Celoslovenský korešpondenčný seminár z fyziky pre žiakov ZŠ a OG

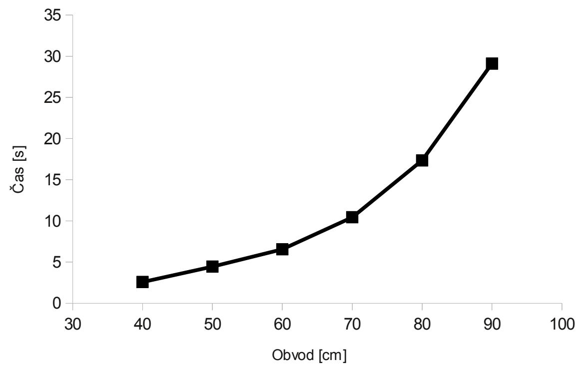
Vzorové riešenia 3. série letnej časti

Pikofyz, 13. ročník www.p-mat.sk/pikofyz šk. rok 2010/2011

Príklad 1 - Balónik 1 *opravoval Ján Boogie Bogár*

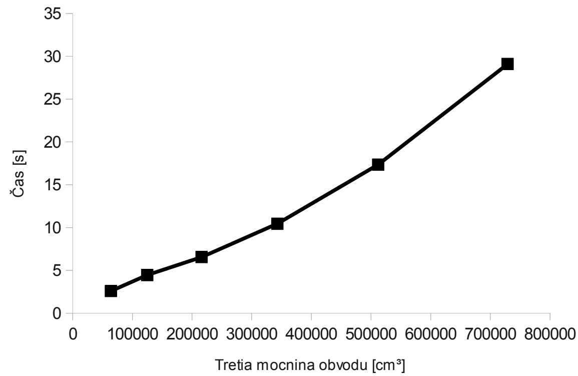
Experiment som robil tak, že som do ústia balónu vsunul slamku a úsite balónu som prilepil o slamku lepiacou páskou. Potom som balón nafúkol (cez slamku, bolí z toho hlava) na požadovanú veľkosť, odopchal ústie slamky a nechal balón vyfučať. Dobu vyfučiavania som určil pomocou stopiek na mobile. Tento čas som meral od chvíle, keď som pustil ústie slamky, dovtedy, kým som prestal počuť šustot vzduchu fučiaceho z balóna. Veľkosť balóna som určoval pomocou nitky, ktorou som obopol balón dokola, pričom nitka prechádzala cez ústie balóna a cez ten čudlík na opačnej strane.

Obvod balóna [cm]	Čas vyfučania [s]						Priemerný čas vyfučania [s]
	1.	2.	3.	4.	5.	6.	
40	1,96	3,07	2,38	2,93	2,42	2,72	2,58
50	4,85	4,16	4,35	4,28	4,7	4,37	4,45
60	6,86	5,72	6,93	6,79	7,08	5,91	6,55
70	11,05	9,84	10,32	10,77	10,13	10,58	10,45
80	17,02	17,37	18,23	17,86	16,9	16,71	17,35
90	28,47	28,61	30,23	29,18	29,17	28,97	29,11



Celý experiment som robil na šiestich rovnakých balónoch. Každý balón som nafukoval postupne na obvod (dĺžku nitky) 40 cm, 50 cm, 60 cm, 70 cm, 80 cm a 90 cm. Doby vyfučiavania som potom spriemeroval a vyniesol do grafu. Doby vyfúčania balónov môžete vidieť v tabuľke. Samozrejme som spravil aj graf závislosti času vyfučania od obvodu balónu.

Trochu zaujímavejší by bol graf závislosti času vyfučania od objemu balóna (tento graf ale v riešení vôbec nemusel byť, uvádzam ho pre zaujímavosť). Objem balóna nepoznám a neviem ho ani jednoducho vypočítať. Použijem ale malú fintu. Pre všetky telesá platí, že ich objem je úmerný ich dĺžke, šírke, obvodu alebo inému rozmeru umocnenému na tretiu. To znamená, že keď vezmem nejaké teleso, všetky jeho uhly a vzájomné pomery strán zachovám rovnaké, ale každú stranu zväčším k-krát, objem telesa sa zväčší k^3 krát. Objem balóna je teda priamo úmerný jeho obvodu na tretiu, takže keď vyrobím graf závislosti času vyfučania od obvodu balóna na tretiu, som si istý, že graf bude mať rovnaký tvar ako graf závislosti času vyfučania od objemu balóna, iba bude inak strmý. Graf závislosti času vyfučania od tretej mocniny obvodu balóna vyzerá takto:



A rovnako bude vyzerať aj graf závislosti času vyfučania od objemu balóna. Tento graf už vyzerá oveľa lineárnejšie, takže sa zdá, že doby vyfučania balóna je priamo úmerná objemu balóna. Aby sme to ale vedeli povedať s väčšou istotou, potrebovali by sme viac meraní.

