Celoslovenský korešpondenčný seminár z fyziky pre žiakov ZŠ a OG

PIKOFYZ

14. ročník **www.pikofyz.sk** **šk. rok 2011/2012**

Vzorové riešenia 2. série letnej časti

Príklad 1 - Padajúce predmety *opravoval Ondrej Bogár - Bugý*

Prvú časť vzoraku odporúčam prečítať všetkym riešitelom.

Z 10 m vysokej veže zhodíme dve gule s rovnakým objemom ale rôznou hmotnosťou. Ktorá dopadne skôr?

Dopadnú naraz! To, že je tomu tak, dokázal už Galileo Galilei pri svojich pokusoch, keď hádzal kamene zo šiknej veže v Pise. Teda aspoň sa tak hovorí, lebo v skutočnosti boli jeho experimenty omnoho zložitejšie a premyslenejšie.

Všetky telesá zhodené voľne smerom dole padajú zrýchleným pohybom. Zrýchlenie sa rovná gravitačnému zrýchleniu (gravitačnej konštante $g = 9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 9{,}8\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}$)

Na ťažšie teleso síce pôsobí väčšia gravitačná sila, ale ťažšie teleso sa aj ťažšie rozbieha. A teda ťažšie získava rovnaké zrýchlenie ako ľahšie teleso. Preto všetky telesá padajú k zemi s rovnakým zrýchlením a teda dopadnú na zem naraz. **Takže čas, za ktorý teleso dopadne na zem, nezávisí od hmotnosti.**

Prečo tomu tak ale nie je vždy, je aj riešením nášho príkladu. Okrem gravitačnej sily pôsobia na teleso aj iné sily. V našom prípade nás bude zaujímať odporová sila vzduchu a vztlaková sila. Odporová sila vzduchu závisí od rýchlosti, akou teleso padá, od tvaru telesa a od hustoty vzduchu. Preto na Mesiaci, kde nie je atmosféra, nie je ani odporová sila. A na Mesiaci naozaj kladivo a pierko dopadnú na povrch Mesiaca naraz. Vyskúšal to aj Neil Armstrong, keď pristál na Mesiaci. Video si môžeš pozrieť na: `http://www.youtube.com/watch?v=5C5_dOEyAfk`.

Vajíčko má aerodynamický tvar. To znamená, že vzduch ho veľmi ľahko obteká a preto pôsobí len malou odporovou silou, ktorá vajíčko skoro nebrzdí.

Tehla ma zlý aerodynamický tvar. Vzduch musí komplikovane obtekať stenu tehly, pričom vznikajú rôzne víry a turbulencie a preto je odpor vzduchu pre tehlu väčší. Je viac brzdená a preto dopadne neskôr.

Ak papier padá svojou plochou rovnobežne so zemou, tak má odpor podobný ako tehla. Stačí ale malý vzdušný vír alebo pohyb vetra a papier sa nakloní a bude padať po hrane, alebo sa pretáčať. Vtedy má zase iný odpor vzduchu. Preto papier dopadne vždy v inom čase, aj keď sa budeme snažiť sebaviac.

Padák je konštruovaný tak, aby mal čo najväčší odpor vzduchu. Padák si môžete predstaviť ako dutú polguľu, do ktorej sa nafúkne vzduch počas pádu a nemá sa ako dostať ďalej. Preto padák bude padať veľmi dlho, bude totiž najintenzívnejšie brzdený.

Balón so vzduchom. Ten má rovnaký odpor vzduchu ako vajíčko. Hustota napusteného balóna je ale veľmi blízka hustote vzduchu a preto bude na balón výrazne pôsobiť aj vztlaková sila. Na ostatné predmety z príkladu bude vztlaková sila zanedbateľná. Vztlaková sila bude pôsobiť proti pohybu balóna smerom dole a preto ho ešte viac zbrzdí. Preto balón padne ako posledný.

