



## Vzorové riešenia 2. série letnej časti

Pikofyz, 13. ročník

[www.p-mat.sk/pikofyz](http://www.p-mat.sk/pikofyz)

šk. rok 2010/2011

### Príklad 1 - Studený a studenší *opravoval Ondrej Bogár - Bugj*

Tento jav spôsobuje súhra viacerch javov. Nie každý je rovnako významný. V riešení stačilo, keď ste rozumne uvažovali aspoň o jednom.

Rozdiel medzi vzduchom a snehom je v ich tepelnej vodivosti. Sneh vedie teplo veľmi dobre, naproti tomu vzduch je izolant. Preto teplo z našej ruky sa do vzduchu odvádza veľmi zle. Ohreje sa len tenká vrstva vzduchu okolo ruky a ďalej sa to teplo šíri veľmi zle. Naproti tomu keď nám na ruku padne vložka snehu, teplo z ruky sa veľmi efektívne odvedie do vložky. Toto veľmi rýchle ochladenie pokožky v mieste dopadu vložky vnímame ako intenzívny pocit chladu.

Za zmienku ešte stojí tento jav. Tenka vrstva vzduchu okolo ruky, ktoré sa zahreje pôsobí ako izolácia. Teda ak moc nehýbeme rukou a nefúka vietor, tak od okolitého studeného vzduchu nás delí tenka vrstva zohriateho vzduchu.

Sneh a vzduch majú aj rozdielnu tepelnú kapacitu. Teda na zohriatie snehovej vložky potrebujeme odovzdať omnoho viac tepla ako na rovnaké zohriatie vzduchu. Okrem toho vložka sa po roztopení na vodu začne vyparovať. No a na vyparovanie potrebuje získať energiu, ktorú bere z našej ruky. A to nás znova ochladzuje. Tieto javy sú ale menšieho významu oproti tepelene vodivosti.

Ešte upozornenie na záver: Pevná látka nemusí byť lepší vodič tepla ako plyn. Pre vzduch a sneh to platí ale nemusí to platiť všeobecne. Napríklad taký polystyrén je izolant, aj keď je to pevná látka.

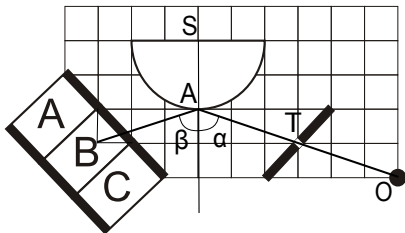
*Bodovanie: Ak ste dobre opísali aspoň jeden z dôvodov vzniku tohto javu 5 b. Za nie dobré alebo dostatočne podrobné vysvetlenie a opísanie 2 b až 3 b. Aj za praktické skúsenosti a postrehy ste mohli získať body.*

### Príklad 2 - Priezor a zrkadlo *opravovala Aďa Lešková*

Aby sme zistili, ktorú časť steny bude vidieť oko v zrkadle cez štrbinu, musíme skúmať lúče svetla spájajúce dané body, ktorými majú tieto lúče prechádzať.

Podľa zadania, oko sa pozerá cez štrbinu tienidla, čo značí, že zrenička oka je nasmerovaná smerom k štrbine a lúč svetla vchádzajúci do oka cez zreničku

prechádza „stredom“ oka O a taktiež danou štrbinou tienidla T. Ako môžeme vidieť na obrázku, táto predĺžená priamka OT sa dotýka vypuklého zrkadla v bode A. Presne tento bod zrkadla uvidí oko cez štrbinu.



Ako sa však svetlo odrazí v tomto bode na zrkadle? Zákon odrazu svetla hovorí, že uhol odrazu je rovný uhlu dopadu. Ktoré sú to však uhly? Nakreslíme si priamku spájajúcu stred krivosti zrkadla S s bodom dopadu A. Uhol dopadu  $\alpha$  je teda uhol, ktorý zvierajú lúč dopadu s touto priamkou a uhol odrazu  $\beta$  je uhol, ktorý zvierajú odrazený lúč s touto priamkou.