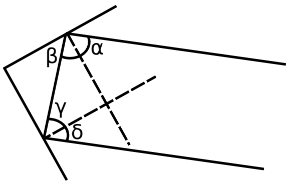
Nepresností pri tomto meraní mohlo byť habadej. Napríklad niektorým z Vás sa stávalo, že rovnaký balónik pri rovnakom nafúknutí postupne vyfučiaval stále dlhšie. Niektorí z Vás to pripísali tomu, že balón sa pri nafukovaní rozťahuje a stráca tuhosť. Toto je fakt, a preto je dobré balónik pred meraniami pár krát nafúknuť a vyfúknuť, aby sa rozťahal a ostal tak. Takisto bolo dobré merať čas vyfučania pre každú veľkosť balóna viac krát. Časy sa totiž medzi jednotlivými meraniami pre tú istú veľkosť príliš odlišujú. Odlišujú sa okrem iného aj preto, že aj keby som meral obvod balóna a čas vyfučania úplne presne, vyfučiavanie balóna je jednoducho príliš chaotický jav, do ktorého vstupuje priveľa parametrov.

Ešte malý dodatok: zadanie niektorým riešiteľom prišlo nejasné, pýtali sme sa na závislosť času vyfučania od veľkosti balóna. A čo je to veľkosť balóna? To sme nechali na Vás. Je jedno, ako si zadefinujete veľkosť balóna, pokiaľ to ale napíšete do svojho riešenia. Niektorí si zvolili za mieru veľkosti balóna nejaký dĺžkový rozmer. Obvod balóna alebo dĺžka nitky od ústia balóna po ten malý čudlík oproti ústiu. Niektorí z Vás merali šírku balóna, nafukovali ho medzi dvoma rovnobežne postavenými knihami/pravítkami. Veľmi pekný spôsob bol nakresliť na balón čiaru centrofixou a dĺžku tejto čiary (opäť meranú nitkou) vyhlásiť za veľkosť balóna. Ďalším spôsobom bolo určiť priamo objem balóna. Určovať objem pomocou počtu vdychov je nepresné, lebo každý vdych je iný. Takisto nie je dobré nafúknutý balón ponoriť do vody, lebo hydrostatický tlak ho stlačí. Lepší spôsob bolo zohnať valcovité balóny a vypočítať ich objem ako objem valca z ich polomeru a dĺžky.

Bodovanie: *Určenie veľkosti balóna aj so zdôvodnením* 2,5 *b, popis merania* 1,5 *b, graf a tabuľka s nameranými hodnotami po* 0,5 *b.*

Príklad 2 - Odrážač *opravoval Vladimír Boža - Usama*

Hlavnou pointou tohoto príkladu bolo, že lúč po odrazení od dvoch na seba kolmých zrkadiel je rovnobežný s prichádzajúcim, akurát je trochu posunutý a má opačný smer. Hlavná otázka z pohľadu riešeteľa znie: „Ako som toto mal zistiť?“. Odpoveď je jednoduchá, stačilo zobrať pravítko nakresliť si niekoľko odrazov a riešenie by bolo pomerne jasné. My si teraz v stručnosti ukážeme prečo dve kolmé zrkadlá odrážajú lúč rovnobežne:



Vďaka tomu, že uhly dopadu a odrazu sú rovnaké, platí $\alpha = \beta$ a $\gamma = \delta$. Zároveň zrkadlá zvierajú pravý uhol a teda $90^\circ + \beta + \gamma = 180^\circ$ (keďže aj kolmice na zrkadlá musia zvierať pravý uhol a vznikne nám tu pravouhlý trojuholník). Z tohoto už ľahko dopočítame, že $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 180^\circ$ a teda, že odchádzajúci ľúč je rovnobežný s prichádzajúcim.

Keďže odrazený lúč je zaručene rovnobežný, máme záruku, že sa nám vráti pomerne blízko k miestu, odkiaľ sme lúč vyslali. A vôbec nás nemusí trápiť vzdialenosť Mesiaca, stačí trafiť odrázač. Rozmyslite si, čo by sa stalo keby sme na Mesiaci mali iba jedno zrkadlo a netrafili by sme ho kolmo.