Bodovanie: *Ak ste tvrdili, že rozdielne časy dopadu sú spôsobené rôznou hmotnosťou telies, mohli ste získať max* 2 *b. Ak ste zabudli vysvetliť niektoré teleso, tak ste stratili od* 0,5 *b do* 2 *b.*

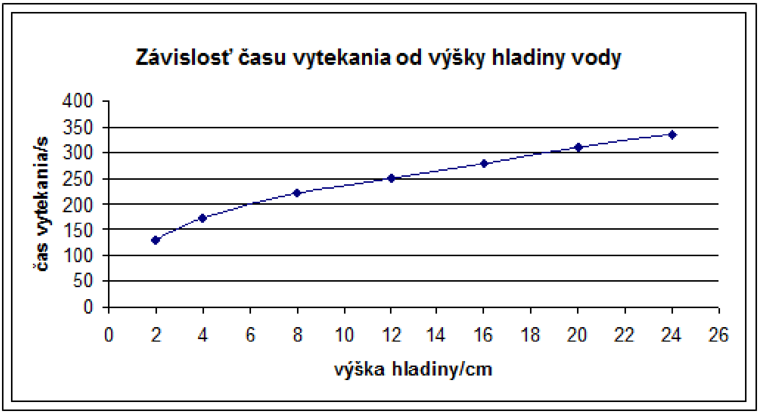
Príklad 2 - Deravá fľaša *opravovala Aďa Lešková*

Zoberiem si dvojlitrovú fľašu a urobím si miesto pri umývadle. Kružidlom alebo iným podobným nástrojom urobím dierku v spodnej časti dvojlitrovej fľaše. Kde presne ju však mám urobiť? Ak ju urobím úplne naspodu, je jasné, že voda všetka z fľaše nevytečie, keďže fľaša má dole nepravidelný tvar zbiehajúci sa do piatich výčnelkov a voda vytečie pravdepodobne iba z jedného výčnelka. Najlepšie teda bude, ak si urobím dierku trošku vyššie, napríklad 3 cm od spodu fľaše a teda voda mi vytečie iba po tú dierku. Moju výšku hladiny vody potom budem merať od výšky, v ktorej mám dierku.

Priemer dierky treba zvoliť vhodne, aby som nečakala hodinu, kým celá voda vytečie, ale taktiež aby nevytiekla celá za 1 minútu, pretože moje namerané časy na stopkách nemusia byť dostatočne presné ani v jednom z týchto extrémov.

Priemer mojej dierky je približne 3 mm a urobila som ju vo výške 3 cm od spodku fľaše. Na fľaši si označím výšky 2 cm, 4 cm, 8 cm, 12 cm, 16 cm, 20 cm a 24 cm od dierky. Postupne fľašu napĺňam vodou do každej z daných výšok a meriam čas, za ktorý voda vytečie z fľaše. Meriam viackrát a výslednú hodnotu spriemerujem, aby som dostala presnejšie výsledky. Tu je tabuľka s nameranými hodnotami a graf závislosti času vytečenia vody od výšky hladiny vody nad dierkou:

výška hladiny / cm	2	4	8	12	16	20	24
čas vytekania / s	130	172	220	250	278	308	335



Z grafu je očividné, že čas vytekania vody nie je priamoúmerný počiatočnej výške hladiny vody.

Bodovanie: *Ak ste riešili objem vody namiesto výšky hladiny vody, máte* – 0,5 *b, za nejasnosti v postupe alebo v grafe máte ďalšie strhnuté body. Pamätajte: vždy sa snažte opísať svoj pokus, ako ste pri ňom postupovali, tak detailne, aby keď ho niekto bude podľa vášho návodu opakovať, nameral rovnaké výsledky ako vy.*

Príklad 3 - Sila magnetu *opravovala Zuzana Bogárová - Bum*

Ahojte. Pozrime sa teda na ten magnet. Máme odmerať, cez akú hrubú vrstvu papiera alebo iného materiálu, dokáže magnet udržať vo vzduchu špendlík.

Ako tento experiment urobím? Najjednoduchší spôsob aký napadol asi každého, je dať si určitý počet papierov, magnet navrch a spinku od spodku. Vyskúšame, či sa spinka udrží. Ak áno, pridávam papiere až pokým sa spinka neudrží. Ak nie, tak odoberám papiere až pokým spinka znova nedrží. V každom prípade si poznačím do tabuľky najväčší počet papierov, pri ktorom spinka ešte drží na papieri a ak by som pridala jeden, už by spadla. Tieto merania párkrát zopakujem.

