôbec nemusel spomaliť.

Ak ale budeme rátať s tým, že bol priamo za loďou B (tak rátala väčšina z vás), keď tá začala predbiehať (a teda že celé dve minúty išiel rýchlosťou 18 $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$), tak to bude vyzerať takto: Čln išiel o 17 $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ pomalšie, ako by išiel normálne, a teda prešiel o $17\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \cdot \frac{1}{30}\,\mathrm{h} \doteq 0{,}5667\,\mathrm{km}$ menej, ako by prešiel, keby nespomalil.

Zopár z vás spravilo pri počítaní chybu, že dali $\frac{1}{30}$ h do kalkulačky, ktorá im povedala, že je to 0,0333333, a to zaokrúhlili na 0,03 h, tým pádom im vyšiel čas 1,8 min. Treba si však uvedomiť, že týmto zaokrúhlením ste výsledok „spotvorili“ o 10%. To už je celkom dosť. Preto nie je dobré zaokrúhľovať takéto malé čísla na dve-tri desatinné miesta, ale na aspoň na dve-tri platné číslice (v tomto prípade na 0,033, reps. 0,0333, čím by ste sa sekli o 1%, resp. 0, 1%, a to by som vám možno aj uznal, alebo by ste na to aj sami prišli, že to majú byť dve minúty).

Bodovanie: *Za vyrátanie času predbiehania lodí A a B boli* 3 *b, z toho* 1, 5 *b za vysvetlenie, prečo loď A prejde o* 100 *m viac ako loď B. Ako odpoved na druhú otázku som uznával aj* 566,67 *m, aj „Nedá sa to vypočítať, lebo nevieme, ako bol čln ďaleko,“ obe boli (s dostatočným vysvetlením) za* 2 *b.*

Príklad 2 - predátor *opravoval Ján Bogár - Boogie*

Ahojte ľudkovia. Najprv otázka, koľko energie vlastne minie blumbík za deň. Podľa vzorca $W = P \cdot t$, pričom t je dĺžka dňa v sekundách a P je výkon, dostanem, že blumbík spotrebuje za deň $W = 100\,\mathrm{W} \cdot (24 \cdot 60 \cdot 60)\,\mathrm{s} = 8640\,\mathrm{kJ}$ energie. Potom bolo treba odhadnúť, akú energetickú hodnotu má hraboš. Ja som hľadal energetickú hodnotu potravín na internete, tu je zopár hodnôt čo som našiel:

zajac:	335 kJ/100g	srnec:	293 kJ/100g
králik:	477 kJ/100g	hovädzie pleco:	511 kJ/100g
bravčové steno:	1094 J/100g		

Ktorú hodnotu ale teraz použiť? Najlepšie by bolo vybrať nejaké zviera podobné hrabošovi. Väčšina z vás vybrala králika alebo zajaca. Je to dobrý výber, keďže obaja sú rovnako ako hraboš hlodavce a majú podobnú stravu. Takisto sú hrabošovi bližšie aj svojou veľkosťou a spôsobom života ako napríkald taká krava. Ak predpokladáme, že celý hraboš je rovnako výživný ako zajačie mäso, tak jeho 100 g poskytne 335 kJ. Na jeden gram teda pripadne $\frac{335\,\mathrm{kJ}}{100} = 3{,}35\,\mathrm{kJ}$, takže 30 g vážiaci hraboš bude mať energetickú hodnotu $30\,\mathrm{g} \cdot 3{,}35\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{g}} = 100{,}5\,\mathrm{kJ}$. (dá sa použiť aj trojčlenka). Keďže za celý deň spotrebuje blumbík 8640 kJ energie a jeden hraboš mu poskytne 100,5 kJ, tak hrabošov musí za deň zjesť: $\frac{8640\,\mathrm{kJ}}{100{,}5\,\mathrm{kJ}} \doteq 90$. Ak použijem miesto zajačieho králičie mäso, tak to vyjde 60. Mne sa ešte podarilo na internete nájsť energetickú hodnotu mäsa gambijskej krysy, ktorú jedávajú ľudia v Afrike. Jeho energetická hodnota je 1132 kJ/100g (prekvapivo veľa), takže ak by bol hraboš rovnako výživný ako gambijská krysa, blumbíkovi by stačilo prbližne 30 hrabošov.