Na obrázku môžeme vidieť, že skonštruovaný odrazený lúč sa dotýka steny v jej časti B. Oko teda uvidí v zrkadle cez štrbinu tienidla časť steny B.

**Bodovanie:** Ak ste nemali zdôvodnené, prečo sa práve uhol dopadu a odrazu nachádzajú tam, kde ste ich nakreslili (sú dané kolmicou na dotýčnicu v bode dopadu, priamkou prechádzajúcou stredom krivosti zrkadla...), máte -0,5 b. Ak ste nemali poriadne v nákrese (alebo inak) označené, ktoré uhly sú vlastne rovnaké, máte -1 b. Ak ste vôbec nemali nákreš (alebo jeho detailný popis) v presnej mierke, máte -1,5 b až -2 b. Za všelijaké nové teórie o o chode lúčov máte 0 b až 2 b.

### Príklad 3 - Lodný teplomer *opravoval Peter Dupej*

Myslím si, že táto úloha nebola až taká ťažká. Najťažšie na nej bolo správne pochopiť zadanie, teda dobre čítať. Úlohu ste totiž mnohí pochopili dvoma spôsobmi. Poteším vás hneď na začiatok - obidva spôsoby boli správne.

Prvý z nich bol „lineárny“. Ak sa pri zmene teploty o  $1^\circ\text{C}$  zväčší objem o 2%, tak pri náraste o  $10^\circ\text{C}$  sa zväčší o 20%. V tomto spôsobe nám stačí vyrátať rozdiel objemu pre zmenu teploty o  $1^\circ\text{C}$ .

$$V' = V_{30} \cdot 2\% = 1 \text{ ml} \cdot 0,02 = 1000 \text{ mm}^3 \cdot 0,02 = 20 \text{ mm}^3$$

Ďalej objem podelíme prierezom rúrky a dostaneme výšku, o ktorú stúpne hladina v teplomeri s každým stupňom:  $h = \frac{20 \text{ mm}^3}{1 \text{ mm}^2} = 20 \text{ mm} = 2 \text{ cm}$

Druhý bol tzv. „exponenciálny“. Ak pri náraste teploty z  $30^\circ\text{C}$  na  $31^\circ\text{C}$  sa objem zväčšil o 2%, tak pre ďalší stupeň musíme o 2% zväčšiť tento už raz zväčšený objem.

$$V_{31} = V_{30} \cdot 102\% = V_{30} \cdot 1,02$$

$$V_{32} = V_{31} \cdot 102\% = V_{30} \cdot 1,02 \cdot 1,02$$

Vidíme, že každým ďalším stupňom sa nám činiteľ 1,02 umocňuje. To znamená, že pre  $35^\circ\text{C}$  to bude  $V_{30} \cdot 1,02^5$  a pre  $40^\circ\text{C}$   $V_{30} \cdot 1,02^{10}$ . Dĺžka dielikov postupne narastá, pretože 2% z objemu predošlej teploty bude stále viac a viac.

Tento exponenciálny model vyzerá byť logicky lepší, ale keďže 2% alebo 1,02 je dosť malý koeficient, tak exponenciálny model sa blíži lineárnemu a lineárny

je predsa len jednoduchší. Fyzici sú leniví a radi si veci zjednodušujú ;-). Navyše z pozorovaní vieme, že látky sa skôr teplom rozťahujú lineárne ako exponenciálne. Napríklad dieliky na bežnom teplomeri majú stále rovnakú veľkosť.

Ak ste použili lineárny nárast objemu, tak vaša stupnica v mierke 1:1 by mala mať 20 cm, ak exponenciálny tak približne 22 cm. Obidva prípady som uznával, ak boli korektné narysované.