Keď už mám pripravené papiere, tak toto isté vyskúšam aj s iným predmetom. Hocičo, čo je zmagnetizovateľné je dobré. Napríklad klinec, špendlík, šrób, zicherka (zatvárací špendlík), krúžok na kľúče. Meriam tak isto ako s papierom a so spinkou. Čo nameriam si zapíšem do tabuľky. Nezabudnem merania zopakovať.

Teraz idem meniť materiál. Keď sme začali s papierom môžme pokračovať napríklad s látkou.Vezmem si ponožky alebo tričká a ak niekto má, tak môže byť aj normálna látka. Spravím ten istý pokus aj s rôznymi predmetmi.

Takto pokračujem ešte s nejakými inými materiálmi. Napríklad s drevom, kartónom, dekou alebo so silonkami. Výber je len na vás.

A teraz ako to dopadlo. Keďže každý má iný magnet aj predmet dopadlo to u každého rôzne. Mne môj magnet udrží špendlík zhruba cez 90 papierov. Niekto má slabší magnet iný silnejší. A ktorý predmet vie magnet udržať cez najväčšiu vrstvu materiálov? Je to jednoduché. Prirodzene na všetky predmety pôsobí gravitácia. Takže aj tie naše sú ťahané smerom dole. Čo robí ten magnet je to, že on priťahuje tieto predmety k sebe. Takže gravitačná sila a sila magnetická spolu súperia o náš predmet. Ak si sila gravitačná väčšia ako magnetická, tak predmet nám spadne. Ak je menšia, predmet sa udrží pri magnete.A keďže sila gravitačná závisí od hmotnosti, tak je nám jasné, že ťažšie teleso spadne skôr ako ľahšie. Preto napríklad klinec spadne pri menšej vrstve papierov ako špendlík. To je všetko a ani to nebolo náročné.

Bodovanie: *Za použitie rôznych materiálov* $1,5$ *b, za použitie rôznych predmetov* $1,5$ *b, za opísanie experimentu* 1 *b. Za dobré spracovanie nameraných výsledkov* 1 *b.*

Príklad 4 - Cestovný poriadok *opravovala Katarína Baxová - b1*

Najdôležitejšie v tejto úlohe bolo uvedomiť si, čo je to priemerná rýchlosť v_p. Je definovaná ako podiel celkovej dráhy s a času t, za ktorý sa daná dráha prešla, teda:

$$v_p = \frac{s}{t}$$

Z tabuľky v zadaní vidíme, že celkovo vlak prešiel $s = 203\,\mathrm{km}$ a keďže vyrážal o $13:17$ a do konečnej stanice sa dostal o $16:03$, cesta mu trvala dokopy $t = 2\,\mathrm{h}46\,\mathrm{min} = 166\,\mathrm{min}$, čo je približne (a zaokrúhlene) $2,77\,\mathrm{h}$. Dosadíme tieto údaje do vzorčeku a zistíme, že vlak šiel priemernou rýchlosťou približne $v_p = 73,37\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} = 20,38\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. A to už máme prvú časť úlohy hotovú.

K riešeniu druhej časti úlohy použijeme tabuľku zo zadania a mierne ju doplníme. Do piateho stĺpca sme vypočítali dráhu medzi danou zastávkou a zastávkou o riadok vyššie. V šiestom stĺpci je čas, za ktorý vlak prešiel dráhu medzi týmito dvoma stanicami (bez zastávok) v minútach. Ten sme previedli na hodiny, zaokrúhlili na dve desatinné miesta a zapísali do siedmeho stĺpca. V ôsmom stĺpci konečne vidíme priemernú rýchlosť vlaku medzi dvoma susednými stanicami vypočítanú opäť s pomocou vzorčeku, ktorý sme je napísaný vyššie. Aj tento údaj sme zaokrúhlili na dve desatinné miesta.

