Celoslovenský korešpondenčný seminár z fyziky pre žiakov ZŠ a OG

PIKOFYZ

Vzorové riešenia 1. série letnej časti

Pikofyz, 13. ročník www.p-mat.sk/pikofyz šk. rok 2010/2011

Príklad 1 - Na tenkom ľade *opravoval Ondrej Bogár - Bugy̆*

Skoro všetci ste zvládli navrhnúť správny spôsob, ako prejsť cez zamrznutú rieku. Ale nie všetci ste to vedeli dobre fyzikálne vysvetliť.

Ľad praskne vtedy, ak na neho pôsobíme tlakom väčším ako je nejaký kritický tlak. Kritický tlak je pre každy ľad iný, ale to nám nevadí. Tlak vypočítame ako: $p = \frac{F}{S}$

Beh: Keď bežím, tak na zem došľapujem len špičkou jednej nohy. A to, ako sami uznáte, je celkom malá plocha, na ktorú sa sustredí celá hmostnosť (a teda aj celá tiažová sila). Takže tlak bude vyšší, ako keby som len normálne stál na ľade. Navyše, ked sa chcem rozbehnúť, musím sa nejakou silou odraziť. Táto sila sa pripočíta k tiažovej sile. Preto vzratie celková tlaková sila a aj tlak. Vidíme, že čas nikde vo vzorci na tlak nefiguruje. Takže Emilov argument je zlý.

Iný spôsob: Aby sa dalo prejsť bezpečne cez ľad, musíme znížiť tlak. Bud znížime hmostnosť, čo známená, že by sme zo seba zhodili batoh alebo oblečenie. Jednoduchšie sa zväčšuje plocha. Stačí, aby sme si ľahli a plazili sa. Alebo použili lyže, boby alebo nejake drevené dosky. Takto znížime tlak ktorým pôsobíme na ľad a nehrozí nám, že prekročíme kritický tlak a ľad praskne.

Pozor 1: Mnohí z vás hovorili, že ak niekto bude utekať rýchlo, tak dokáže utekať pred puklinami. Vyjadrenie rýchlosti šírenia pukliny sa dá vypočítať velmi komplikovane a záleží od veľkého množstva faktorov. Preto je veľmi ťažké toto odhadnúť.

Pozor 2: Behanie po vode je o inom tam sa spoliehame na dynamickú viskozitu vody. Ale to je na dlhšie rozprávanie.

Bodovanie: *Ak ste nevysvetlili, že doležitý je tlak na ľad* 0,5 *b. Za vyvrátenie teórie o rýchlom behu* 3 *b a za navrhnutie a zdôvodnenie nejakej dobrej taktiky* 2 *b.*

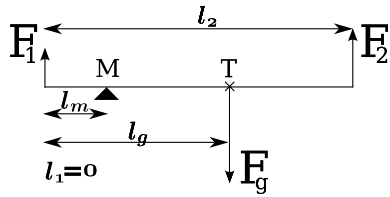
Príklad 2 - Doska *opravoval Tomáš Jančo - Janči*

Ahojte! Tento príklad bol pomerne ľahký, väčšina z vás zvládla vypočítať správne hodnoty, čo sa ukážu na váhach. Horšie to však bolo s odôvodnením a popisom vašich riešení. Ako to teda malo vyzerať?

Najjednoduchšie to vypočítame tak, že si uvedomíme, že vďaka doske sa hmotnosť človeka rozloží tak, ako keby sa v ťažisku sústredilo 80 kg. Pomer vzdialeností ťažiska od konca dosky je 2 : 3 (na to nepotrebujeme ani vedieť dĺžku dosky) a sily sa rozložia práve v takomto pomere, ibaže pri hlave bude sila väčšia ako pri nohách (ťažisko je bližšie k hlave). Váha pri nohách ukáže $\frac{2}{5} \cdot 80\,\mathrm{kg} = 32\,\mathrm{kg}$ a pri hlave $\frac{3}{5} \cdot 80\,\mathrm{kg} = 48\,\mathrm{kg}$. Výsledok je síce správny, ale iba slabo zdôvodnený. Že sa sily rozložia takto je "logické", pretože to vyplýva zo skúsenosti. Vo fyzike však hľadáme exaktné vysvetlenie. To môže byť takéto:

Doska na váhach sa správa ako páka, **pretože** je to teleso na ktoré pôsobia nejaké sily a je otočné okolo nejakej osi. Pre rovnováhu na páke platí momentová veta: Súčet momentov otáčajúci pákou v kladnom zmysle sa rovná súčtu momentov otáčajúcich pákou v zápornom zmysle. (Moment sily je jej otáčavý účinok). Kde sa naša páka otáča? V ťažisku alebo na jednej z váh? Ťažko povedať, našťastie je to úplne jedno (uvidíme **prečo**).

Všetko vzťahujúce sa na váhu pod nohami budeme označovať číslom 1, na váhu pod hlavou 2, a všetko vzťahujúce sa k tiaži a ťažisku človeka písmenom g. Sily sú tie čo pôsobia **na páku**. (Treba si uvedomiť že tak ako doska pôsobí na váhy, aj váhy pôsobia naňu, ale v opačnom smere).



Nech v bode M je os otáčania páky. Bod M je niekde medzi váhou 1 a ťažiskom. Sila F_2 spôsobuje otáčanie v kladnom smere (tj. v protismere hod. ručičiek), teda jej moment bude na jednej strane rovnice.
Sila F_1 a sila F_g spôsobujú otáčanie v zápornom smere, teda ich momenty budú na druhej strane rovnice.

Páka je v rovnováhe, **preto** platí momentová veta v tvare:	$M_2 = M_1 + M_\mathrm{g}$
Nech je os otáčania pod ľavou váhou. Potom rovnicu zapíšem takto:	$F_2 \cdot l = F_1 \cdot 0 + F_\mathrm{g} \cdot l\frac{3}{5}$
Sila F_1 má nulové rameno, takže aj jej moment je nulový.	
Z rovnice som vykrátil dĺžku dosky l.	$m_2 g = mg \cdot \frac{3}{5}$

$$m_2 = m \cdot \frac{3}{5} = 80\,\mathrm{kg} \cdot \frac{3}{5} = 48\,\mathrm{kg}$$

Na pravej váhe teda odčítame 48 kg a na pravej zvyšok, čo je $80 - 48 = 32$ kg.

Prečo je jedno kde si zvolíme os otáčania?

(táto časť samozrejme nebola v riešení vyžadovaná, je tu len pre ozrejmenie problému) Označme si vzdialenosti l_1, l_2, l_g a l_M tak, že sa počítajú od ľavej váhy (tam je nula). Vzdialenosť l_M je vzdialenosť bodu M od ľavého konca dosky. Teraz si všimneme, že dĺžky ramien síl sa dajú zapísať takto: Rameno F_1 je dlhé l_M, rameno F_g je dlhé $l_\mathrm{g} - l_\mathrm{M}$ a rameno F_2 je dlhé $l_2 - l_\mathrm{M}$ nech je bod M hocikde medzi váhou 1 a T. Celé to zapíšem do rovnice:

$$F_2 \cdot (l_\mathrm{g} - l_\mathrm{M}) = F_1 \cdot l_\mathrm{M} + F_\mathrm{g} \cdot (l_2 - l_\mathrm{M})$$

$$F_2 \cdot l_\mathrm{g} - F_2 \cdot l_\mathrm{M} = F_1 \cdot l_\mathrm{M} + F_\mathrm{g} \cdot l_2 - F_\mathrm{g} \cdot l_\mathrm{M}$$
$$l_\mathrm{M} \cdot (F_\mathrm{g} - F_2 - F_1) = F_\mathrm{g} \cdot l_2 - F_2 \cdot l_\mathrm{g}$$