Niektorí ste písali, že teplomer by musel byť vysoký 120 cm, ale nám stačila stupnica pre rozsah teplôt 30°C – 40°C. Navyše, tak ako na bežnom teplomeri, je dolu hrubšie miesto, tak by aj na tomto teplomeri dolu stačila kocočka s hranou 1 cm, lebo 1 ml = 1 cm<sup>3</sup>.

*Bodovanie: Za správny výpočet ste mohli dostať 1 b, za vysvetlenie a popis nárastu objemu ste mohli dostať až 2 b, a nakoniec za nákres 2 b ak bol aj v správnej mierke 1:1.*

#### Príklad 4 - Rozpúšťanie *opravoval Tomáš Jančo - Jančí*

Ahojte! Pri meraní som postupoval takto: Pripravil som si dva poháre s vodou. Do jedného som vložil sitko, dostatočne husté na to, aby kocka cukru cezeň neprepadla, ani keď sa rozdrobí na menšie časti. Do oboch pohárov som naraz vhodil kocku cukru a spustil stopky. Meral som čas, kým sa cukor rozpustí. Za rozpustený som ho prehlásil vtedy, keď neboli viditeľné žiadne kryštáliky. Povedať, kedy je rozpustený je nepresné, tak som čas zaokrúhlil na 5-ky sekúnd. Urobil som 10 meraní. Aby mi to netrvalo dlho, použil som horúcu vodu a pokusy som robil vo viacerých pohároch naraz. Skutočný čas rozpustenia kocky na dne som meral len raz. Pri ďalších pokusoch som meranie ukončil po 5 minútach. V tom prípade v pohári ostalo okolo 10% cukru nerozpusteného.

Videl som nasledovné: Obe kocky sa po vhození do pohárov začali rozpadáť na menšie časti, až na jednotlivé kryštály. Tá čo bola na dne vytvorila okolo seba hromádku cukru, tá čo zostala na sitku urobila to isté. Až na to, že cukor na dne zostal, ale na sitku začala cukrová voda a dostatočne malé kúsky cukra prepadať cez oká sitka. Keď padali ku dnu tak sa ich väčšina úplne rozpustila a na dne ostalo len zopár kryštálikov. Tie sa rozpustili za krátky čas. Kocka čo bola vhozená rovno na dno sa rozpúšťala podstatne dlhšie.

N	Čas rozpustenia kocky [min:s]	
	pod hladinou	na dne
1	0:50	5 hodín
2	1:20	viac ako 5 minút
3	1:05	viac ako 5 minút
4	1:00	viac ako 5 minút
5	1:15	viac ako 5 minút
6	0:55	viac ako 5 minút
7	1:20	viac ako 5 minút
8	1:05	viac ako 5 minút
9	0:55	viac ako 5 minút
10	1:20	viac ako 5 minút

**Vysvetlenie:** Cukrová voda (nasýtený roztok) padajúca zo sitka umožňuje zostávajúcemu cukru sa lepšie rozpustiť vo vode, ktorá ešte cukor neobsahuje. Taktiež čiastočky cukru padajúce ku dnu narážajú na oveľa väčšie množstvo častíc vody

a preto rýchlejšie prebieha difúzia. Pri kocke na dne sa nič takéto nedeje - cukor ostane pohromade, spolu so sladkou vodou a rozpúšťa sa pomaly.

Bodovanie: *Za opis postupu bol 1 b, za popis pozorovania 1 b, za opakovanie merania 10-krát bol 1 b, za namerané hodnoty 0,5 b a za vysvetlenie 1,5 b*

### Príklad 5 - Kvap kvap kvap *opravovala Emília Rigdová - Mílka*

Pri tomto experimente použijem kvapkajúci kohútik (žiaden nemám, takže pustím vodu na tak slabو, že bude iba kvapkať a to čo najmenej), odmerný valec (stačí kuchynská odmerka, alebo pohárik s ryskou), stopky, vyúčtovanie vodného a stočného, papier a pero :).