stanica	príchod	odchod	km	s[km]	t[min]	t[h]	$v[\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}]$
Žilina		13 : 17	0				
Považská Bystrica	13 : 42	13 : 44	32	32	25	0,42	76,80
Púchov	13 : 54	13 : 56	44	12	10	0,17	72,00
Trenčianska Teplá	14 : 20	14 : 22	71	27	24	0,40	67,50
Trenčín	14 : 30	14 : 32	79	8	8	0,13	60,00
Nové Mesto n. V.	14 : 51	14 : 53	104	25	19	0,32	78,95
Piešťany	15 : 04	15 : 05	122	18	11	0,18	98,18
Leopoldov	15 : 17	15 : 19	140	18	12	0,20	90,00
Trnava	15 : 31	15 : 33	157	17	12	0,20	85,00
BA Vinohrady	15 : 56	15 : 57	199	42	23	0,38	109,57
BA hl. st.	16 : 03		203	4	6	0,10	40,00

Ako vidíme z tabuľky, najväčšiu priemernú rýchlosť mal vlak medzi stanicami Trnava a Bratislava-Vinohrady, a to 109,57 $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} = 30{,}44\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

Veľa z Vás urobilo podobné (krajšie:) tabuľky, do ktorých ste vpisovali svoje rôzne zaokrúhlené výsledky. Väčšinou sa výsledky zaokrúhľujú na dve desatinné miesta (5-ku a vyššie čísla na treťom desatinnom mieste zaokrúhľujeme nahor). V prípade, že ste hodnotu času zaokrúhlili na jedno alebo menej desatinných miest (alebo nesprávne), mohlo dôjsť k výraznému ovplyvneniu výsledných rýchlostí, čo nepovažujem za úplne správne. Mierne odchýlky som samozrejme tolerovala :) Taktiež by bolo dobré, aby ste vrámci jedného stĺpca zaokrúhľovali na rovnaký počet desatinných miest.

Bodovanie: *Za prvú časť úlohy ste mohli dostať dokopy 2 b; druhá bola trochu náročnejšia, preto sú za ňu 3 b. Body som sthávala za nesprávne zaokrúhľovanie-viď vyššie, za nezdôraznenie odpovede (tým pádom by som si mohla myslieť, že ste nepochopili zadanie, keďže mi nedáte vedieť, čo považujete za výsledok-prosím píšte odpovede), alebo samozrejme za nesprávne postupy a výsledky :).*

Príklad 5 - Hadica s vodou a olejom *opravoval Peter Dupej*

Tento príklad mal len jeden hlavný problém a to ten, že ste ho väčšinou zle pochopili. Rozdiel výšok hladín vody a oleja ste nepochopili ako rozdiel hladiny vody v jednom konci hadice a oleja v druhom, ale ako rozdiel týchto hladín v rámci jedného konca hadice, čím sa ale vytratila celá pointa príkladu. Malo ísť o príklad z bežného života a vaše pochopenie vyžadovalo priesvitnú hadicu, ktorá sa až tak bežne v starých pivniciach nevyskytuje. No ale čo by ste spravili, keby že potrebujete zistiť, koľko je tam oleja, lebo vás zvedavosť hádže o zem, hadica je nepriehľadná a vy nemáte odmernú nádobu, do ktorej by ste olej preliali a zmerali?

Chytíte oba konce hadice vertikálne a váš kamarát do jedného začne liať vodu tak, aby olej vystúpil v **jednom** konci po okraj (to sa ma tiež niekto snažil presvedčiť, že olej bude v obidvoch) a voda v druhom konci tiež po okraj. Keďže olej má menšiu hustotu ako voda, jeho koniec by ste museli držať trochu vyššie ako koniec s vodou, aby ste pri okrajoch videli obidve hladiny a aby sa vám z hadice nič nevylievalo. To znamená, že hladiny potrebujete ustáliť, a v takom prípade musí platiť, že tlak vytvorený stĺpcom kvapaliny v jednom ramene musí vyrovnávať tlak stĺpca kvapalín v druhom. No a keďže olej má menšiu hustotu, tak ho potrebujeme trochu viac ako vody (vyšší stĺpec). A ak poznáme hustoty obidvoch kvapalín, tak vieme z tohto rozdielu výšok presne určiť koľko oleja tam je.