Nakoniec si už len uvedomíme že $F_\mathrm{g} - F_2 - F_1 = 0$ **pretože** ak by sa sily nevyrušili, páka by sa predsa začala pohybovať. Dostaneme:

$$0 = F_\mathrm{g} \cdot l_2 - F_2 \cdot l_\mathrm{g}$$

Môžeme si všimnúť, že poloha bodu M z rovnice úplne zmizla. **Preto** je nám jedno, kde si predstavíme os otáčania. (Ak by bola aj medzi T a váhou 2, bolo by to to isté, môžete si to vyskúšať…)

$$F_\mathrm{g} \cdot l_2 = F_2 \cdot l_\mathrm{g}$$

$$mgl_2 = m_2 g l_\mathrm{g}$$
$$m_2 = \frac{ml_2}{l_\mathrm{g}} = \frac{3}{2}m = 48\,\mathrm{kg}$$

Hmotnosť $m_1 = m - m_2 = 32\,\mathrm{kg}$ **pretože** súčet hmotností na váhach musí byť rovný hmotnosti $m = 80\,\mathrm{kg}$ človeka na doske (platí uvedená podmienka o súčte síl).

Ak ste to nemali vyriešené takto podrobne, nevadí, stačilo si tú nešťastnú os otáčania zvoliť niekde (výhodne napríklad do ťažiska alebo pod jednu z váh) a potom to podľa toho vypočítať.

Bodovanie: *Body sa dali získať, ale aj stratiť hlavne na odôvodnení a popísaní riešenia. Za správny popis boli až 3 b. Zvyšné 2 b boli rozdelené za správny výsledok a správnu úvahu, že pod hlavou bude váha ukazovať viac.*

Príklad 3 - Káble a káble *opravoval Martin Svetlík - Panda*

Ak má meter drôtu odpor $R_1 = 2\Omega$, tak pre metrový zväzok dvoch drôtov zapojených paralelne vypočítame odpor ako: $\frac{1}{R_m} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1}$ a teda $R_m = \frac{1}{\frac{1}{2\Omega} + \frac{1}{2\Omega}} = 1\Omega$

Takže máme kábel (zväzok dvoch drôtov), ktorého dĺžkový odpor je $1\Omega \cdot m^{-1}$. Ak môže mať kábel odpor najviac 50Ω, a každý jeho meter má odpor 1Ω, môže mať najviac $l = 50\,\mathrm{m}$. Veď odpory za sebou nasledujúcich (t.j. sériových) úsekov sa jednoducho sčítajú, takže celkový odpor $R_{celk,}$ vypočítame ako $R_{celk,} = R_m \cdot l = 1\Omega \cdot m^{-1} \cdot 50\,\mathrm{m} = 50\Omega$.

Keď je zapojených 5 drôtov vedľa seba, počítame úplne rovnako - odpor zväzku na jeden meter bude $R_m = \frac{1}{5\cdot\frac{1}{2\Omega}} = 0,4\Omega$ a teda maximálna dĺžka je

$$l = \frac{50\Omega}{0,4\Omega\cdot m^{-1}} = 125\,\mathrm{m}$$

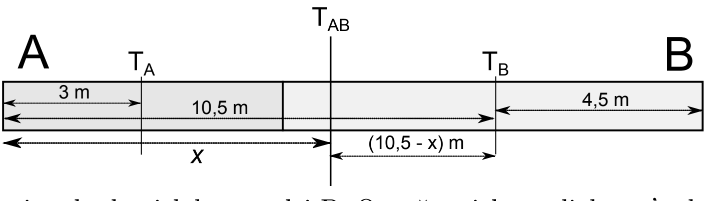
Viacerí z vás sa sa niekde pomýlili, a potom im vyšiel odpor päťzväzku väčší ako odpor dvojzväzku. Bohužiaľ ste si to neuvedomili, a tak ste stratili body. Pri paralelnom zapojení však platí, že čím viac rezistorov/drôtov zapojíme paralelne, tým je výsledný odpor menší. Je to ako s cestou - po štvorprúdovke môže ísť viac áut ako po dvojprúdovke - rovnako aj tu môže ísť cez viac drôtov viac elektrónov, teda väčší celkový prúd. A vieme, že prúd a odpor sú závislé nepriamo úmerne, takže väčší prúd znamená, že to má menší odpor... Preto sú napríklad drôty elektrického vedenia také hrubé, aby nemali veľký odpor a dobre viedli prúd.