Tu by sme aj mohli skončiť. Podľa toho aké mäso použijeme na odhad, vyjde nám 30,60,90 alebo aj iná hodnota ak si vyberiem iné zviera. A navyše, **internet nie je spoľahlivý zdroj a preto sa energetické hodnoty na rôznych stránkach môžu líšiť**. Preto nemá zmysel udávať hodnotu výsledku presne a treba ju **zaokrúhliť**. Pokojne aj na celé desiatky, keďže nepresnosť môže byť viac ako desať.

Lenže je tu problém. Hraboš nie je celý z mäsa a navyše ho blumbík možno nezje/nestrávi celého. Čo by sa stalo, ak by sme s tým rátali? Niektorí z vás sa nad tým zamysleli, za čo im patrí moja pochvala. Najprv sa pozrime na to, akú časť hraboša dokáže blumbík využiť. Treba si uvedomiť, že zvieratá sú oveľa menej prieberčivé ako ľudia a takého hraboša zožerú celého. A drvivú väčšinu hraboša predsalen tvorí mäso a vnútornosti. Aká je energetická hodnota vnútorností? Toto som našiel na internete:

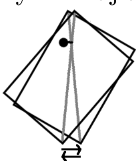
hovädzie držky:	337 kJ/100 g	hovädzia pečeň:	544 kJ/100g
hovädzí mozok:	507 kJ/100 g	hovädzie pľúca:	406 kJ/100g
hovädzie srdce:	462 kJ/100g		

Energetická hodnota vnútorností je zdá sa podobná ako energetická hodnota mäsa, takže aj keby som ich zahrnul do výpočtu, výsledok by sa takmer nezmenil. Takže náš odhad týmto spôsobom nespresníme. Blumbík teda potrebuje približne 60 hrabošov za deň. Tomu vravím lovec.

Bodovanie: *Výpočet energie, ktorú spotrebuje blumbík za celý deň* - 1 *b. Odhad energetickej hodnoty 100g hraboša (aj s uvedením, aké mäso ste použili ako náhradu za hraboša)* - 2 *b. Ak ste neuviedli, prečo ste použili práve toto, body som nestŕhal, ale škaredo som sa na to pozeral. Výpočet energetickej hodnoty hraboša* - 1 *b. Výpočet počtu hrabošov na deň a zaokrúhlenie výsledku* - 1 *b.*

Príklad 3 - Kyvadlo *opravoval Matej Večerík - Maťo*

Jeden z najväčších problémov bol, že čo je to tá **perióda**. Perióda je čas za ktorý sa papier dostane znova do tej istej polohy ako bol na začiatku. To znamená čas kým z najľavejšej polohy sa prehupne do najpravejšej a znova naspať.



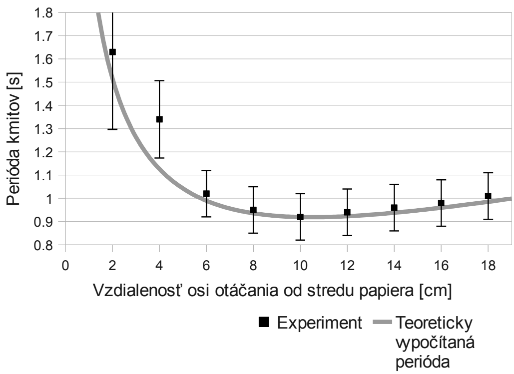
Niektorí si všimli, že táto perióda môže byť väčšia pokiaľ papier na začiatku veľmi vychýlime. Preto väčšinou keď sa spomínajú kmity, tak sa tým myslia **malé kmity** ktoré maju všetky takmer rovnakú periódu.

Keď už vieme čo ideme merať tak treba aparatúru. Toto nebol problém - stačilo prepichnúť papier špendlíkom a ten niekde pripevniť. Potom zapísať **vzdialenosť od stredu** papiera a zmerať preňho periódu. Ako to však spraviť čo najpresnejsie:

Človek nestopuje presne a teda je lepšie merať dobu 5, alebo 10 periód (pokiaľ sa dá samozrejme) a potom výsledný čas vydeliť počtom periód ktorý sme merali. V tomto sa potom tá chyba merania zmenší. Každé **meranie** taktiež treba **zopa-**

kovať viac krát. Jednak sa po spriemerovaní výsledok spresní a zároveň sa dá zistiť ako veľmi sa výsledky líšia a teda aké sú samotné merania presné.