Prvé zjednodušenie ste mohli spraviť v tom, že by ste si za nulovú hladinu hydrostatického tlaku zvolili spodnú hladinu oleja. Totiž pod touto úrovňou je v oboch koncoch hadice rovnako vysoký stĺpec vody, teda aj tlak sa bude zvyšovať rovnako. Z toho vyplýva, že je jedno či je pod touto úrovňou 1 meter hadice alebo 100 metrov, tlak bude vždy narastať rovnako. Z tohto vyplýva aj to, že celkový objem vody, ktorý tam chlapci naliali, ste nepotrebovali.

No a teraz si treba napísať čo sa deje s tlakom v oboch koncoch nad touto úrovňou. Tlak vytvorený kvapalinou v jednom stĺpci sa musí rovnať tlaku vytvorenému v druhom stĺpci. V jednom konci je stĺpec oleja vysoký x (to potrebujeme spočítať) a v druhom je voda, ktorej je tam o $h = 5\,\mathrm{cm}$ menej. Nad týmito hladinami je už len vzduch, ktorý na oba konce pôsobí rovnakým atmosférickým tlakom, preto ho možno z oboch strán rovnice odčítať presne tak, ako vodu pod spodnou úrovňou oleja. Hydrostatický tlak sa vypočíta podľa rovnice $p_\mathrm{h} = h\rho g$ a teda výsledná rovnica pre náš prípad bude vyzerať nasledovne.

$$(x - h)\rho_\mathrm{v} g = x\rho_\mathrm{o} g$$

"Géčko" môžeme vykrátiť a výšku x olejového stĺpca vyjadríme nasledovným spôsobom.

$$\begin{aligned}
(x - h)\rho_\mathrm{v} &= x\rho_\mathrm{o} \\
x\rho_\mathrm{v} - h\rho_\mathrm{v} &= x\rho_\mathrm{o} \\
x\rho_\mathrm{v} - x\rho_\mathrm{o} &= h\rho_\mathrm{v} \\
x(\rho_\mathrm{v} - \rho_\mathrm{o}) &= h\rho_\mathrm{v} \\
x &= h\frac{\rho_\mathrm{v}}{\rho_\mathrm{v} - \rho_\mathrm{o}}
\end{aligned}$$

Dosadíme hustoty oboch kvapalín $\rho_\mathrm{v} = 1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$, (olej ste si mali vyhľadať podľa vašej chuti ;) napríklad $\rho_\mathrm{o} = 900\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$ a výškový rozdiel hladín $h = 5\,\mathrm{cm}$.

$$x = 5\,\mathrm{cm}\frac{1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}}{1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} - 900\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}} = 5\,\mathrm{cm}\frac{1000}{100} = 5\,\mathrm{cm}\cdot 10 = 50\,\mathrm{cm}$$

Výsledný objem oleja už bola hračka podľa vzorca $V = S_\mathrm{p} v$.

$$V_\mathrm{o} = 2\,\mathrm{cm}^2 50\,\mathrm{cm} = 100\,\mathrm{cm}^3 = 100\,\mathrm{ml}$$

Hurá 5 bodov ;)

Bodovanie: *Za vyhľadanie hustoty oleja* 1 *b, za pochopenie a vysvetlenie hydrostatických tlakov v hadiciach a toho čo je ten rozdiel hladín* 1 *b, za výpočet výšky olejového stĺpca* 2 *b a za konečný výpočet objemu oleja* 1 *b. Tí, čo zle pochopili zadanie mohli dostať maximálne* 2 *b, pretože rátali úlohu oveľa ľahšiu ako tí, čo rátali to, čo mali.*