Bodovanie: *Ak ste používali správne vzorce a vysvetlili ste, prečo ich používate, boli za to* 3 *b. Za dorátanie oboch výsledkov bolo po* 1 *b.*

Príklad 4 - Valcová loď *opravoval Martin Lauko - Logik*

Nájsť ťažisko lode vôbec nie je jednoduché; povedzme si teda, ako to malo byť správne. Ťažisko je bod, pod ktorým musíme podoprieť teleso, aby sa neprevrátilo. Stačí, že bude na oboch stranách ťažiska rovnaká hmotnosť? Nestačí! Predstavme si hojdačku s rovnako ťažkými deťmi na oboch stranách: jedno vo vzdialenosti 1 m a druhé 2 m. Keď ju podoprieme v strede, zostane stáť? Samozrejme, že nie, ramená nemajú rovnaký moment sily. To využijeme aj pri hľadaní ťažiska.

Rovnorodý valec má ťažisko v strede - teda na osi a v strede výšky. Situácia sa skomplikuje, keď máme dva valce z rôznych materiálov. Označme si valce, z ktorých je zložená loď, spredu písmenami A (6 metrový), B (9 metrový), C (4 metrový). Nájdime najskôr spoločné ťažisko valcov A, B.



Zrejme bude niekde vo valci B. Označme jeho vzdialenosť od začiatku lode x a vypočítajme moment sily na oboch stranách. Moment sily M_i vypočítame ako súčin ramena a sily (teraz gravitačnej), teda $M_\mathrm{i} = m_\mathrm{i}\cdot g\cdot a_\mathrm{i}$. V našom prípade bude na ľavej strane (valec A) hmotnosť $m_1 = 5\,\mathrm{t}$, vo vzdialenosti $a_1 = x - 3\,\mathrm{m}$ od ťažiska (ľavý koniec valca B je vo vzdialenosti x, pravý $x - 6$). Na pravej strane $m_2 = 11\,\mathrm{t}$, $a_2 = 10{,}5 - x$. Dosadením:

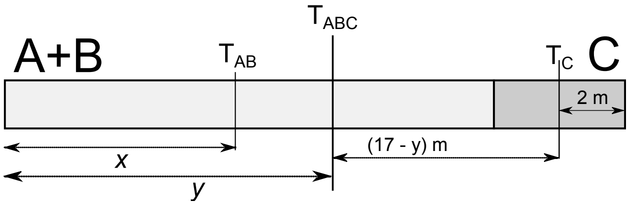
$$M_1 = M_2 \quad\Leftrightarrow\quad m_1a_1 = m_2a_2$$

$$5(x-3) = 11(10{,}5 - x)$$

$$5x - 15 = 115{,}5 - 11x$$

$$x = \frac{130{,}5}{16} = 8{,}15625\,\mathrm{m}$$

Čo je vzdialenosť ťažiska valcov A, B od začiatku lode.



Rovnako vypočítame aj polohu ťažiska celej lode: dvojvalca A+B (už vieme, kde má ťažisko) a valca C. Označme polohu tohto ťažiska od začiatku lode y. Potom z rovnováhy momentov platí:

$$16(y - 8{,}15625) = 3(17 - y)$$

$$16y - 130{,}5 = 51 - 3y$$

$$y = \frac{181{,}5}{19} \approx 9{,}553\,\mathrm{m}$$

Ale pozor, kedže nás zaujímala poloha ťažiska od stredu lode ($19\,\mathrm{m}/2 = 9{,}5\,\mathrm{m}$), musíme vypočítať tento rozdiel. Takže odpoveď znie: **ťažisko lode je vzdialené $\mathbf{5,3\,cm}$ od jej stredu**. Ak sa Vám zdalo veľa výpočtov, tak vedzte, že sa to dá vypočítať aj v jednom kroku, výsledok dostaneme rovnaký.