Bodovanie: *Pokiaľ ste spomenuli, že odrazený lúč bude rovnobežný a zdôvodnili to aspoň trochu, tak ste väčšinou získali* 5 *b. Bez toho som dával menšie množstvá bodov v závislosti od kvality argumentov.*

Príklad 3 - Balónik 2 *opravoval Matej Večerík - Maťo*

Stačilo postupne rozobrať, čo sa bude diať s balónikom počas stúpania.

Pozrime sa na to, aké sily pôsobia na balónik. Steny balónika sa snažia ho zmrštiť, podobne ako atmosféra svojím tlakom. Proti tomuto pôsobí tlak hélia vo vnútri. Ešte je tu jedna sila, a to je vztlaková od atmosféry, pokiaľ má balónik nižšiu hustotu ako atmosféra.

Ak má balónik nižšiu hustotu ako okolitá atmosféra, tak stúpa. Poďme sa pozrieť čo sa deje pri takom stupaní:

Atmosferický tlak klesá. To znamená, že balónik sa viac roztiahne - zväčší svoj objem. Pri tomto roztiahnutí však **narastie sila od stien balónika**, plyn v balóniku sa roztiahne a teda **klesne tlak v balóniku**.

Takto bude narastať tlak na steny balónika, pokiaľ to steny vydržia a pokiaľ bude balónik ľahší ako okolie. Toto sú 2 limitujúce faktory pre výšku do ktorej balónik vystúpa.

Bodovanie: *Za konštatovanie, že poletí až kým kvôli tlaku nepraskne* 3 *b, za kompletné a bezchybné odôvodnenie aspoň 1 z prípadov* 5 *b.*

Príklad 4 - Parník a osud *opravovala Aďa Lešková*

Teleso ponorené do kvapaliny vytlačí vždy množstvo tekutiny rovnajúce sa objemu ponorenej časti telesa. Z Archimedovho zákona taktiež vieme, že ponorené teleso je nadľahčované silou rovnajúcou sa tiaži tejto vytlačenej kvapaliny.

Čo je to vlastne ten výtlak parníka spomínaný v zadaní úlohy? Je to hmotnosť vody vytlačenej parníkom, keď pláva po hladine. Inými slovami povedané, keď odvezieme parník do šrotu, voda, ktorú pred tým parník vytlačil, zaplní práve objem tej časti parníka, ktorá bola pred tým ponorená.

My však chceme zistiť, o akú výšku parník hladinu vytlačil. Na to ešte potrebujeme zistiť, aký je vlastne objem vytlačenej vody. Plochu jazera S už poznáme zo zadania, a to $S = 1\,\mathrm{km}^2 = 1\,000\,000\,\mathrm{m}^2$.

Objem vytlačenej vody zistíme ľahko, keďže jej hmotnosť m (výtlak parníka) poznáme, a to $m = 5\,000\,\mathrm{t} = 5\,000\,000\,\mathrm{kg}$ a hustota vody je nám taktiež známa: $\rho = 1\,000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$. Objem vytlačenej vody je teda: $V = \frac{m}{\rho}$. Keďže objem vytlačenej vody je súčinom jej plochy a výšky, môžem taktiež napísať: $S \cdot h = \frac{m}{\rho}$.

Z tohto:

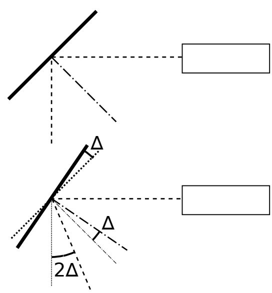
$$h = \frac{m}{\rho \cdot S}$$

$$h = \frac{5\,000\,000\,\mathrm{kg}}{1\,000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot 1\,000\,000\,\mathrm{m}^2} = 0{,}005\,\mathrm{m} = 5\,\mathrm{mm}$$

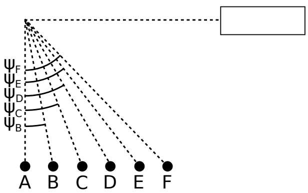
Teda ak sa parník odvezie do šrotu, hladina klesne o 5 mm.