Príklad 6 - Rameno na žeriave *opravoval Ján Bogár - Boogie*

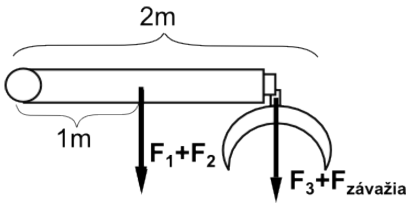
Čaute ľudkovia!
Prvá vec bola, ako vlastne určiť maximálne možné zaťaženie ramena. Aká veličina to vlastne určuje, či rameno povolí, alebo nie? Väčšine z vás okamžite udrelo do očí, že rameno je vlastne taká páka, a teda si spomenuli na moment sily. Moment sily charakterizuje otáčavé účinky sily. Zohladňuje nielen veľkosť sily, ale aj veľkosť ramena, na ktorom sila pôsobí. Vypočítame ho ako $M = F \cdot a$, pričom a je rameno sily a F je sila (vo všeobecnosti zložka sily kolmá na rameno). Keď celkový moment sily pôsobiaci na kĺb presiahne určitú hranicu, kĺb sa zlomí.

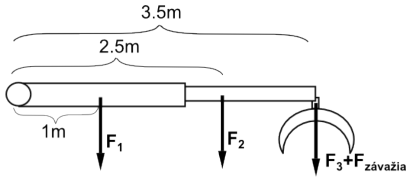
Maximálny možný moment sily pôsobiaci na rameno je teda rovnaký, keď je rameno zasunuté aj vysunuté. Zo situácie so zasunutým ramenom si vypočítam tento moment sily, a v druhej situácií z tohoto momentu zrátam maximálnu možnú záťaž.

Ešte tri užitočné poznámky. **Moment sily od viacerých síl získam ako súčet momentov týchto síl. Moment viacerých síl pôsobiacich v tom istom bode môžem vypočítať tak, že sily najrpv sčítam a potom vynásobím ramenom. Gravitačná sila akoby pôsobila celá v ťažisku telesa (pričom naše ramená tvaru kvádra majú ťažiská vo svojich stredoch).**

Samozrejme, veľa sa dá uhádnuť aj bez počítania. Napríklad vidno, že moment sily od hrubšej časti ramena sa nijako nemení, takže ho nemusíme brať vôbec do úvahy. Alebo, keďže pôsobia len gravitačné sily, a tým pádom každá sila je úmerná g, g sa nakoniec vykráti. Ale to všetko ešte uvidíme jasnejšie. Presne preto je užitočné nevyčíslovať hneď medzivýsledky, ale dosadiť čísla až do výsledného vzorca.

Hop na rátanie. F_1 až F_3 sú tiaže širšieho ramena, užšieho ramena a drapáku v tomto poradí. $F_{\text{závažia}}$ je tiaž závažia, keď je rameno zasunuté, a $F'_{\text{závažia}}$ je tiaž závažia, keď je rameno vysunuté. Ich hmotnosti sú značené rovnakými indexami.





Moment sily pre zasunuté rameno:

$$M = (F_1 + F_2) \cdot 1\,\mathrm{m} + (F_3 + F_{\text{závažia}}) \cdot 2\,\mathrm{m}$$

Moment sily pre vysunuté rameno:

$$M = F_1 \cdot 1\,\mathrm{m} + F_2 \cdot 2{,}5\,\mathrm{m} + (F_3 + F'_{\text{závažia}}) \cdot 3{,}5\,\mathrm{m}$$

Teraz to už len dám dokopy:

$$M = M$$

$$(F_1 + F_2) \cdot 1\,\mathrm{m} + (F_3 + F_{\text{závažia}}) \cdot 2\,\mathrm{m} = F_1 \cdot 1\,\mathrm{m} + F_2 \cdot 2{,}5\,\mathrm{m} + (F_3 + F'_{\text{závažia}}) \cdot 3{,}5\,\mathrm{m}$$

Roznásobím zátvorku a hneď vidím, že $F_1 \cdot 1\,\mathrm{m}$ na obidvoch stranách sa mi vyruší. Nahradím si podľa vzorca $F = m \cdot g$ všetky sily a vykrátim g. Potom vyjadrím hmotnosť závažia pre vysunuté rameno $m'_{\text{závažie}}$:

$$m'_{\text{závažie}} = \frac{m_2 \cdot (1\,\mathrm{m} - 2{,}5\,\mathrm{m}) + m_3 \cdot (2\,\mathrm{m} - 3{,}5\,\mathrm{m}) + m_{\text{závažie}} \cdot 2\,\mathrm{m}}{3{,}5\,\mathrm{m}}$$