Bodovanie: 5 *b za správne riešenie, polovicu, ak ste počítali stred hmotnosti lode, ostatné neúplné riešenia individuálne.*

Príklad 5 - Strela zem vzduch *opravovala Emília Rigdová - Milka*

Na začiatku si treba vybrať správnu pružinu (takú, čo sa veľmi nedeformuje). Ak nenájdem z pera, môže byť aj z hocičoho, čo doma mám. Túto pružinu si pripevním o stôl, aby mi neskákala. Najlepšie na nejaký malý kolík, aby pri vystrelení smerovala predmety priamo nahor.

Ďalší problém je presné meranie. Môžem si napríklad nalepiť tesne za miesto, z ktorého predmety vystrelujem pravítko. Nechtami stlačím pružinu a pustím, sledujem, kam najvyššie dokázal predmet vyletieť. Problém ale je, že sa na letiaci predmet pozerám z uhla, a tak nevidím správnu výšku. Preto je vhodné buď požiadať niekoho iného, aby na experiment pozeral z väčšej diaľky, alebo využijem jednoduchú fintu s doskou. Vždy, keď vystreľujem nejaký predmet, si umiestnim vodorovne v určitej výške dosku. Ak sa mi predmet pri výstrele dosky dotkne, dokáže vyskočiť aj vyššie. Posúvam dosku nahor až dovtedy, kým sa jej letiaci predmet prestane dotýkať (samozrejme, ak neletí šikmo :)). Posledná výška, v ktorej sa mi ešte dotkol dosky je hľadaná výška. Takto mi vyjde jeden veľmi presný výsledok. Tento postup zopakujem potom pre každý predmet viackrát.

Veľmi dôležité bolo v tomto príklade popísať aparatúru a jej chyby. Meranie mohlo ovplyvniť **rôzne stlačenie pružinky**, jej deformácia, poloha pozorovateľa, v prvom spôsobe merania aj reflexy pozorovateľa, smer, v ktorom som pružinu vystreľovala... Samotnú výšku dostrelu mohla silne ovplyvniť hmotnosť telesa, na čo veľa z Vás prišlo. Málokto si ale uvedomil aj dôležitosť tvaru telesa. Ak z pružinky vystrelím pierko, vyletí len veľmi málo aj napriek tomu, že je omnoho ľahšie ako napríklad guma na gumovanie.

Bodovanie: 1 *b za popísanie aparatúry a jej fungovania,* 2 *b za podrobný popis postupu,* 1 *b za namerané hodnoty,* 1 *b za zhodnotenie chýb svojho spôsobu merania.*

Príklad 6 - Blumbík *opravoval Matej Večerík - Maťo*

Poďme postupne, ako sa veci diali za sebou. Najprv vybuchol granát a Blumbík ho uvidel. Niekoľko z vás spomínalo rýchlosť svetla, čo je veľmi zaujímavý postreh. Ak by ale granát vybuchol aj 100 km od nory, tak by to svetlu trvalo len zhruba 0,00033 s, čo bez problémov zanedbáme.

Po zazretí výbuchu sa mu Blumbík rozbehol naproti. Vieme, že celkovo bol mimo nory 20 s a že bežal stále rovnako rýchlo. To znamená, že od nory bežal 10 s, a teda stihol prebehnúť $9\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 10\,\mathrm{s} = 90\,\mathrm{m}$ kým začul výbuch. Za tento čas k nemu stihol dôjsť zvuk. Kedže poznáme rýchlosť zvuku, tak vieme povedať, ako ďaleko výbuch nastal. Bolo to $340\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 10\,\mathrm{s} = 3400\,\mathrm{m}$.

Kedže už viem, koľko prešiel Blumbík a koľko zvuk k ich spoločnému miestu stretnutia, tak už mi stačí tieto vzdialenosti sčítať, keďže išli k sebe. Tak dostanem, že vzdialenosť od nory k výbuchu je $90\,\mathrm{m} + 3400\,\mathrm{m} = 3490\,\mathrm{m}$.