Vzdialenosť od osi [cm]	Meranie 1 [s]	Meranie 2 [s]	Meranie 3 [s]	Počet periód	Perióda [s]
2	5.10	4.5	5.0	3	1.63
4	8.0	8.10	8.10	6	1.34
6	10.34	10.4	10.0	10	1.02
8	9.8	9.4	9.34	10	0.95
10	9.10	9.34	9.34	10	0.92
12	9.5	9.34	9.5	10	0.94
14	9.5	9.63	9.8	10	0.96
16	9.8	9.7	9.8	10	0.98
18	10.02	10.34	10.10	10	1.01

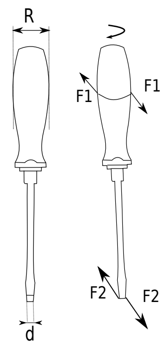


Keď už bolo namerané, tak **graf** tiež väčšinou nebol problém. Väčšina grafov mala však namerané hodnoty spojené rovnými čiarami. To je ako povedať, že medzi nameraným hodnotami sa to bude správať ako tá úsečka ktorou to bolo spojené. Pokiaľ teda neviete ako, tak radšej **body nespájajte**. Dalšia vec sú osi. Aby graf bol odpoveďou na otázku v zadaní tak na x-ovej osi by mala byť vzdialenosť od stredu a na y-ovej osi by mala byť perióda.

Výsledok mohol potom vyzerať napríklad tak ako je tu v tabuľke a grafe (pripojil som ešte teoreticky vypočítanú závislosť zo zadania pre malé kmity a odhad chyby merania periódy).

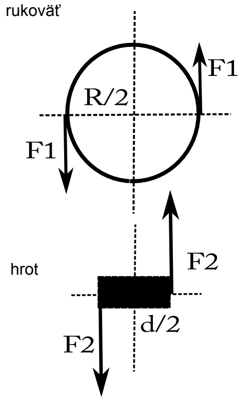
Bodovanie: *Body ste mohli získať za: Popis aparatúry, meranie periódy, meranie niekoľkých periód namiesto* 1*, opakovanie experimentu a výsledný graf.*

Príklad 4 - nazov prikladu *opravoval Ondrej Bogár - Bugý*



Tak mnohí ste sa pustili správnym smerom k nájdeniu výsledku. Avšak používať skratky môže občas znamenať sratu bodov. Nie je totiž úplne jasné, že skrutkovač je páka. Treba nakresliť, kde sú sily, kde je rameno sily a potom to v krátkosti porátať. Najpr sa pozrime na skrutkovač.

Ked rukou točím skrutkovač pôsobím silou F_1 tak ako na obrázku. Fyzici to volajú dvojica síl. Dvojica síl F_2 ale inej velkosti pôsobí aj na hrot skrutkovača, keď sa zaprie do skrutky. Stred otáčania je na osi skrutkovača.



Dvojica síl na rukoväti vyvoláva moment sily. Ten sa prenáša na hrot. To je hraničný prípad. Inak by sa mohlo stať, že buť už sa skrutka krúťi alebo sa kruti a deformuje samotný šrobovák. Preto pozor nie pri každej páke musí platiť rovnosť momentov síl. To platí len ak všetko stojí a nekrúti sa.

Teraz už ľahko spočítame koľkokrát je F_2 iná ako F_1.

$$F_1\frac{R}{2} + F_1\frac{R}{2} = F_2\frac{d}{2} + F_2\frac{d}{2}$$
$$F_1 \cdot R = F_2 \cdot d$$
$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{R}{d} = \frac{2\,\mathrm{cm}}{0,5\,\mathrm{cm}} = 4$$

Skrutkovač pôsobí na skrutku silou 4 krát väčšou ako pôsobíme rukou na rukoväť.

Bodovanie: *Za popis, kde pôsobia sily a prečo je to páka* 3 *b.Stačil mi aj pekný obrázok. Za správny výsledok a odpoveď* 1 *b a za samotný výpočet a úpravu rovnice* 1 *b.*

Príklad 5 - Mimoriadne cenná vecička *opravovala Aďa Lešková*

Z Archimedovho zákona vieme, že telesá ponorené vo vode sú nadľahčované vztlakovou silou $F_{\mathrm{vz}} = V_{\mathrm{T}} \cdot \rho_{\mathrm{k}} \cdot g$, kde V_{T} je objem ponorenej časti telesa (v našom prípade bol amulet celý ponorený, teda je to objem celého amuletu), ρ_{k} je hustota vody a g je gravitačné zrýchlenie. Keď ponoríme amulet do vody, je nadľahčovaný vztlakovou silou, teda rozdiel tiaží amuletu vo vzduchu F_{G} a vo vode F je práve hodnotou vztlakovej sily:

$$F_{\mathrm{vz}} = F_{\mathrm{G}} - F$$

Po dosadení údajov zo zadania dostanem:

$$F_{\mathrm{vz}} = 175\,\mathrm{N} - 163\,\mathrm{N} = 12\,\mathrm{N}$$

Keďže poznám hodnotu vztlakovej sily, viem zistiť aj objem amuletu a to podľa vzorca:

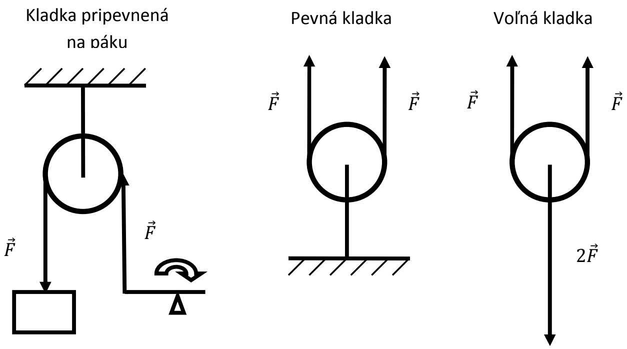
$$V_{\mathrm{T}} = \frac{F_{\mathrm{vz}}}{\rho_{\mathrm{k}} \cdot g} = \frac{12\,\mathrm{N}}{1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot 10\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}} = 0{,}0012\,\mathrm{m}^3$$

Pomer objemov zlato:kov nachádzajúcich sa v amulete je 5:7, teda rozdelením celkového objemu amuletu $0{,}0012\,\mathrm{m}^3$ v danom pomere zistíme, že hľadaný objem meteorického kovu použitého pri výrobe amuletu je $0{,}0007\,\mathrm{m}^3$.

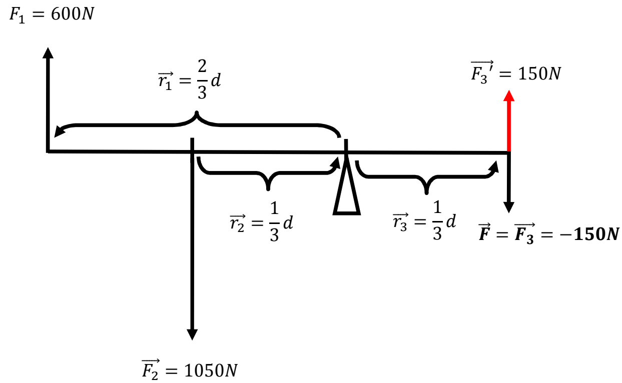
Bodovanie: 5 *b za správnu odpoveď s postupom. Za nepresnosti vo výpočtoch alebo nejasnosnosti v postupe máte menej bodov.*

Príklad 6 - Lodný kladkostroj *opravoval Peter Dupej - Peťo*

Správne ste sa domnievali, že táto úloha nemala riešenie. Aj to sa však dá zdôvodniť, že rovnováha stroja sa dosiahnuť nedá, lebo tlačiť lanom nevieme alebo že lano musí ťahať páku do opačného smeru. Niektorí z vás sa nevedeli rozhodnúť, či kladka na obrázku je pevná alebo voľná. Ale keďže nás zaujíma iba rovnováha síl v lane (viď. obrázok), tak nám to je vlastne jedno a výsledok to neovplyvní. Najnečakanejšia chyba, bol zlý smer pôsobenia ľavého lana na páku. Kladka síce mení smer sily, ale lano na páku pôsobí opačne ako páka na lano a pre moment otáčania sme potrebovali tú silu, ktorou lano ťahá páku hore.



Veľa z vás chybilo v smeroch momentov. Každá sila otáča páku nejakým smerom, takže aj pre moment sily je dôležitý smer. Veľa z vás sa tu oháňalo nejakým kladným a záporným smerom, no potom ste sčítavali momenty síl na ľavej strane, aj keď sily pôsobili proti sebe. Na smer výsledného momentu ste tiež zabudli, a pokojne ste vyrátali moment 135 Nm, a povedali, že to bude v rovnováhe, ak budeme lano ťahať silou 150 N. To, že sa páka preklápa doprava sama, a ďalším ťahaním týmto smerom si veľmi nepomôžeme, ste si nevšimli.