Najprv nastavím kohútik. Podarilo sa mi ho nastaviť tak, že kvapka padla približne každú sekundu. Položím pod neho pohárik s objemom jeden deciliter. Začnem stopovať. Počkám, kým sa naplní až po čiariočku, ktorá označuje tento objem. Urobím takéto meranie aj pre poháriky s inými objemami a vypočítam priemerný čas. Mne vyšlo, že za čas približne 7 a pol minúty mi nakvapkalo presne 100 ml vody. Za deň ubehne 24 hodín, teda 1440 minút. Pomocou trojčlenky vypočítam, koľko mililitrov vody za deň takto miniem. Je to priama úmernosť, čiže:

$$x : 100 = 1440 : 7,5$$

$$x = 19200 \text{ ml za 1 deň}$$

Vo vyúčtovaní nájdem, že vodné a stočné za kubík vody (čiže meter kubický) stojí 2,2014 eur. Preto počet mililitrov premením na  $\text{m}^3$ :  $19200 \text{ ml} = 19,2 \ell = 19,2 \text{ dm}^3 = 0,0192 \text{ m}^3$

Keď vynásobím objem vody, ktorú za deň miniem cenou za jeden kubík, dostanem výslednú sumu  $0,0192 \cdot 2,2014 = 0,042$  eur za deň kvapkania, čiže 4 centy.

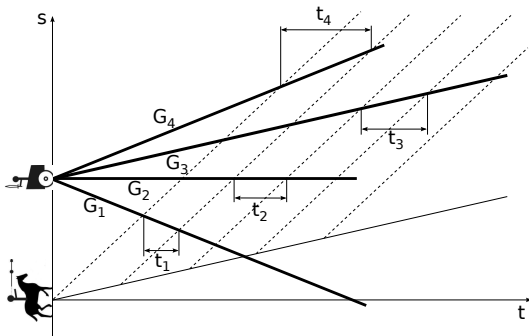
### Príklad 6 - Súboj majstrov *opravoval Matej Duník - M@tt*

**1. riešenie:** Šíp vzhľadom na vrhača letí rýchlosťou  $50 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  a vrhač ešte s koňom beží rýchlosťou  $12 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . Čiže šíp vzhľadom na zem letí rýchlosťou  $62 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . Spočítajme si, ako ďaleko od seba letia jednotlivé šípy. Najprv vrhač vystrelí šíp. Po 1,5 sekundy je situácia taká, že šíp preletel dráhu  $1,5 \text{ s} \cdot 62 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 25,83 \text{ m}$ . Vrhačov koň prebehol  $1,5 \text{ s} \cdot 12 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 5 \text{ m}$ . V tom momente je vrhač vzdialený od šípu  $25,83 \text{ m} - 5 \text{ m}$  a strieľa druhý šíp. Takže vzdialenosť šípov bude 20,83 m.

Pozrime teraz na gladiátora. V jednom momente odráža šíp a ďalší šíp, ktorý k nemu letí je teda od neho vzdialený 20,83 m. Gladiátor potrebuje aspoň 2 s. Takže sa musí posunúť o toľko metrov, aby tam šíp doletel o 2 s. Akú vzdialenosť šíp preletí za 2 s? No predsa  $2 \text{ s} \cdot 62 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 2 \text{ s} \cdot 17,22 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 34,44 \text{ m}$ . Z toho 20,83 m je na miesto, kde teraz stojí gladiátor a ešte treba ďalších 13,61 m. Túto vzdialenosť potrebuje za 2 s prekonať aj gladiátor, takže pôjde rýchlosťou  $\frac{13,61 \text{ m}}{2 \text{ s}} = 6,8 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 24,5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ .

**2. riešenie:** Pozrime sa na situáciu tak, ako keby sme dali kameru na vrhačovu helmu. Keby gladiátor išiel na voze rovnakou rýchlosťou ako vrhač, tak z pohľadu vrhačovej kamery sa nepribližuje ani nevzďaľuje. Keď vrhač vystrelí šíp, tak ten na kamere vyzerá, akoby letel rýchlosťou  $50 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . Šípy vrhač strieľa každých 1,5 s, a keďže gladiátor sa nepribližuje ani nevzďaľuje, prilietavajú k nemu tiež každých 1,5 s. Gladiátor má k dispozícii 2 s na to, aby ušiel o toľko, aby „zarobil“ 0,5 s letu šípu. No takže vieme, že gladiátor pôjde 2 s nejakú dráhu a tú istú dráhu preletí šíp za 0,5 s. A to už máme rovnicu:  $2 \text{ s} \cdot v_{\text{gladiatora}} = 0,5 \text{ s} \cdot v_{\text{pu}}$ , takže  $v_{\text{gladiatora}} = \frac{1}{4} v_{\text{pu}} = 12,5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . Stále ale rátame z pohľadu vrhača (jeho kamery), takže sme zráтали, že gladiátor sa bude vzďaľovať od vrhača rýchlosťou  $12,5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . A vrhač ide ďalších  $12 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ , takže vzhľadom na zem ide gladiátor rýchlosťou  $24,5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ .

**3. riešenie:** Toto riešenie už len naznačím. Je celkom jednoduché na pochopenie, ale na druhej strane človeka neuvedie tak dobre do problematiky, iba mechanicky počíta. Treba si nakresliť graf a vyjadriť vzťahy a spočítať rozumné množstvo rovníc o rozumnom počte neznámych. V tomto vzoráku vám ponúknem už len graf :). Zľava doprava (x-ová os) plynie čas a zdola hore (y-ová os) je naznačená poloha. V začiatku súradnicovej sústavy je vrhač v čase 0 a vidno že cvála dopredu a vrhá šípy (čiarkované čiary). Hrubé čiary sú možné pohyby gladiátora, pričom je vidno, že keď  $G_1$  ide smerom k vrhačovi, tak medzi šípmi má málo času  $t_1$ , keď ide v prípade  $G_3$  rovnako rýchlo ako vrhač, tak sú časy rovnaké ako u vrhača a správne riešenie je  $G_4$ . (Pozor, graf možno nie je presný...)



*Bodovanie: Prichádzali 2 typy riešeni - také, v ktorých bola ešte šanca na dopočítanie do správneho riešenia a tie ostatné. Tam, kde som vedel ešte dopočítať správne riešenie som sa snažil hodnotiť podľa toho, koľko mentálnej námahy som ešte musel za riešiteľa vynaložiť. V ostatných som hľadal aspoň nejaké správne výrokky.*

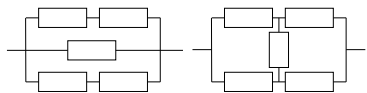
*Konkrétne: Ak zjavne chýbalo zdôvodnenie niečoho podstatného, ale relatívne jednoduchého –0,2 b alebo viac, ak toho vysvetlenia chýbalo viac. Ak ste zabudli, že šíp ide rýchlejšie o rýchlosť vrhača alebo že vrhač sa pohne medzi výstrelmi –0,7 b. Ak ste išli dobrou cestou, ale máte v tom riadny zmätok, tak cca 2,5 b. Ak ste len niečo viac-menej rozumne vyskúšali, tak do 2 b. Pre tých, ktorí zjednodušili príklad tak, že vrhač čaká s výstrelom kým gladiátor odrazí šíp 1,5 b. Tí, čo majú menej bodov, by si mali prečítať vzorák aj dvakrát.*