Bodovanie: *Za nepresnosti a chybičky vo výpočtoch* -0,5 *b až* -1 *b. Za nejasnosti v postupe taktiež* -0,5 *b až* -1 *b. Za načrtnuté možné spôsoby riešenia, ale nevyriešené do konca, máte do* 2,5 *b.*

Príklad 5 - Laser *opravoval Matej Duník - M@tt*



Tento príklad bol taký geometrickejší, ale my sa naň aj tak budeme pozerať cez fyzikálne okuliare. Popíšeme si začiatočnú situáciu, teda moment, kedy lúč svieti na bod A. Čas, v ktorom je táto situácia $t_A = 0\,\mathrm{s}$. Polohu zrkadla budeme vyjadrovať v stupňoch a označíme si ju napríklad ω. V tejto začiatočnej situácii bude teda poloha zrkadla $\omega_A = 0^\circ$. Teraz zistíme, ako sa mení otočenie lúča, keď sa otočí zrkadlo. Tým, že otočíme zrkadlo o nejaký uhol, napríklad Δ, tak sa o rovnaký uhol zmenší uhol dopadu. Tým pádom sa o rovnaký uhol musí zmenšíť aj uhol odrazu a teda ak sa zrkadlo otočí o uhol Δ, lúč sa musí otočiť o $2 \cdot \Delta$. Alebo naopak ak lúč potrebujeme otočiť o nejaký uhol, tak zrkadlo treba otočiť o polovičný.



Pozrime teda, o aké uhly potrebujeme otočiť lúč, aby sa nasmeroval do jednotlivých bodov. Teda nás zaujímajú otočenia ψ_A až ψ_F. Prvý uhol je jasný, pretože lúč už svieti na bod A, čiže $\psi_A = 0^\circ$. Keďže úlohu je možné riešiť graficky, tak stačí presne narysovať obrázok a uhly odmerať. Prislúchajúce otočenie zrkadla bude vždy polovičné. Vyplním si teda tabuľku hodnotami ψ a ω. Chýba už len čas a ten dopočítame veľmi ľahko. Zrkadlo sa otočí o 360° za 1 hodinu. Otáča sa rovnomerne rýchlo a za koľko sa otočí o $5{,}5^\circ$? No bude mu to trvať $\frac{360}{5{,}5}$ krát menej ako celá otočka, čiže $1\,\mathrm{hod} \cdot \frac{5{,}5}{360} = 0{,}015278\,\mathrm{hod} = 0\,\mathrm{hod}\ 0\,\mathrm{min}\ 55\,\mathrm{sec}$.

i	ψ_i	ω_i	$t_i = \frac{\omega_i}{360^\circ} \cdot 1\,\mathrm{hod}$
A	0°	$0{,}0^\circ$	0 hod 0 min 0 sec
B	11°	$5{,}5^\circ$	0 hod 0 min 55 sec
C	22°	11°	0 hod 1 min 50 sec
D	31°	$15{,}5^\circ$	0 hod 2 min 35 sec
E	39°	$19{,}5^\circ$	0 hod 3 min 15 sec
F	45°	$22{,}5^\circ$	0 hod 3 min 45 sec

Bodovanie: *Ak ste si neuvedomili, že lúč sa neotáča rovnako rýchlo ako zrkadlo, ale ostatné máte dobre, tak ste dostali* 3 *b. Ak ste si mysleli, že medzi jednotlivými bodmi A, B…F sú rovnaké uhly, tak* 1,5 *b.*

Príklad 6 - Poistka *opravoval Ján Boogie Bogár*

Ahojte ľudkovia!

Poistka sa prepáli, lebo prechodom prúdu cez drôt sa drôt bude zahrievať. Práca vykonaná elektrickým prúdom (W) teda bude rovná teplu (Q), ktoré treba dodať drôtu, aby sa ohrial na teplotu topenia. Takže:

$$W = Q$$

Teraz už ostáva iba vyjadriť W a Q. Teplo vypočítam ako:

$$Q = mc(t_2 - t_1)$$

pričom m je hmotnosť drôtu, t_2 je teplota na ktorú ho chcem ohriať a t_1 teplota, ktorú mal pôvodne. Teploty t_2 a t_1 už poznám – sú to predsa teplota topenia medi, čiže podľa zadania $t_2 = 1080\,^\circ\mathrm{C}$, a izbová teplota. Izbová teplota je trochu nepresný pojem, ale ak to nie je nikde zadané, tak berieme izbovú teplotu ako približne $20\,^\circ\mathrm{C}$. Keď sa nad tým zamyslíme, tak aj keby to bolo o trochu viac alebo menej, výsledok to príliš neovplyvní, pretože teplota topenia medi je oveľa vyššia ako izbová teplota. Vieme aj mernú tepelnú kapacitu medi c, takže stačí určiť hmotnosť drôtu. To urobím podľa vzorca