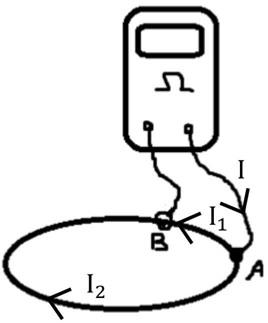
Čo po dosadení a dorátaní dáva $m'_{\text{závažie}} = 490\,\mathrm{kg}$. Rameno sa teda po vysunutí unesie 490 kg. Hotovo :)

Bodovanie: *Body sa dali získať za myšlienku (1 b), správne umiestnené sily a konkrétne výpočty (3 b) a dobrý popis a zdôvodnenie riešenia (1 b).*

Príklad 7 - Odporný drôt *opravoval Martin Svetlík - Panda*

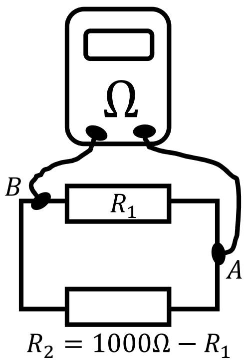
Tento príklad vám narobil viac problémov, ako sme čakali. Tak sa naň pozrieme poriadne.

V prvom rade si uvedomíme, že ak má 1 m drôtu odpor $R = 1\,\mathrm{k\Omega}$, tak na dĺžku l pripadá $l \cdot R = l \cdot 1\,\mathrm{k\Omega}$. Drôt totiž považujeme za homogénny (čo sa týka prierezu aj merného odporu), pokiaľ nie je uvedené inak, a teda odpor časti drôtu sa mení priamo úmerne s dĺžkou. S týmto ste problém nemali.



Teraz prichádza to, v čom väčšina z vás spravila chybu. Keď našu slučku pripojíme do obvodu (alebo aj na ohmmeter, ktorý robí to, že na slučku privedie napätie a meria prúd, ktorý prechádza obvodom, a z toho vypočíta odpor súčiastky), tak čo sa stane s prúdom? Nejaký prúd potečie kratšou časťou slučky (tá má menší odpor ako tá dlhšia), ale aj tou dlhšou časťou potečie prúd (aj keď menší, ale potečie).

Keď to zakreslíme schematicky, nahradíme si odpor obboch častí drôtu rezistormi s príslušným odporom - jedna časť nech má odpor R_1 a druhá časť (zvyšok drôtu) má ten zvyšný odpor: $R_2 = 1000\,\Omega - R_1$.



Celkový odpor by sme teda mali vedieť vypočítať, vzorec poznáte v jednej z týchto dvoch foriem:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

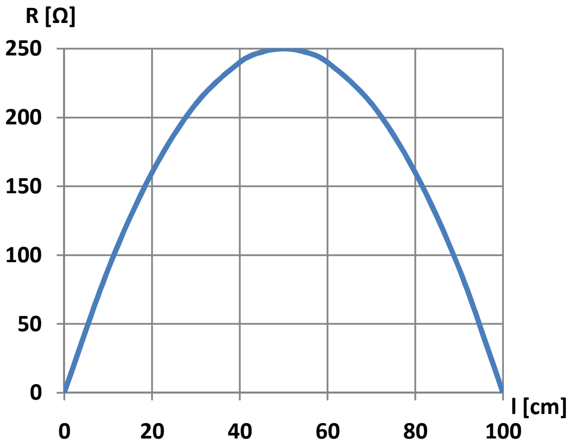
$$R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Keďže vieme, že obe časti drôtu majú dokopy $1000\,\Omega$, tak dosadíme

$$R = \frac{R_1 \cdot (1000\,\Omega - R_1)}{1000\,\Omega}$$

Spravíme si tabuľku a zrátame odpor pre pár dĺžok:

l[cm]	$R_1[\Omega]$	$R[\Omega]$
10	100	90
20	200	160
30	300	210
40	400	240
45	450	247.5
50	500	250



Pre ďalšie dĺžky už rátať nemusíme, keď budeme hýbať bodom B ďalej jedným smerom, bude bod A bližšie z druhej strany - teda ak je vzdialenosť bodov A a B na kružnici jedným smerom napr. 70cm, druhým smerom sú vzdialené 30cm, a dostaneme tie isté hodnoty (môžte si vyskúšať, že pri dosadení týchto hodnôt l naozaj dostanete rovnaké výsledné odpory ako pri $1\,\mathrm{m} - l$). No a už nám zostáva len spraviť graf.

