

Vzorové riešenia 3. série zimnej časti

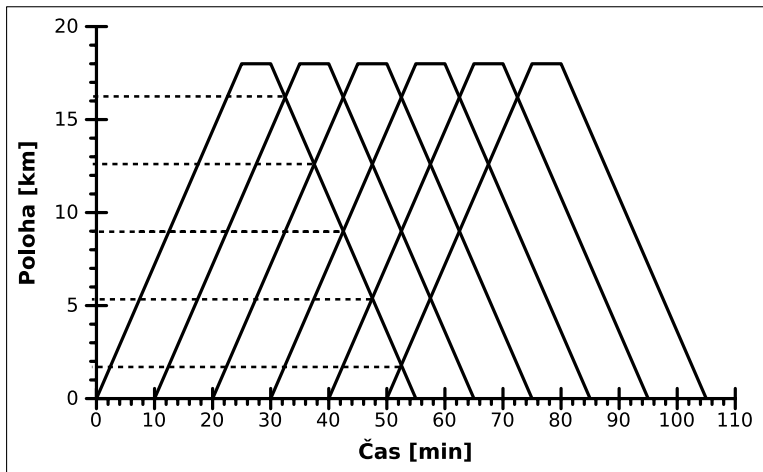
Príklad 1 - Skibusy *opravoval Samko Cibulka*

Čaute, čaute. Tak sa na to rovno vrhnime. Čo po mne chce zadanie? Zakresliť graf a určiť z neho, na ktorých miestach cesty sa skibusy stretnú. Už viem, že skibus prejde od parkoviska po stanicu 18 km za 25 minút, potom 5 minút vykladá a vracia sa späť (stále ide rovnakou rýchlosťou). Každých 10 minút z parkoviska vyráža ďalší skibus. Ako to zakresliť do grafu? Na x -ovú os budem nanášať čas, a to v minútach, aby bol graf prehľadný. Na y -ovú os budem nanášať polohu skibusu, čo znamená jeho vzdialenosť od parkoviska.

Pozor, nenanášam veľkosť dráhy prejdenej skibusom, pretože tá narastá aj pri ceste späť na parkovisko a v grafe by nevznikli priesečníky, ktorých význam si čoskoro ukážeme. Možno to znie na prvý pohľad jednoducho, ale nakresliť dobrý graf nie je také ľahké. Viacerí z vás zabúdali na označenie osí (vždy treba napísať, ktorú veličinu a v akých jednotkách nanášam). Ďalej vám mohla graf pokaziť zle zvolená mierka. Totiž, keď chcem z grafu zisťovať nejaké hodnoty, musí byť graf dostatočne prehľadný. Sami uznáte, že z grafu veľkosti prstu na ruke nemôžem presne určiť, kde sa v ňom pretínajú akési čiary. Veľmi vám môže pomôcť milimetrový papier. Tam nehrozí, že by bolo niečo zakreslené veľmi krivo a hodnoty sa vďaka mriežke ľahko čítajú.

Teraz potrebujem do grafu nakresliť dráhu autobusov. Viem, že celou cestou sa pohybovali rovnakou rýchlosťou, len pri lanovke stáli. Čo to znamená pre náš graf? Predstavte si, že by sme doň zakreslili ďalšiu hodnotu, polohu autobusu v polovici cesty smerom k lanovke. Prejde teda 9 kilometrov za 12,5 minúty. Avšak ja si môžem zobrať aj kratšie úseky, napríklad jeden meter¹. A všetky tieto rovnako dlhé úseky mi prejde autobus za rovnaký čas. Keď to začnem nanášať do grafu (napríklad po tých metroch), tak zistím, že dostávam úsečku, pretože na x -ovej a y -ovej osi sa posúvam stále o rovnaké kúsky (skúste si to). To, samozrejme, platí len ak sa autobus celý čas pohybuje rovnakou rýchlosťou, inak by som nemohol hodnoty spojiť úsečkami. Chcem vás pochváliť, že túto časť ste zvládli a dobre a z takmer každého grafu bolo pekne vidieť, ako sa skibus pohybuje.

