Celoslovenský korešpondenčný seminár z fyziky pre žiakov ZŠ a OG

Vzorové riešenia 3. série letnej časti

Pikofyz, 12. ročník www.p-mat.sk/pikofyz šk. rok 2009/2010

Príklad 1 - Zmenená atmosféra *opravoval Ondrej Bogár - Bugý*

Ahojte fyzici a fyzičky. Atmosferický tlak vzniká rovnako ako hydrostatický tlak v kvapaline. Na spodnú vrstvu atmosféry pôsobia svojou tiažou horné vrstvy atmosféry. Vzorec pre hydrostatický tlak je $p = h \cdot \rho \cdot g$. h je výška atmosféry a v zadaní je napísané, že sa nezmení. Takže jediná veličina, ktorá môže spôsobiť rozdielny tlak je hustota atmosféry. Do vzorca budeme brať priemernú hustotu atmosféry. Atmosferický tlak v našej atmosfére vieme $p_1 = 101\,\mathrm{kPa}$. Na jeho výpočet by sme použili vzorec $p_1 = h \cdot \rho_1 \cdot g$. Pre nový tlak použijeme novú hustotu. $p_2 = h \cdot \rho_2 \cdot g$. Aby sa nám dobre počítalo, tak si nový aj starý tlak dáme do pomeru. Potom vypočítame koľkonásobok starého tlaku je nový tlak: $\frac{p_1}{p_2} = \frac{h \cdot \rho_1 \cdot g}{h \cdot \rho_1 \cdot g} = \frac{\rho_1}{\rho_2}$.

Hustotu si vyjadríme cez hmotnosť a objem. Ani rozmery Zeme ani výška atmosféry sa nezmenila,tak objem bude rovnaký a vykráti sa. $\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{\frac{m_1}{V}}{\frac{m_2}{V}} = \frac{m_1}{m_2}$ Poďme spočítať hmotnosť starej a novej atmosféry. Povedzme si, že počet častíc v atmosfére je N. Hmotnosť jednotlivých molekúl v tabuľke máme dané v atómových hmotnostných jednotkách = u. S touto jednotkou sa počíta rovnako, ako keby tam boli gramy alebo kilogramy. A ako uvidíme neskôr, na konci sa nám aj tak spolu s počtom častíc vykráti. Nezabudnime premeniť percentá na desatinné čísla.

$$m_1 = m_{\mathrm{N2}} + m_{02} + m_{\mathrm{CO2}} + m_{\mathrm{Ar}} = N0{,}78 \cdot 28\,\mathrm{u} + N0{,}21 \cdot 32\,\mathrm{u} + N0 \cdot 44\,\mathrm{u} + N0{,}01 \cdot 18\,\mathrm{u}$$

$$m_1 = N \cdot 28{,}74\,\mathrm{u}$$

$$m_2 = m_{\mathrm{N2}} + m_{02} + m_{\mathrm{CO2}} + m_{\mathrm{Ar}} = N0{,}04 \cdot 28\,\mathrm{u} + N0 \cdot 32\,\mathrm{u} + N0{,}96 \cdot 44\,\mathrm{u} + N0 \cdot 18\,\mathrm{u}$$

$$m_2 = N \cdot 43{,}36\,\mathrm{u}$$

Teraz to dosadíme do vzorca pre tlak a vykrátime, čo sa dá. Dostaneme pomer tlakov novej a starej atmosféry.

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{N \cdot 28{,}74\,\mathrm{u}}{N \cdot 43{,}36\,\mathrm{u}} = \frac{28{,}74}{43{,}36} \doteq 0,66$$

Už len dosadíme starý atmosferický tlak, ktorý poznáme.

$$p_2 = \frac{p_1}{0{,}66} = \frac{101kPa}{0{,}66} = \mathbf{153}\,\mathrm{kPa}$$

Pri novom zložení atmosféry by bol atmosferický tlak na povrchu zeme 153 kPa.

Bodovanie: *Za správny výsledok* 5 *b. Ak ste nenapísali dôvod, prečo je tlak úmerný hmotnosti atmosféry* −1 *b. Ak ste zle vypočítali hmotnosť atmosfery alebo priemernú hmotnosť jednej molekuly* −2 *b. Za drobné chyby som strhával do* −0,5 *b.*

Príklad 2 - Tri piesty *opravovala Aďa Lešková*

Každý piest tlačí na kvapalinu určitým tlakom. Podľa známeho vzorca $p = \frac{F}{S}$, kde S je obsah plochy piestu a F_G je sila, pôsobiaca na piest; $F_\mathrm{G} = m \cdot g$, vypočítame tlak p, ktorým každý z piestov pôsobí na kvapalinu. Pre prvý piest s obsahom plochy $0,003\,\mathrm{m}^2$ a tlakovou silou 20 N je tento tlak $p_1 \doteq 6667\,\mathrm{Pa}$. Pre druhý piest s obsahom plochy $0,002\,\mathrm{m}^2$ a tlakovou silou 30 N je tento tlak $p_2 = 15000\,\mathrm{Pa}$. Pre tretí piest s obsahom plochy $0,001\,\mathrm{m}^2$ a tlakovou silou 40 N je tento tlak $p_3 = 40000\,\mathrm{Pa}$.