Bodovanie: *Všetci, ktorí prišli na to, že prúd ide oboma časťami slučky paralelne, to dorátali správne, takže majú* 5 *b. Tí, ktorí prišli aspoň na to, že odpor bude do vzdialenosti* $l = 50$ *cm stúpať, a potom rovnako klesať, majú bod.*

Príklad 8 - Proxima Centauri *opravovala Kristína Komanová*

Proxima Centauri, alebo aj alfa Centauri C je najbližšia hviezda k slnečnej sústave. Svetlo z nej na zem ide 4 roky. Tropický rok trvá 365 dní 5 hodín 48 minút 46 sekúnd.(Tropický rok je presný čas, za ktorý Zem obehne okolo Slnka)Ale vedieť toto vlastne vôbec nebolo podstatné ;) Ak ste to však začali premieňať s tým, že rok má 365 dní, netreba zabudnúť, že každý 4. rok je priestupný. Čiže svetlo z Proximy k nám ide $365 \cdot 4 + 1 = 1461$ dní.

Vieme, že svetlo sa šíri rýchlosťou $c = 300000\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}$ a výpočet dráhy dostávame vzťah $s = c{\cdot}t$ pričom obidve premenné poznáme. Na internete si nájdeme maximálne rýchlosti nejakých 3 dopravných prostriedkov: Rýchlovlak $= 575\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$, nadzvukové lietadlo $= 2690\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$, automobil $= 440\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$

Čas za ktorý ony prejdú rovnakú vzdialenosť ako svetlo z Proximy Centauri je

$t_2 = s/v_2$, pričom dráha musí zodpovedať vzdialenosti Proximy od Zeme. Za s teda dosadíme výraz $s = c \cdot t$ a za v_2 max. rýchlosti našich dopravných prostriedkov. Teda dostávame vzťah:

$$t_2 = t \cdot \frac{c}{v_2}$$

Z tohto vzťahu vidíme, že stačí ak rýchlosť svetla a rýchlosť nášho dopravného prostriedku dosadíme v rovnakých jednotkách a vykrátia sa nám. Výsledný čas preto bude v jednotkách, v akých dosadíme čas, za ktorý k nám príde Svetlo z Proximy. Aby sme sa vyhli zbytočnému premieňaniu, dosaďme si ich rovno v rokoch.

rýchlovlak	$t = 4 \cdot \frac{300000000 \, \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}}{575 \, \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}} = 7\,513\,043$ rokov
nadzvukové lietadlo	$t = 4 \cdot \frac{300000000 \, \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}}{2690 \, \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}} = 1\,605\,947$ rokov
automobil	$t = 4 \cdot \frac{300000000 \, \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}}{440 \, \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}} = 9\,818\,182$ rokov

Veľa z vás príklad nepočítalo takto, ale začalo si vyčísľovať údaje. To je v mnohých prípadoch na škodu, a v tomto prípade zvlášť. Vyšli vám potom výsledky, ktoré sa od skutočných hodnôt líšili aj o viac ako milión rokov. A to je už myslím riadna odchýlka :)

Bodovanie: *Ak ste si všetky údaje premieňali a vyšli vám iné výsledky strhala som* $0,5 - 1$ *b, podľa toho, ako ste sa odchyľovali od správnych hodnôt. Ak ste pozabudli na fakt, že každý 4. rok je priestupný, lebo obeh okolo Slnka netrvá presne 365 dní, stratili ste ďalšieho* $0,5$ *b. Za numerické chyby ste prišli o* $0,5 - 1$ *b.*