¹Skúsený fyzik by si dráhu rozsekal na nekonečne malé úseky a z toho usúdil, že okamžitá rýchlosť je stále rovnaká.



No späť ku grafu: Keď si uvedomím, že priesečníky čiar v grafe znamenajú vždy dva skibusy v rovnakom čase rovnako vzdialené od parkoviska, rýchlo začnem hľadať všetky takéto body. Sú to totiž miesta, kde sa skibusy stretávajú, a presne tie chcem nájsť. Pozor, tu ste niektorí nakreslili do grafu len dva skibusy. To nestačí, pretože skibus po ceste na parkovisko stretne nie jeden, ale až 5 ďalších skibusov; každý na inom mieste. Stačilo si však nakresliť 6 skibusov a všetko bolo jasné. Teraz už len treba z grafu správne určiť vzdialenosť miest stretávania. Je to 1,8 km, 5,4 km, 9 km, 12,6 km a 16,2 km od parkoviska.

Pár z vás sa spoľahlo na presnosť čiar nakreslených bez pravítka s ryskou, ale to často mohlo znamenať pomýlenie sa až o 0,2 km. Preto sa radšej pokúšajte všetko odmerať tak presne, ako to len ide. Ako môžem mať istotu, že ja som to všetko odmeral správne? Nuž, grafu vytvorenému na počítači sa dá naozaj dôverovať, ale pravda je taká, že sa tie vzdialenosti dali aj vypočítať. Teraz však šlo o to, aby ste si zlepšili prácu s grafmi, pretože to sa vám ešte mnohokrát veľmi zíde. Myslím, že väčšina z vás si s tým všetkým pekne poradila. A tí zvyšní, nedajte sa odradiť. Pikofyz je tu práve na to, aby ste si precvičili to, čo vám až tak nejde, a zdokonalili sa v tom, čo vám ide :-)

Bodovanie: 3,5 b za *pekný, správny graf, so všetkým, čo k nemu patrí*. 1,5 b za *slovný popis a získavanie hodnôt nanášaných do grafu*

Príklad 2 - Ako na zlosyna opravoval Vladimír Macko - Vlejd

Ahoj riešiteľ/ka. Dúfam, že sa ti úloha páčila, a máš za ňu veľa bodov. Poďme na ten vzorák.

Začneme malým fyzikálnym okienkom. Nakoľko s tým mali niektorí z vás problémy, ukážeme si, ako sa používajú páky a hlavne to, ako sa s nimi ráta. Pokiaľ nemáš s pákami problém, tak tento odsek môžeš s čistým svedomím preskočiť. Ak

sa ale chceš naučiť nové fyzikálne kladivo, tak oduševnene čítaj ďalej. Páka je vlastne ľubovoľné teleso, ktoré sa otáča okolo istej osi otáčania (napríklad je niekde upevnené pántom). Potom ak na túto páku pôsobia nejaké sily, tak sa ju buď pokúšajú otočiť v smere, nech to je sila F_1 , alebo proti smeru hodinových ručičiek, nech je to sila F_2 . Potom nech je pôsobisko sily F_1 vzdialené s_1 od osi otáčania a pôsobisko F_2 nech je vzdialené s_2 . Existuje fyzikálna veličina moment sily $M = F \cdot s$. Aby sa páka nehýbala, musí platiť, že moment síl, ktoré sa ju snažia otočiť v smere hodinových ručičiek sa rovná momentu síl, ktoré ju chcú otočiť proti smeru hodinových ručičiek. Preto v našom prípade pre rovnováhu musí platiť:

$$M_1 = M_2$$

$$F_1 \cdot s_1 = F_2 \cdot s_2$$

Poznámka: vzdialenosť pôsobiska sily od osi otáčania sa volá aj rameno sily. Fyzikálny aparát vybudovaný, ideme na vec.