## Príklad 7 - Vyhrievanie jaskyne opravoval Ján Boogie Bogár

Ahojte ľudkovia. Tento príklad nedopadol vôbec dobre, a preto si ho dopodrobna rozoberieme. Existujú dva prístupy, ako ho správne vyriešiť. V oboch je kľúč k správne riešeniu ukrytý vo vzťahu pre výkon elektrického prúdu. Prúd  $I$ , ktorý preteká spotrebičom, pripojeným na napätie  $U$ , vyprodukuje výkon  $P = U \cdot I$ . Tento výkon sa v spotrebiči mení na iné druhy energie, väčšinou len na teplo. Pre prúd prechádzajúci cez spotrebič a pre napätie na spotrebiči zároveň platí Ohmov vzťah  $U = I \cdot R$ . Keď z Ohmovho vzťahu vyjdríme prúd pomocou napätia a odporu a dosadíme do predošlého vzťahu, dostaneme  $P = \frac{U^2}{R}$ . Všimnite si, že z tohoto vzorca vyplýva, že ak dva spotrebiče pripojím na rovnaké napätie, väčší výkon bude mať ten s menším odporom. Rovnako ak pripojím dva spotrebiče s rovnakým odporom na rôzne napätia, tak väčší výkon vyprodukuje ten na väčšom napätí. To je základná myšlienka celého príkladu, už ju len správne použiť. Takže tu sú tie dva prístupy:

**Prvý prístup:** Tento prístup použila vo svojich riešeniach drvivá väčšina riešiteľov. Bohužiaľ, je pomocou neho ťažšie oddôvodniť správny výsledok. Tento prístup spočíva v tom, že všetky spotrebiče zavriem spolu do imaginárnej krabice, z ktorej tým pádom trčia iba dva vodiče, a teda ju môžem brať ako jeden jediný spotrebič. Tento spotrebič pripojím priamo na zdroj s napätím  $U = 230$  V. Podľa prvého odstavca teda bude výkon tohto spotrebiča tým väčší, čím menší bude jeho odpor.

**Otázka teda znie, ako zapojiť všetky ohrievače tak, aby mali spolu čo najmenší odpor?** Táto otázka nie je taká jednoduchá na rozlúštenie. Väčšina z vás správne odhadla, že najvýhodnejšie bude paralelné zapojenie, ale prečo práve toto? Možných zapojení je totiž neskutočné množstvo. Mnohí z vás si povedali, že vyskúšajú vypočítať odpor všetkých možných zapojení a vyberú z nich to s najmenším odporom. Väčšina ale vypočítala odpor len pre paralelné a sériové zapojenie a aj tí, čo skúšali aj iné zapojenia, ich ani zďaleka nevyskúšali všetky. Dám tu len dva príklady zapojení, ktoré nikto neskúšal:



Odpor toho prvého by sa ešte dal pomocou základoškolských poznatkov vypočítať, ale u toho druhého by to už nešlo. Naozaj pociťo a jasne ukázať, že najmenší odpor má práve paralelné zapojenie, nie je až tak jednoduché.

Dá sa to tak, že si povieme, že začneme s nejakým bežným zapojením, ktoré je len kombináciou paralelných a sériových zapojení (napr. to na prvom obrázku). V ňom si všimnem, že je pre mňa výhodné nahradiť ľubovoľných  $n$  odporov zapojených sériovo tými istými odpormi zapojenými paralelne. Pre  $n$  rovnakých odporov s odpormi  $R_{\text{jedného}}$  totiž platí, že ak sú zapojené paralelne, majú celkový odpor  $R_{\text{paralelne}} = \frac{R_{\text{jedného}}}{n}$ , a ak sú zapojené sériovo, tak ich celkový odpor bude  $R_{\text{sériovo}} = R_{\text{jedného}} \cdot n$ . Celkový odpor  $n$  rovnakých odporov zapojených paralelne je teda menší ako keby som ich zapojil sériovo (nič to ale nehovorí o iných zapojeniach ako paralelnom a sériovom). Začneme teda s nejakým zapojením, ktoré vzniklo kombináciou paralelných a sériových zapojení. Všetky  $n$ -tice odporov, ktoré