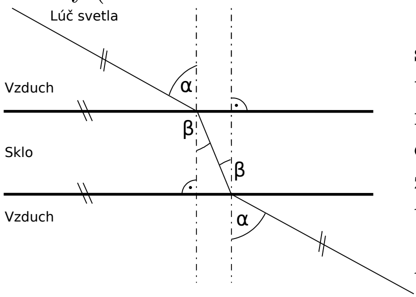
Pascalov zákon hovorí o tom, že tlak v kvapaline, ktorý vznikne pôsobením vonkajšej tlakovej sily na povrch kvapaliny v uzavretej nádobe, je v každom mieste kvapaliny rovnaký. Z tohoto vieme úvahou zistiť, že pravý piest (má najväčší tlak a ľavý a stredný piest ho nepretlačia) musí ísť smerom nadol a ľavý (najmenší tlak) nahor. Aký veľký je však tento tlak p_K, aby sme mohli zistiť, ktorým smerom pohybuje stredný piest? Táto časť úlohy je už náročnejšia a dá sa vyriešiť pomocou úvahy o silách, ktoré na jednotlivé piesty pôsobia. Pre každý piest platí, že naňho pôsobí tiažová sila závažia F_G smerom nadol a sila kvapaliny, ktorá piest tlačí smerom nahor $F_\mathrm{K} = p_\mathrm{K} \cdot S$, kde S je obsah plochy piestu. Rozdielom týchto síl získavame ich výslednicu $F_\mathrm{G} - F_\mathrm{K} = F$, ktorej záporná alebo kladná hodnota nám hovorí o tom, či sa piest posúva hore alebo dole. Túto rovnicu si vieme napísať pre každý piest. Ešte nám treba vedieť, že kvapalina je nestlačiteľná a teda musí platiť, že súčet úbytkov vody za určitý čas v rôznych častiach spojenej nádoby musí byť rovný nule. Teda to, čo vytečie z jedného piestu musí pritiecť do ostatných. A potrebujeme ešte vedieť vzťah medzi silou pôsobiacou na piest a tým ako sa piest bude hýbať. Toto je už ťažší oriešok úlohy, vyriešením 4 rovníc však zistíme, že tlak v kvapaline je približne 10000 Pa a teda prvý piest sa pohybuje nahor a druhý a tretí piest sa pohybujú nadol.

Bodovanie: *Hodnotil sa spôsob, akým ste postupovali ku konečnému výsledku.* 5 *b za správne vypočítanie jednotlivých tlakov, ktorými pôsobia jednotlivé piesty na kvapalinu, menej bodov za chyby vo výpočtoch, prípadne chýbajúce výpočty.*

Príklad 3 - Úplne obyčajné okno *opravoval Ján Bogár - Boogie*

Nazdar. Najprv si je dobre všetko nakresliť (ako vždy). Vezmime si lúč svetla, ktorý sa od predmetu vydal k našemu oku. Zrazu narazí na okno. Uhol dopadu si nazveme

α. Ak nedopadne kolmo, keďže prechádza do prostredia s inou optickou hustotou, tak sa lúč láme a vnútri v skle vychádza pod iným uhlom. Nazvime si ho β. Všimnime si, že nás zatiaľ vôbec nezaujíma, aká je veľkosť týchto dvoch uhlov, stačí vedieť, že sú rôzne. Teraz zrazu lúč dopadne zvnútra na rozhranie sklo-vzduch. Keďže plochy skla sú rovnobežné, dopadne tiež pod uhlom β. A teraz otázka, pod akým uhlom vyjde von?. Lúču nezáleží na tom, či ide zo skla alebo do skla. Ak má v skle uhol β, tak vo vzduchu bude mať uhol α, bez ohľadu na to, či ide zo skla do vzduchu alebo naopak. Takže lúč vyjde zo skla pod uhlom α. Krátky pohľad na obrázok ukáže, že lúč dopadajúci na sklo, je rovnobežný s lúčom, ktorý z neho vychádza, ale o trochu posunutý (vďaka tomu že rozrhania skla so vzduchom sú rovnobežné).