Bodovanie: *Za správny postup a výsledok* 5 *b.*

Príklad 7 - Ponorený v jede *opravoval Ján Boogie Bogár*

Ahojte ľudkovia. Zadanie príkladu hovorí, že treba odmerať ponorený objem telesa **v závislosti** od hustoty kvapaliny pre tri rôzne kvapaliny (vodu, slanú vodu a olej). To znamená, že treba ku každej hustote kvapaliny priradiť objem ponorenej časti telesa.

Potrebujeme na to váhy, odmerný valec a skúšobné teleso. Ja som si zvolil za skúšobné teleso umelohmotnú valcovú krabičku do ktorej som vhodil olovené závažie. Najprv odmeriam hustotu kvapalín. Položím prázdny odmerný valec na váhy a odvážim ho. Potom doňho nalejem kvapalinu a odvážim ho aj s ňou. Rozdiel hmotností prázdneho a plného odmerného valca je hmotnosť kvapaliny. Objem kvapaliny poznám tiež, keďže je naliata v odmernom valci. Hustotu kvapaliny vypočítam ako podiel hmotnosti a objemu kvapaliny, podľa vzorca $\rho = \frac{m}{V}$. Hustoty kvapalín boli:

voda: $\rho_{\text{voda}} = 1000\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ slaná voda: $\rho_{\text{sl.voda}} = 1020\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ olej: $\rho_{\text{olej}} = 920\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

Oveľa krajšie riešenie je zmerať objem, o ktorý stúpne hladina vody v odmernom valci. Tento objem je rovný objemu ponorenej časti telesa (aj keď pozor, nedajte sa zmiasť, ak sa voda nevylieva z nádoby, nie je rovný objemu vytlačenej kvapaliny). Najprv pozriem na odmerný valec a zaznačím si, na akom objeme je hladina vody. Potom vhodím teleso a opäť zaznačím na akom objeme je hladina vody. Rozdiel medzi týmito dvoma objemami je objem ponorenej časti telesa. Ja som použil tento spôsob.

Zobral som teda svoje teleso a ponoril ho postupne do vody, slanej vody a oleja. Každé meranie som opakoval tri krát. Priemerné objemy ponorenej časti telesa som zapísal do tabuľky:

kvapalina	olej	voda	slaná voda
hustota kvapaliny v $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	920	1000	1020
objem ponorenej časti v cm^3	6,50	7,10	7,25

Z takejto tabuľky je potom možné ľahko vyrobiť aj graf spomínanej závislosti, a to tak, že na x-ovú os dáme hustotu kvapaliny a na y-ovú os zas ponorený objem (nie naopak). Vyrobiť graf ale nebolo v zadaní, takže to nebolo povinné. Každopádne z grafu ešte lepšie ako len z tabuľky vidno, že čím je väčšia hustota kvapaliny, tým je menší objem ponorenej časti. Po krátkom zamyslení prídeme na to, že to isté vyplýva z Archimedovho zákona.

Tak, to by bolo všetko. Mnohí z vás urobili tú chybu, že neodmerali alebo neuviedli hustoty kvapalín. Keďže sa ale pýtame na závislosť na hustote kvapaliny, treba poznať aj hustoty. Tak, hotovo. Majte sa a želám veľa zdaru.

Bodovanie: 2 *b boli za dobrý opis experimentu a toho, ako ste postupovali.* 1,5 *b bolo za dobre odmeranú hustotu kvapalín a* 1,5 *b za odmeranie ponorenej časti telesa. Okrem toho ale bolo možné získať* 0,5 *b ako bonus za opakovanie meraní (čo by mala byť samozrejmosť pri každom experimente) a za uvedenie výsledkov vo forme grafu (čo je ideálne, ak meriame závislosť dvoch veličín).*

Príklad 8 - Pirátsky problém *opravoval Peter Dupej - Peťo*

Túto úlohu ste zvládli celkom dobre, čo ma veľmi potešilo, tak sa pusťme do jej rozboru.