sú zapojené za sebou, tak môžeme nahradiť n-ticami paralelne zapojených odporov, pretože tak majú nižší odpor. Takýmto postupným nahrádzaním teda každé slušné zapojenie postupne prerobím na paralelné zapojenie, u ktorého už odpor zmenšiť nie je možné, lebo tam nie sú žiadne odpory zapojené za sebou. Ako je to ale s tými neslušnými zapojeniami, ktoré nie sú zložené z paralelných a sériových zapojení? No, to je ťažké takto zdôvodniť, takže osobne by som uprednostnil druhý prístup. Ale už to môžeme dokončiť. Ukázali sme, že najlepšie spomedzi "slušných zapojení" je paralelné zapojenie. To má teda pre päť odporov odpor  $R = \frac{R_{\text{jedného}}}{5} = \frac{40\ \Omega}{5} = 8\ \Omega$ . Celkový výkon teda bude  $P = \frac{U^2}{R} = \frac{(230\ \text{V})^2}{8\ \Omega} = 6612,5\ \text{W}$ . To je teda maximálny možný výkon, a dosiahnem ho pri paralelnom zapojení.

**Druhý prístup:** Tu využijeme trochu iný prístup. Ako spotrebič berieme každý ohrievač osobitne. Celkový výkon je súčet výkonov všetkých ohrievačov. Ako teda dosiahnuť, aby mali jednotlivé ohrievače čo najväčší výkon? Všetky ohrievače majú rovnaký odpor, takže ohrievač bude mať tým väčší výkon, čím väčšie bude na ňom napätie. **Snažíme sa teda dosiahnuť, aby na každom ohrievači bolo čo najväčšie napätie.**

Na aké najväčšie napätie viem pripojiť každý ohrievač? No predsa priamo na zdroj. Akonáhle by som ohrievač nepripojil priamo na zdroj, ale medzi ohrievač a zdroj ešte nejak vložil odpor  $R_{\text{medzi}}$ , tak by sa napätie na našom ohrievači znížilo o napätie  $\Delta U = I_{\text{medzi}} \cdot R_{\text{medzi}}$ , čo je určite viac ako  $0\ \text{V}$ . Napätie sa teda prechodom prúdu cez zdroj môže len znížiť, nikdy nie stúpnúť, čiže napätie zdroja je najväčšie aké v celom obvode bude. Čiže ak by som nepripojil všetky ohrievače rovno na zdroj, boli by pripojené na menšie napätie a teda by aj ich výkon bol menší. Oplatí sa teda určite pripojiť všetky ohrievače rovno na zdroj. No a to je predsa paralelné zapojenie (všimnite si, že vtedy je každý ohrievač pripojený vodičmi priamo na zdroj).

Existuje aj iné zapojenie, v ktorom by bol celkový výkon rovnaký ako pri paralelnom zapojení? Iné zapojenie ako paralelné zapojenie musí byť zákonite také, že aspoň pre jeden ohrievač platí, že medzi ním a zdrojom je ešte jeden ohrievač. Napätie teda bude na tomto ohrievači nižšie ako zdrojové a teda aj jeho výkon bude menší, ako pri paralelnom zapojení. Ostatným ohrievačom to ale nijak nepomôže. Takže všetky ostatné zapojenia sú menej výhodné ako paralelné zapojenie.

Takže, práve sme pomocou druhého prístupu ukázali, že paralelné zapojenie je najvýhodnejšie možné zapojenie. Aký je vtedy celkový výkon ohrievačov zapojených paralelne? Každý ohrievač je zapojený na  $230\ \text{V}$ , takže podľa vzťahu z prvého odstavca je jeho výkon  $P_{\text{jedného}} = \frac{(230\ \text{V})^2}{40\ \Omega} = 1322,5\ \text{W}$ . Keďže sú všetky ohrievače rovnocenné, majú rovnaký výkon, a teda celkový výkon bude  $P = P_{\text{jedného}} \cdot 5 = 6612,5\ \text{W}$ . Toto je maximálny výkon, aký je možné dosiahnuť. Najlepšie je teda zapojiť ohrievače paralelne a ich celkový výkon potom bude  $P = 6612,5\ \text{W}$ .