Najprv sa zadívame na obrázok. Sú tam padacie dvere a páčidlo. Teraz by to chcelo predstavu o tom, čo sa bude diať, keď budeme ťahať za páčidlo. Bude sa otáčať a svojím druhým koncom bude prenášať silu na koniec dverí. Tie sa potom začnú otvárať, v našom prípade **odklápať**. Máme tu teda dve veci, ktoré sa otáčajú. Ľaľa, páky.

Teraz môžeme naozaj začať počítať. Čo by sa stalo, ak by sme nemali páčidlo? No mali by sme len dvere a rebrík. Rebrík by nám bol na nič, takže len dvere. Na tie potrebujeme pôsobiť silou F_2 na ich konci (vzdialenom $s_2 = 2\text{ m}$, aby sme ich zdvihli. V dvíhaní sa nám snaží zabrániť tiažová sila. Dvere majú hmotnosť $m = 100\text{ kg}$. Pôsobí na ne teda tiažová sila s veľkosťou $F_{\text{tiaz}} = m \cdot g = 100\text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1000\text{ N}$. Nakoľko sú dvere homogénne, tak majú ťažisko v strede a teda ja rameno tejto sily $s_{\text{tiaz}} = 1\text{ m}$. Potom z momentov síl dostaneme:

$$F_2 \cdot s_2 = F_{\text{tiaz}} \cdot s_{\text{tiaz}}$$

$$F_2 \cdot 2\text{ m} = 1000\text{ N} \cdot 1\text{ m}$$

$$F_2 = 500\text{ N}$$

Ako nám pomôže páčidlo? No, znovu je to páka. Na jednej strane potrebujeme vyvinúť silu $F_2 = 500\text{ N}$ a to vo vzdialenosti $s_{\text{páčidlo}2} = 0,2\text{ m}$. My chceme zistiť, akou silou F_{tahame} musíme ťahať na druhom konci. Naše rameno bude mať dĺžku $s_{\text{tahame}} = 0,7\text{ m} - 0,2\text{ m} = 0,5\text{ m}$. Znovu zo vzťahu pre momenty síl dostaneme :

$$F_{\text{tahame}} \cdot s_{\text{tahame}} = F_2 \cdot s_{\text{páčidlo}2}$$

$$F_{\text{tahame}} \cdot 0,5\text{ m} = 500\text{ N} \cdot 0,2\text{ m}$$

$$F_{\text{tahame}} = 200\text{ N}$$

A je dobojované. Musíme teda páčidlo ťahať silou $F_{\text{tahame}} = 200\text{ N}$. Treba si ale uvedomiť, že sme ráтали s rovnováhami. To znamená, že teraz by sa ešte nič nedialo,

lebo by sa všetky momenty síl vyrovnali. Preto v skutočnosti musíme ťahať silou o niečo väčšou. Takže napríklad $F_{\text{ťahame}} = 200,0000000001 \text{ N}$. Z toho sa ale nestrieľa.

Bodovanie: Delenie bodov bolo v podstate 5 častí. Za zistenie, že máme dočinenia s pákami a momentmi síl: 1 b, za správne poratanie prvej páky (dverí) ste vyhrali 1 b, za druhú páku, teda páčidlo bol 1 b, a nakoniec za správny výsledok 2 b. Ak ste sa k správne výsledku nedopracovali kvôli výpočtovej chybe, stále ste mohli dostať 1,5 b a ak to bolo kvôli zlému dosadeniu, alebo bola nejaká drobná chyba vo fyzike, stále sa dal získať 1 b. A nakoniec za veci ako sila 10 kg sa dal vyslúžiť $-0,1 \text{ b}$

Príklad 3 - Bungee lano časť 3. opravoval Milan Smolík - Jimi

Pri popisovaní experimentu sú veľmi dôležité dve časti: Popis postupu ktorým si meral a namerané hodnoty. Postup sa píše preto aby si umožnil ďalším fyzikom zopakovať môj pokus, aby preverili čo si namerál. Aby mali presne tie isté podmienky ako si mal ty, musím ich veľmi presne popisovať. Dôležitou časťou je aj zoznam pomôcok a popis aparatury, aby vedeli ako presne má meracie zariadenie vyzeráť.