$$m = V\rho$$

pričom ρ je hustota medi a V je objem drôtu. Hustotu medi si vyhľadám v tabuľkách alebo na internete. Podľa Wikipédie je to $8940\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$, ale iné zdroje udávajú mierne odlišné hodnoty. Uznal som ale všetky, ktoré sa v riešeniach vyskytli. Objem drôtu zas vypočítam ako objem valca s dĺžkou $l = 25\,\mathrm{mm}$ a obsahom podstavy $S = 0,5\,\mathrm{mm}^2$. Čiže $m = V\rho = lS\rho$. Takže potrebné teplo je:

$$Q = \rho Slc(t_2 - t_1)$$

.

No, a teraz práca vykonaná elektrickým prúdom. Výkon elektrického prúdu je daný vzťahom $P = \frac{U^2}{R}$, pričom R je odpor drôtu a U je napätie, na ktoré je drôt pripojený. Práca, vykonaná týmto výkonom za čas t, bude:

$$W = P \cdot t = \frac{U^2 t}{R}$$

Jediná neznáma veličina je tu odpor drôtu. Ten zas vypočítam podľa vzorca:

$$R = \frac{\rho_\mathrm{E} l}{S}$$

pričom l je dĺžka drôtu, S je jeho prierez a ρ_E je merný odpor medi, podľa zadania $\rho_\mathrm{E} = 1{,}7 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{m}\Omega$. Dosadím teda odpor drôtu do vzorca pre vykonanú prácu a dostanem:

$$W = \frac{U^2 tS}{\rho_\mathrm{E} l}$$

Keď teda dosadím vzorce pre výpočet tepla a vykonanej práce do úplne prvého vzorca, dostanem:

$$\rho Slc(t_2 - t_1) = \frac{U^2 tS}{\rho_\mathrm{E} l}$$

Vidíme, že prierez drôtu S je na obidvoch stranách rovnice, a teda sa vykráti. Doba, za akú sa drôt prepáli, teda nezávisí od jeho hrúbky. Po upravení rovnice dostávame:

$$t = \frac{l^2 \rho \rho_\mathrm{E} c(t_2 - t_1)}{U^2}$$

Už je skoro hotovo, už len dosadím správne hodnoty. Musím ich ale predtým premeniť do správnych jednotiek. V tomto prípade našťastie treba premeniť iba dĺžku drôtu na metre (ak ste použili hustotu medi v iných jednotkách ako $\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$, tak ju treba premeniť tiež). Výsledok nám teda vyjde v sekundách. Po dosadení hodnôt dostávame $t = 2{,}7 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{s}$.

Ako vidieť, drôt sa prepáli naozaj skoro okamžite. Je to dobrý výsledok? Nezabudli sme na niečo? Krátke zamyslenie odhalí, že sme zanedbali:

1. Straty tepla do okolia
2. Rast odporu drôtu so stúpajúcou teplotou
3. Časť drôtu treba aj roztopiť, a nielen ohriať, a teda treba k potrebnému teplu pridať aj teplo skupenskej premeny pri roztápaní medi.

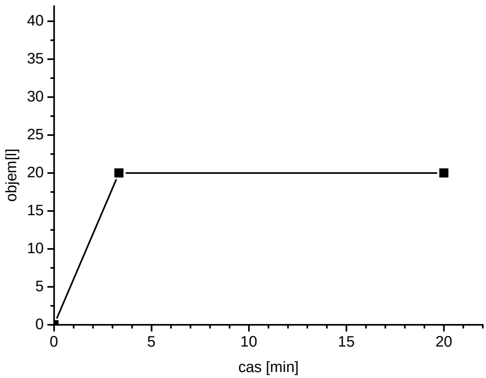
Straty tepla do okolia je ťažké odhadnúť, ale určite to čas rozpojenia značne predĺži. Rast odporu drôtu so stúpajúcou teplotou spôsobí, že odpor bude postupne stúpať a rýchlosť zohrievania drôtu postupne klesať. Čiže to tiež čas rozpojenia predĺži. Teplo skupenskej premeny nie je problém do výpočtov zahrnúť, jeden z riešiteľov to aj urobil. Opäť to ale čas len predĺži (približne o polovicu), pretože bude treba dodať viac tepla. Takže náš výpočet je síce dobre, ale vlastne sme len odhadli čas rozpojenia poistky zdola. Reálny čas, keby takúto poistku niekto zostrojil, by bol väčší (aj keď nevieme o koľko). Tí, ktorí sa ale nad týmito zanedbanými javmi zamysleli, majú u mňa všetci veľkú pochvalu.