Vyjadríme si smer každého momentu znamienkom pred ním. Sily, pôsobiace proti smeru hodinových ručičiek, majú moment v kladnom smere (závažie 105 kg) a sily, pôsobiace v smere hodinových ručičiek zas záporný (závažie 60 kg závažie a sila F na pravej kladke). Pre rovnováhu platí, že výsledný moment sa rovná nule $-M_1 + M_2 - M_3 = 0$. Ak to chceme ako moment ľavej a pravej strany, tak $M_{Ľ} = M_{P}$, ale tu pozor na smery otáčania. Pravý točí v smere hodinových ručičiek, ľavý opačne, ale skladá sa z dvoch momentov pôsobiacich proti sebe, takže $-M_1 + M_2 = M_3$. Lepšie by bolo dať do rovnosti smery (kladný = záporný) $M_2 = M_1 + M_3$. Všetky tri rovnice vyjadrujú to isté, lebo zachovávajú smery momentov.

Moment sa ráta ako $M = F \cdot r$ sila krát rameno – vzdialenosť od osi otáčania. Páka ma os otáčania v $\frac{1}{3}$, takže ľavé rameno má dĺžku $\frac{2}{3} \cdot d$ dĺžky páky a pravé $\frac{1}{3} \cdot d$. 105 kg závažie je v polovici ľavého ramena, takže jeho rameno je $\frac{1}{3} \cdot d$. Jednotlivé závažia pôsobia silami podľa vzťahu $F = m \cdot g$, takže $F_1 = 60\,\mathrm{kg} \cdot 10\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} = 600\,\mathrm{N}$ a $F_2 = 105\,\mathrm{kg} \cdot 10\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} = 1050\,\mathrm{N}$. F_3 je naša hľadaná sila F. Po dosadení do momentovej rovnice $-F_1 \cdot r_1 + F_2 \cdot r_2 = F_3 \cdot r_3$ dostaneme

$$-600\,\mathrm{N} \cdot \frac{2}{3} \cdot d + 1050\,\mathrm{N} \cdot \frac{1}{3} \cdot d = F_3 \cdot \frac{1}{3} \cdot d$$
$$F_3 = -1200\,\mathrm{N} + 1050\,\mathrm{N} = -150\,\mathrm{N}$$

Záverom riešenia malo byť, že musíme ťahať lano silou $-150\,\mathrm{N}$ (pôsobiť zápornou silou jedným smerom znamená pôsobiť rovnako veľkou silou opačným smerom), čiže tlačiť silou 150 N dohora. A tlačiť lanom sa predsa nedá ;-).

Bodovanie: *Za správny prevod síl cez kladky ste dostávali* 1 *b, za momenty* 1 *b, za správny výpočet a výsledok* 1 *b a nakoniec za zdôvodnenie a postup* 2 *b. Body ste strácali ak ste vynechali zdôvodnenie dôležitých krokov a úprav.*

Príklad 7 - Sitko a oceán *opravoval Vladimír Boža - Usáma*

Najprv sa pozrime na situáciu, keď je voda v umývadle v pokoji. Sitko je plastové a väčšina plastov má hustotu menšiu ako voda. To značí, že vďaka Archimedovmu zákonu musí plávať na vode a časť z neho bude vytŕčať nad vodu.

Teraz sa pozrime na situáciu, keď začneme vodu výpúšťať. Veľmi obľúbeným argumentom, prečo sitko prestane plávať je, že prestane pracovať vztlaková sila, lebo spod sitka nepôsobí žiadny hydrostatický tlak od vody. Toto nie je úplne pravda. Pod sitkom voda je. A aj keď je odtekajúca, tak stále v nej je nejaký hydrostatický tlak (aj keď zachvíľu uvidíme, že menší) a tým pádom má aj nejakú vztlakovú silu.

Zaujímavé sú pre nás dva efekty. Prvým z nich je, že keď voda odteká, tak jej odtekajúci prúd má nejakú rýchlosť. A tento prúd utláča sitko smerom nadol, keďže sitko sa mu snaží brániť v ceste. (Je to podobné ako by ste sa skúšali postaviť veľkému davu do cesty, tiež vás unesie svojím smerom.)

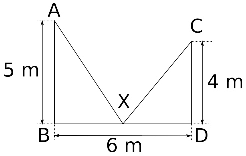
Druhým efektom je podtlak v odtoku. Je to spôsobené tým, že voda v odtoku má väčšiu rýchlosť ako voda v umývadle a vďaka Bernouliho rovnici v odtoku vzniká podtlak - čiže tlak vody pod sitkom je menši ako tlak vody nad sitkom.