To samo o sebe ako vysvetlenie toho, prečo sa lúč posunie, stačí. Je ale ešte dobré si uvedomiť, že lúč sa láme smerom ku kolmici (keďže prechádza z opticky redšieho do opticky hustejšieho prostredia, vychádzame zo zákona lomu). Takto už ľahko zistíme aj to, ktorým smerom bude lúč posunutý.

Tak, hotovo. Veľa z vás strácalo body na tom, že si neuvedomili, že lúč sa láme dvakrát, a len málokto napísal, že lúč bude pokračovať rovnakým smerom ako pôvodne, len bude posunutý. Mimochodom, každé tvrdenie, okrem všeobecne známych faktov, treba v riešení zdôvodniť. Mnohí ste prišli na to, že lúče budú rovnobežné, ale do riešenia to treba napísať, a aj vysvetliť, prečo si to myslíte. Majte sa.

Bodovanie: *Lom svetla:* 2,5 *b, dvojitý lom:* 2 *b, rovnobežnosť lúčov:* 0,5 *b.*

Príklad 4 - Presýpacie hodiny *opravovala Kristína Batmendijnová - Tina*

Nuž. Pri riešení tohto príkladu nemáme inú možnosť, ako pustiť sa do práce. Tak hor sa do kuchyne! Bolo na vás, aké materiály použijete. Ja som si vybrala šošovicu, lieskový orech, múku, soľ a ryžu. Vzala som dve pollitrové fľaše, odlepila z nich etikety a na jednej z nich som centrofixou vyznačila miesto cca v strede fľaše, aby objem každej meranej suroviny bol približne rovnaký. (Toto bolo v experimente dôležité spomenúť, mnohí z vás na to zabudli…) Experiment sa môže začať. Do fľaše nasypem šošovicu, bratovi podám stopky, druhú fľašu k nej priložím (hrdlo o hrdlo), fľaše otočím a začnem meranie. Pre každú ingredienciu merania zopakujem 5 krát (čím viac meraní, tým presnejšie výsledky, keďže z nameraných hodnôt sa urobí aritmetický priemer a tá hodnota sa ďalej považuje za nameranú. Niektorí z vás urobili len jedno meranie, čo nie je najšťastnejšie riešenie, pretože práve toto meranie mohlo byť v niečom nepresné, napríklad sa zasekla fazuľa, alebo ste neskoro stlačili stopky…), zapíšem si ich do tabuľky a spriemerujem výsledky, pre každú surovinu.

č. merania/surovina	šošovica[s]	lieskový orech[s]	múka[s]	soľ[s]	ryža[s]
1	9,0	17,8	21,2	17,3	8,4
2	9,4	16,9	20,8	17,9	8,6
3	8,9	18,5	22,0	16,8	9,0
4	8,8	18,6	21,3	18,1	8,2
5	9,2	18,0	21,5	17,5	7,9
priemerna hodnota	9,06	17,96	21,36	17,52	8,42

Prvá časť úlohy je splnená. Teraz nasleduje zamyslenie sa nad výsledkom. Čo všetko môže pôsobiť na materiál, ktorý sa presýpa. Jeho veľkosť môže ovplyvniť to, ako ľahko materiál preklĺzne cez hrdlo, či sa tam zasekáva (to experiment spomaľuje), alebo nie. Samozrejme ovplyňuje to aj trenie medzi časticami, niektorté sa medzi sebou kĺžu, iné sa na seba lepia, preto to ide ťažšie. Pozriem sa na moje namerané výsledky. Najrýchlejšie to zvládla ryža. Má takú akurát veľkosť, nezasekáva v hrdle fľaše, ani sa na seba nelepí. Podobne dobre sa darilo aj šošovici. Soľ a múka naopak sú až primalé a lepia sa na seba, preto prechod hrdlom bude pomalší. No a lieskový orech ten sa tam zasekával a preto mu to trvalo tak dlho.

Bodovanie: $0-1,5$ *b za experiment (dôležité bolo urobiť viacero meraní).* $0-1,5$ *b za opísanie experimentu - bolo treba spomenúť, že ste používali rovnakú hmotnosť, alebo objem surovín - samozrejme od toho závisel aj výsledok, ale nemôžte robiť experiment pre úplne inú hmotnosť alebo objem (podľa toho, čo ste zvolili rovnaké), nejaké body ste dostali aj za opis aparatúry a spôsobu merania.* $0-2$ *b za zamyslenie sa nad výsledkom experimentu. Tu nestačí napísať len, čo sa presypalo najrýchlejšie a čo najpomalšie, ale aj prečo by to tak mohlo byť.*

Príklad 5 - Chladná vaňa *opravoval Martin Lauko - Logik*

Tento príklad nebol ťažký, však aj väčšina z vás ho správne vyriešila. Pre úplnosť si však povedzme, ako malo vyzerať ideálne riešenie. Na začiatku má voda vo vani teplotu $t_1 = 25℃$, objem $V_1 = 60\,\ell$ a hmotnosť $m_1 = 60\,\mathrm{kg}$.