Druhou dôležitou časťou sú namerané hodnoty. Pozor, graf nestačí! Čo ak by si mal graf s veľa meraniami, a fyzik ktorého zaujíma môj experiment nevie presné hodnoty? Preto ich treba aj zapísať do tabuľky. Nezabudni na označenie jednotiek (cm, kg, ...), lebo by mohli vzniknúť veľké nedorozumenia. Tabuľka slúži aj ako dôkaz, že si graf nevymýšľaš!

A tu sa dostávame k najkrajšej časti: Grafu. Najlepší výber je XY závislosť: Na x-ovej osi bude veličina ktorú mením (dĺžka gumky) a na y-ovej osi bude veličina ktorú meriam (predĺženie). Nezabudni označovať osi, lebo inak si žiaden fyzik nemôže byť istý, čo meriaš! Zdá sa, že môžem prejsť k meraniu:

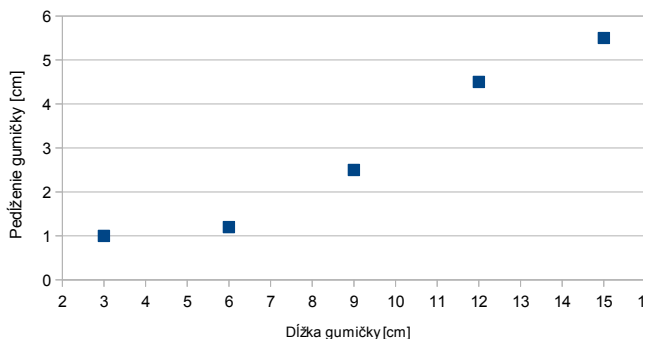
Pomôcky: Stojan (kľučka), závažie (vidlička), gumičky rôznych dĺžok, pravítko.

Postup: Gumičku upevním na stojan tak, aby smerovala zvislo nadol, odmeriam jej dĺžku a zaznačím si ju do tabuľky. Potom pripevním závažie a znova odmeriam dĺžku gumičky, zaznačím. Vymením gumičku a opakujem, kým nemám dosť hodnôt. Predĺženie vyrátam tak, že odčítam pôvodnú dĺžku od dĺžky po predĺžení.

Tabuľka nameraných hodnôt:

Pôvodná dĺžka gumičky [cm]	3	6	9	12	15
Dĺžka gumičky po predĺžení [cm]	4	7,2	11,5	16,5	20,5
Pedĺženie gumičky [cm]	1	1,2	2,5	4,5	5,5

Teraz nastupuje graf.



Z pohľadu na graf je vidno, že predĺženie rástlo viac menej rovnomerne v závislosti od pôvodnej dĺžky gumičky. Všimni si však, že pomer predĺženia k pôvodnej dĺžke sa veľmi nemení: Je to skoro $1/3$. Preto ak si zoberieš dlhšiu gumičku, jedna tretina je viac a preto sa aj viac predĺži.

Chyba merania sa mohla vlúdiť aj sem. Mohlo sa mi stať, že som zle odčítal hodnotu (závažie sa trochu kývalo) alebo som vyťahal gumičku. Tieto chyby by som vedel odstrániť tým, že budem mať presnejší systém na odčítavanie (napríklad fotografia) a budem menej používať gumičku.

Bodovanie: Za dobrý graf 2 b, za postup a opis merania 2 b, za tabuľku nameraných hodnôt 1 b.

Príklad 4 - Pat a Mat opravovali Karolína Šromeková - Kaja, Irena Bačinská - Enka

Pat a Mat majú veľa informácií, tak na začiatku by bolo fajn spraviť z nich rozumný zápis: $U = 230 \text{ V}$; $a = 2 \text{ m}$; $b = 3,5 \text{ m}$; $\rho = 1,5 \cdot 10^{-6} \Omega \text{ m}$; $S_{\text{drôtu}} = 2,1 \text{ mm}^2 = 2,1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$; $t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}$.