Bodovanie: *Pokiaľ ste zmienili či už prúd alebo podtlak spôsobený Bernouliho rovnicou, tak ste dostali plný počet bodov. Body ste mohli strácať za rôzne nevysvetlené veci (napríklad ste zabudli napísať, že sitko pláva vďaka menšej hustote).*

Príklad 8 - Vyletel vták *opravovala Emília Rigdová - Milka*

Tento príklad mal viacero správnych riešení. Dve najčastejšie boli pomocou skúšania rôznych prípadov, kam by mohol vták letieť a pomocou osovej symetrie.

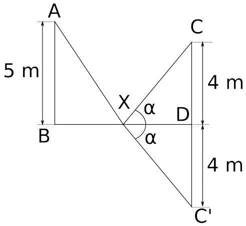
Pri oboch spôsoboch trebalo začať tým, že ak chceme nájsť najkratší čas, stačí nám nájsť najkratšiu možnú dráhu. Prečo? Pretože čas vieme vyrátať zo vzorca $t = \frac{s}{v}$, a keďže je rýchlosť stále rovnaká, tak čas závisí iba od dráhy a to priamo úmerne.



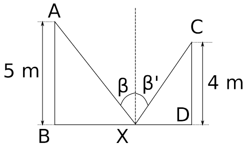
Keď už vieme toto, môžme začať riešiť. Začnem teda tipovať rôzne vzdialenosti. Dobrý odhad je, že správny výsledok bude niekde v okolí stredu medzi stromami. Trajektória letu nám spolu so zemou a stromami vytvorí dva pravouhlé trojuholníky. Podľa Pytagorovej vety teda viem vypočítať, že vták preletel:

$$d = \sqrt{5^2 + 3^2} + \sqrt{4^2 + 3^2} = 5{,}831 + 5{,}000 = 10{,}831\,\mathrm{m}$$

Dobre, teraz skúsim nejaké iné možnosti. Napríklad 2 m a 4 m od prvého stromu. Vyjdú mi dráhy 11,05 m a 10,87 m obe sú väčšie, ale pre 4 m je to trošičku menej ako pre 2 m. Skúsim, teda, ešte vyskúšať nejaké hodnoty medzi nimi, napríklad 3,5 m. Super, našla som lepší výsledok (10,820 m), ale čo ak to bude ešte niekde medzi 3 m a 3,5 m? Zvolím si teda ďalšie hodnoty 3,2 m, 3,3 m a 3,4 m. Vyjde mi, že pre 3,3 je to najmenej (10,817 m). Odhad na jednu desatinné miesto mi už celkom stačí. Aj keď, ak by som pokračovala týmto spôsobom, zistím, že najlepšie je to v 3,333 ... m.



Druhá možnosť je použiť fintu s osovou súmernosťou. Využijem to, že ak si strom zobrazím v osovej súmernosti podľa zeme, vznikne mi trojuholník C'DX, zhodný s trojuholníkom CDX (osová súmernosť zachová uhly aj dĺžky strán trojuholníka, iba ho zrkadlovo preklopí). CX' bude teda rovnaké ako CX a stačí mi nájsť najkratšiu trajektóriu z A do C'. To je oveľa jednoduchšie, pretože vieme, že najkratšia spojnica dvoch bodov je úsečka. Narysujeme, teda, úsečku AC' a kde sa pretne s BD, bude bod X, pre ktorý je čas letu najkratší. Výslednú vzdialenosť od stromu buď odmeriam pravítkom (ak som správne rysovala), alebo vypočítam z prepony pravouhlých trojuholníkov. Vyšlo nám riešenie $3{,}\overline{3}$ m.



Ešte Vám ukážem jedno riešenie, ktoré je fakt pekné. Čo keby sme si predstavili let vtáka, ako lúč svetla (oba sa pohybujú konštantnou rýchlosťou, aj keď bežný vták asi trochu pomalšie ;-)) a zem s figami ako zrkadlo. Vieme, predsa, že lúč svetla sa pohybuje vždy s najkratšou možnou dráhou - teda aj časom. Potom viem určiť, že uhly AXB a CXD budú rovnaké (uhol odrazu je rovný uhlu dopadu). Potom to už viem vypočítať, či už geometricky, znovu použitím symetrie, alebo pomocou podobnosti trojuholníkov.

Bodovanie: *Bodovala som nasledovne : 1 b vysvetlenie, prečo mi stačí počítať dráhu, 1 b za správne vyhodnotenie výsledkov a presnosť, na ktorú ste výsledok dopočítali, 3 b za Váš postup.*