Archimedov zákon $F_{\text{g}} = F_{\text{vz}}$ by ste už mali všetci hravo ovládať. Tiažová sila lode je $F_{\text{g1}} = m_1 g = 70000\,\text{kg} \cdot 10\,\frac{\text{N}}{\text{kg}} = 700000\,\text{N}$. Vztlaková sila je rovná súčinu hmotnosti vytlačenej vody a gravitačného zrýchlenia, a hmotnosť je objem krát hustota kvapaliny, takže $F_{\text{vz}} = V\rho g$.

Najdôležitejšie bolo uvedomiť si, že piráti chceli, aby výtlak (objem vytlačenej vody) ostal rovnaký $V_1 = V_2$. Ten vyrátame úpravou $m_1 g = V_1 \rho_1 g$ na $V_1 = \frac{m_1}{\rho_1} = \frac{70000\,\text{kg}}{1000\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 70\,\text{m}^3$ (g sa vykrátilo).

Keďže hustota morskej vody je väčšia ako hustota sladkej vody, vztlaková sila spôsobená rovnakým výtlakom bude na mori väčšia ako v rieke. Morská voda s rovnakám objemom vytlačí $F_{g2} = F_{vz2} = V_2 \rho_2 g = 70\,\mathrm{m}^3 \cdot 1030\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot 10\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} = 721000\,\mathrm{N}$. Rozdiel je $F' = F_{g1} - F_{g2} = 21000\,\mathrm{N}$, a teda piráti musia lod zaťažiť hmotnosťou $m' = \frac{21000\,\mathrm{N}}{10\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}} = 2100\,\mathrm{kg}$.

Teraz potrebujeme hmotnosť jedného suda. Sám prázdny váži $m_\mathrm{s} = 15\,\mathrm{kg}$, ale bolo by hlúpe nakladať prázdne sudy, keď v nich môže byť ešte $V_\mathrm{s} = 80\,\ell$ **sladkej** vody. Hmotnosť tejto vody je $m_\mathrm{v} = V_\mathrm{s} \rho_1 = 0,08\,\mathrm{m}^3 \cdot 1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 80\,\mathrm{kg}$. Plný sud tak váži $m'_\mathrm{s} = m_\mathrm{s} + m_\mathrm{v} = 15\,\mathrm{kg} + 80\,\mathrm{kg} = 95\,\mathrm{kg}$.

Takže počet sudov, ktorými piráti museli zaťažiť loď je $\frac{2100\,\mathrm{kg}}{95\,\mathrm{kg}} = 22,105 \doteq 22$ (tých 10 kg hore dole ;-), ale uznával som aj všetky **správne** transformácie na 22 plných sudov, jeden prázdny sud a podobne).

Úloha sa dala vyriešit aj jednoduchšie, ak sa pozrieme na Archimedov zákon takto:

Ak vztlakovú aj tiažovú silu podelíme g, dostaneme, že hmotnosť lode sa rovná hmotnosti vytlačenej vody. Keďže objem tejto vody sa nezmenil, zmenila sa len hustota, tak na mori bude hmotnosť vytlačenej vody väčšia práve v takom pomere, v akom sa zväčšila jej hustota a v takom pomere treba zvačšiť aj hmotnosť lode $m_2 = m_1 \frac{\rho_2}{\rho_1} = 70000\,\mathrm{kg} \frac{1030\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}}{1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}} = 72100\,\mathrm{kg}$.

Celé sa to dalo vyjadriť jedným vzorcom:

$$n = \frac{m_1(\frac{\rho_2}{\rho_1} - 1)}{m_\mathrm{s} + V_\mathrm{s}\rho_1} = \frac{70000\,\mathrm{kg}(\frac{1030\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}}{1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}} - 1)}{15\,\mathrm{kg} + 0,08\,\mathrm{m}^3 \cdot 1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}} \doteq 22$$

Bodovanie: *Za uvedomenie si $V_1 = V_2$ bol 1 b, ak ste sa dopracovali k správnej zmene hmotnosti 1 b, za správne zrátanie hmotnosti plného suda 1 b, za správny počet sudov 1 b a posledný 1 b bol za popis úlohy. Ak ste mali chyby v premene jednotiek alebo výpočtoch, strhol som $0,5 - 1$ b.*