Vieme, že na vyhriatie 1 m^2 potrebujeme 6 kJ tepla. Podlaha v kúpeľni má však obsah $S = a \cdot b = (2 \cdot 3,5) \text{ m}^2 = 7 \text{ m}^2$, teda na vyhriatie potrebujeme $Q = (7 \cdot 6) \text{ kJ} = 42 \text{ kJ} = 42000 \text{ J}$.

Z týchto údajov musíme zistiť dĺžku drôtu, ktorú si označíme l .

Zápis máme, môžeme začať počítať... Pre teplo Q platí $Q = UIt$. Za prúd I si dosadíme $I = \frac{U}{R}$, teda $Q = \frac{U^2 t}{R}$. Veľkosť elektrického odporu závisí od vlastností vodiča: $R = \frac{\rho l}{S_{\text{drôtu}}}$. To môžeme dosadiť do predchádzajúceho vzorca a dostaneme:

$$Q = \frac{U^2 t}{\frac{\rho l}{S_{\text{drôtu}}}}$$

Odtiaľ už ľahko vypočítame dĺžku drôtu:

$$l = \frac{U^2 t S_{\text{drôtu}}}{Q \rho} = \frac{(230 \text{ V})^2 \cdot 60 \text{ s} \cdot 2,1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2}{42000 \text{ J} \cdot 1,5 \cdot 2,1 \cdot 10^{-6} \text{ m}\Omega} = 105,8 \text{ m}$$

Dĺžka drôtu, ktorý musia použiť, je 105,8 m.

Bodovanie: 1 b za zápis, 1 b za vzorce, 1,5 b za výpočet, 1,5 b za popis .

Príklad 5 - Odvážlivec v kapsuli *opravoval Ondrej Bogár - Bugý*

Dúfam, že sa vám tento aktuálny príklad páčil. Aj keď na prvý pohľad mohol vyzerat odstrašujúco, tak nebol až tak ťažký. Bolo sa treba len poriadne pozrieť na tabuľky, v ktorých ste dostali zadané hodnoty.

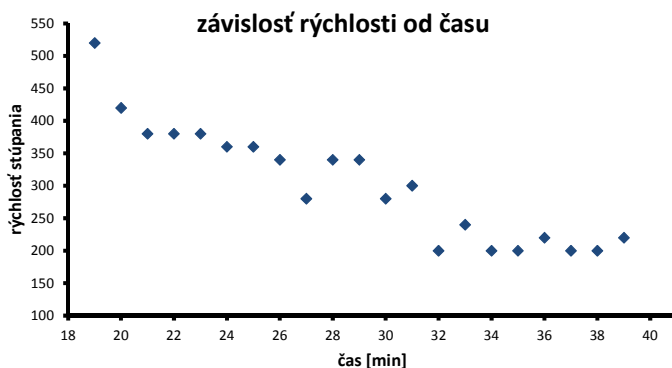
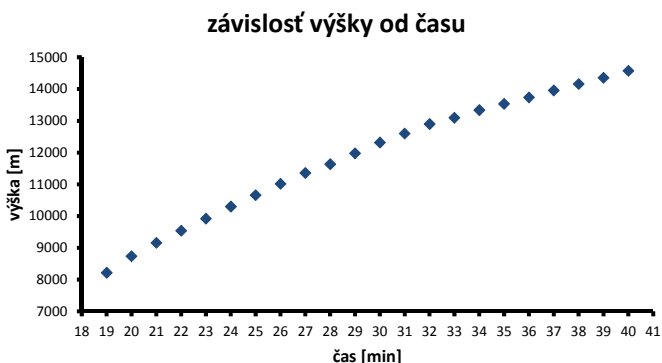
Na to aby sme videli povedať v akej výške bola kapsula, využijeme meranie tlaku. Pozrieme sa, aký bol tlak v ktorej minúte letu a vyhľadáme v druhej tabuľke, akej výške tento tlak odpovedá. Z nájdených hodnôt si vytvoríme novú tabuľku, v ktorej bude zapísaný čas letu a nadmorská výška. Z týchto bodov nakreslíme graf.