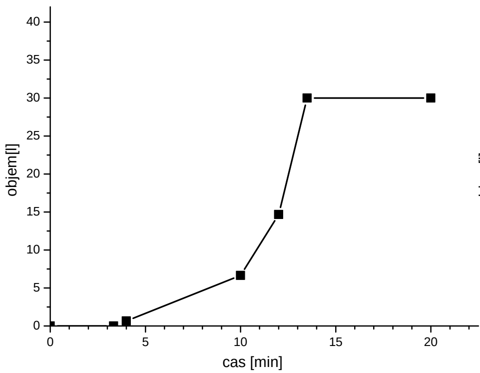
Bodovanie: *Slovné zdôvodnenie svojho postupu:* 1,5 *b. Postup:* 3 *b. Správne vypočítanie:* 0,5 *b.*

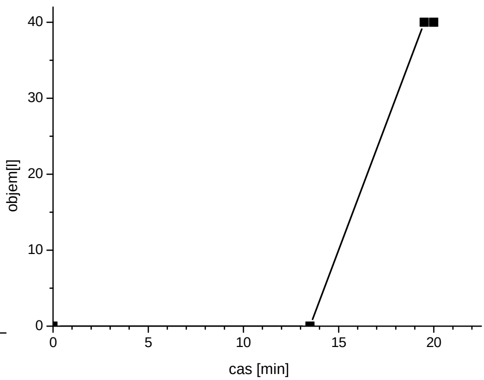
Príklad 7 - Fontána *opravoval Ondrej Bogár - Bugý*

Skoro všetci ste tento príklad vyriešili dobre. Vyskytlo sa v ňom len pár menších chybičiek a to možno aj z nepozornosti.

Pre každú nádobu musíme spočítať, za aký čas sa naplní. Ak sa zmení prítok vody skôr ako sa naplní, treba zistiť koľko vody natieklo dovtedy. Potom začnem zase počítať s novou hodnotou prítoku vody do nádob. Ak je už raz jedna nádoba plná tak objem vody v nej sa už nemení s časom a všetka pritečená voda automaticky preteká do spodnej nádoby. Preto sa môžeme tváriť ako keby tam tá nadoba už nebola. Pre všetky tri nádoby kreslíme graf od času 0 min až do času 20 min.







Bodovanie: *Za zdôvodnenie ako ste postupovali a za výpočty jednotlivých bodov v grafe* 2 *b. Za graf pre každú nádobu po* 2 *b*

Príklad 8 - Sklo na sklo *opravoval Martin Lauko - Logik*

Opäť to nebol ťažký príklad, najdôležitejšie bolo pozorne si prečítať zadanie. Píše sa tam, že všetky vázy majú rovnakú podstavu - to znamená, že podstavec váz na obrázku v zadaní (obdĺžnik dole) bol tiež súčasťou vázy.

Kedy praskne sklo pod vázou? Podobne ako ľad pod človekom - vtedy, keď naň pôsobí čo najväčší tlak p, ktorý vypočítame ako

$$p = \frac{F}{S},$$

Preto ak majú vázy rovnakú podstavu, záleží to od pôsobiacej sily - v našom prípade gravitačnej. Hmotnosť prázdnych váz je rovnaká (to je tiež napísané v zadaní), rozdiel v hmotnostiach spôsobuje rozličná hmotnosť vody. Keďže do vázy B sa zmestí až 1,5 litra vody, je to jasný víťaz: práve váza B s vodou má najväčšiu hmotnosť a teda spôsobuje najväčší tlak na sklenený stolík. Teda stolík najskôr praskne pod vázou B.

Častou chybou bolo, že ste porovnávali hydrostatický tlak. Musíme si uvedomiť, čo vlastne hydrostatický tlak znamená: je to tlak stĺpca kvapaliny s danou výškou. Keby sme mali vodný valec (alebo kváder) s danou výškou, hydrostatický tlak je práve tlak na dno nádoby, ktorý by sme vypočítali cez gravitačnú silu. V našom prípade však potrebujeme uvažovať s nádobou, preto nemôžeme hydrostatický tlak použiť. Hoci sa v príklade hovorí o tlaku a vode :).

Bodovanie: *Za úplne správne riešenie* 5 *b, v prípade nedostatočného odôvodnenia* 4 *b, úvahy o hydrostatickom tlaku 3 až* 3,5 *b, ostatné riešenia menej.*