Takže, hotovo. Ako vidíme, zvoliť správny prístup k riešeniu je pre tento príklad priam životne dôležité. Pri rôznych príkladoch o elektrických sieťach a rôzne zapojených odporoch nie je vždy výhodné zrátať celkový odpor zapojenia (čo je to, čo sa väčšinou počíta v škole). Často je výhodnejšie pozrieť sa na príklad z iného uhla,

a zamyslieť sa, čo sa deje s jeho jednotlivými časťami, aké je napätie na jednotlivých odporoch a aký prúd nimi tečie. Toď vsio. Samajte sa :)

**Bodovanie:** *Riešenie takéhoto zložitého príkladu musí byť naozaj dobre okomentované a zdôvodnené. Nestačí napísať rovnice. Takže 0,5 b bolo len za komentár. A nedostatok komentáru sa prejavil aj vtedy, ak z riešenia nebolo jasné, ako a prečo práve tak riešiteľ postupoval. Dôležitý argument, ktorý znie, že pre čo najväčší výkon sa snažíme dosiahnuť čo najmenší odpor (popríklad čo najväčší prúd) celého zapojenia, bol obodovaný ohodnotením 1,5 b. Za správny výpočet výkonu len u jedného zapojenia (bez zdôvodnenia, prečo práve u tohoto), bolo len 0,5 b, ak niekto vypočítal výkon u dvoch zapojení (opäť bez ďalších zdôvodnení), dostal 1 b, a ak niekto skúšal viacero zapojení, tak dostal 1,5 b. Ak sa ale niekto pokúšal argumentovať, prečo práve paralelné zapojenie je to pravé orechové, mohol za svoje argumenty dostať až 3,5 b, podľa toho, aké boli dobré.*

### Príklad 8 - Mix tekutín opravoval Martin Lauko - Logik

Tento príklad nebol ťažký, o čom svedčí aj množstvo správnych riešení :). Najdôležitejšie bolo uvedomiť si, aký tlak pôsobí v jednotlivých hĺbkach. Vzťah pre hydrostatický tlak  $p_h = h \rho g$ , kde  $h$  je výška stĺpca kvapaliny,  $\rho$  jej hustota a  $g = 10 \frac{N}{kg}$  gravitačná konštanta, pozná hádam každý.

Napríklad na dne nádoby musí pôsobiť hydrostatickým tlakom stĺpec medu, vody aj oleja - čo je iný tlak, ako keby sme mali 21 cm stĺpec oleja! Tak isto na rozhraní medu a vody treba uvažovať súčet tlaku vody a oleja. Na rozhraní vody a oleja stačí už započítať len olej.

Tak to postupne vypočítajme, zapíšme do tabuľky a nakreslíme graf tak, že spojíme jednotlivé body (lebo tlak rastie s hĺbkou priamo úmerne):

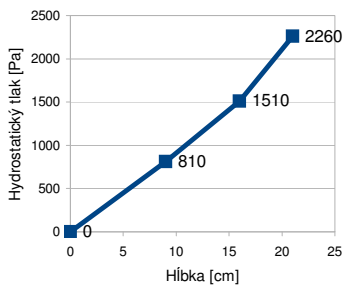
V hĺbke  $h = 0$  m pôsobí hydrostatický tlak  $p_0 = 0$  Pa.

V hĺbke  $h = 9$  cm = 0,09 m pôsobí tlak oleja:  $p_9 = 0,09 \cdot 900 \cdot 10 = 810$  Pa

V hĺbke  $h = 16$  cm pôsobí olej a navyše 7 cm vody:  $p_{16} = p_9 + 0,07 \cdot 1000 \cdot 10 = 810 + 700 = 1510$  Pa,

V hĺbke  $h = 21$  cm pôsobia všetky kvapaliny:  $p_{21} = p_{16} + 0,05 \cdot 1500 \cdot 10 = 1510 + 750 = 2260$  Pa,

Hĺbka	cm	0	9	16	21
Tlak	Pa	0	810	1510	2260



**Bodovanie:** *Plný počet za správne riešenie, 4 b ak chýbal komentár a 3 b ak bola iná drobná chyba.*