Vyhľadávať jednotlivé hodnoty nadmorskej výšky v tabuľke ste mohli ručne alebo v prípade, že ste používali MS Excel, tak sa to dalo spraviť jednoduchšie. Existuje funkcia "VLOOKUP". Tej zadáte hodnotu tlaku a ona sama prehľadá celú tabuľku a vypíše hodnotu výšky pre tento tlak. Ako túto funkciu napísať, si môžete pozrieť vo vzorovom excelovom súbore k príkladu na stránke

www.pikofyz.sk/tabulka/vzorak

Keď už máme tabuľku výšky od času, určíme aj rýchlosť stúpania, čo je prejdená výška za nejaký čas. Odčítam od výšky v 20,-tej minúte výšku v 19,-tej minúte, čo je prejdená dráha za čas jednej minúty. Rýchlosť už dopočítam podľa vzťahu $v = \frac{s}{t}$. A takto pokračujeme postupne pre všetky dvojice časov.

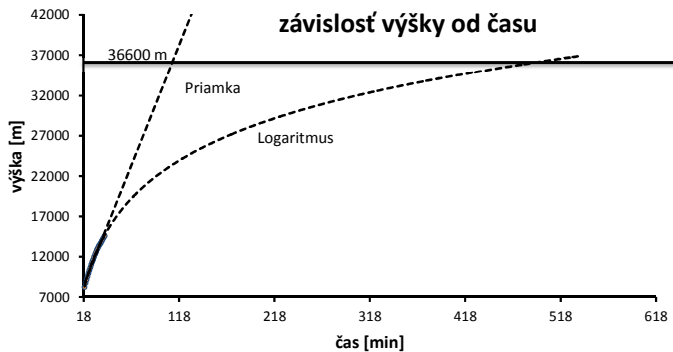
Zjednodušiť si robotu sa dalo opäť pomocou napísania si vzorcov v exceli. Ako ste si mnohí všimli, rýchlosť stúpania bude v jednotkách metre za minútu. Otázkou ale ostáva, že akému času priradiť túto rýchlosť stúpania. Priradiť ju nemôžeme ani 19,-tej minúte ani 20,-tej minúte, lebo táto rýchlosť bola medzi nimi. Najjednoduchší spôsob je priradiť túto rýchlosť času 19,5 minúty. A takto ju vykreslíť do grafu.



Na otázku, v akom čase dosiahne výšku 36,6 km, nie je jednoznačná odpoveď. Existuje viacero spôsobov odhadu a každý je inak presný. Nebodoval som preto výsledok, ale len to či ste použili nejaký rozumný odhad. A to mohli byť napríklad tieto:

- Mohli ste si všimnúť, že posledných 8 minút bola rýchlosť stúpania medzi $200 \frac{\text{m}}{\text{min}}$ a $222 \frac{\text{m}}{\text{min}}$. Preto ste mohli predpokladať, že táto rýchlosť sa moc nezmení a dopočítať za aký čas dosiahne touto rýchlosťou finálnu výšku.
- Mohli ste nechať Excel preložiť nameranými údajmi v grafe výšky od času trendovú čiaru (fyzici hovoria, že preložiť týmito bodmi krivku). Excel ponúka priamku, logaritmus alebo mocninové závislosti. Pre každú krivku dostanete inak presný výsledok. V prvom priblížení priamkou nič nepokazíte, ale ja by

som odporúčal skor logaritmus. Keď Excel nakreslí túto krivku, stačí sa už len pozrieť, kedy dosiahne hodnotu 36,6 km. Porovnanie odhadov nájdete vo vzorovej tabuľke na stránke.



Bodovanie: Za graf výšky od času 2 b a za graf rýchlosti stúpania od času tiež 2 b. Ak ste sa dopustili nejakej malej chyby alebo ste neokomentovali svoj postup, strhával som od 0,5 b do 2 b. 1 b ste mohli získať za dobre okomentovaný a vysvetlený odhad výsledného času.