Čo sa stane v prípade A, keď sa Lovell začne pohybovať? Výkon $P = 200\,\mathrm{W}$ vydáva počas $\tau = 5\,\mathrm{min} = 300\,\mathrm{s}$, spolu teda vykoná prácu $W = P \cdot \tau$. Táto sa premení na dodatočné teplo Q_A, ktoré prijme voda. Dodatočné teplo zvýši teplotu vody podľa kalorimetrickej rovnice:

$$P \cdot \tau = Q_\mathrm{A} = m_1 c\,(t_\mathrm{A} - t_1)\,,$$

kde c je merná tepelná kapacita vody (podľa tabuliek $c = 4{,}2\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg℃}}$) a t_A nová teplota vody. Úpravou vypočítame

$$t_\mathrm{A} = t_1 + \frac{Q_\mathrm{A}}{m_1 c} = 25℃ + \frac{200\,\mathrm{W}\cdot 300\,\mathrm{s}}{60\,\mathrm{kg}\cdot 4200\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg℃}}} = 25℃ + \frac{60\;000}{252\;000}\,℃ = 25{,}24℃,$$

čo je výsledná teplota vody v prípade A.

V prípade B pridáme do vane teplú vodu ($t_2 = 40^\circ\mathrm{C}, V_2 = 5\,\ell$). Výslednú teplotu t_B dopočítame opäť z kalorimetrickej rovnice:

$$m_1 c\,(t_B - \mathrm{t}_1) = m_2 c\,(t_2 - t_B)\,,$$

dosadíme $m_\mathrm{i} = \rho V_\mathrm{i}$, vykrátime c a ρ na oboch stranách a upravíme

$$V_1 t_B - V_1\,\mathrm{t}_1 = V_2 t_2 - V_2 t_B,$$

$$(V_1 + V_2)\,t_B = V_1\,\mathrm{t}_1 + V_2 t_2,$$

čím dostávame výsledný vzťah pre teplotu vody (ako vidíme, ide o vážený priemer pôvodných teplôt):

$$t_B = \frac{V_1\,\mathrm{t}_1 + V_2 t_2}{V_1 + V_2} = \frac{60\,\ell \cdot 25^\circ\mathrm{C} + 5\,\ell \cdot 40^\circ\mathrm{C}}{65\,\ell} = \frac{1700}{65}\,^\circ\mathrm{C} = 26{,}15^\circ\mathrm{C}$$

Porovnať $t_A < t_B$ je už maličkosť, takže je jasné, že Lovell bude mať teplejšiu vodu v druhom prípade (pridaním teplej vody do vane).

Zamyslenie na záver: prečo nestačí porovnať teplo, ktoré pridáme v jednom a druhom prípade? Čas na premyslenie .... :) Pýtali sme sa, kedy bude voda vo vani teplejšia. Keďže v druhom prípade máme viac vody, tak ani väčšie celkové množstvo tepla nemusí automaticky znamenať vyššiu teplotu vody.

Bodovanie: *Úplne správne riešenie pre oba prípady* 5 *b, iba jeden prípad* 2,5 *b, za malé chyby som strhával* 0,3 *b až* 1,5 *b.*

Príklad 6 - Poloprázdna fľaša *opravovala Emília Rigdová - Milka*

Základnou chybou, za ktorú ste strácali najviac bodov, je forma. Dobrý experiment pozostáva zo 4 častí: pomôcky použité pri meraní, postup merania, hodnoty, ktoré ste namerali a výsledok, ktorý z nich vyplýva. Je to preto, aby vedúci vedel zopakovať váš experiment a posúdiť, či bolo riešenie správne. Teraz si rozoberieme každú z nich.

APARATÚRA: V tejto úlohe ste si mohli vybrať, s akými pomôckami ste chceli merať. Dôležité ale bolo dobre popísať, aké tieto pomôcky boli. Každý, kto nenapísal, s akou fľašou meral, mal strhnuté body, pretože na rôznych fľašiach nameriame rôzne výsledky. Napríklad samotný obrázok fľaše už zo zadania naznačoval, že sa vám bude dobre merať práve s jednoduchou fľašou s plochým dnom a rovnými stenami (podobnej valcu). Rozdiely vo výsledkoch zapríčiňoval tvar (výška hladiny nerastie rovnomerne), materiál (pre sklenené fľaše to vychádzalo okolo polovice výšky, pre plastové asi štvrtina) aj objem fľaše (je rozdiel ak vyjde výsledná hladina vo výške 5 cm pre $0,5\,\ell$ minerálku a $5\,\ell$ sirup). Taktiež je dobré popísať, či ste použili uhlomer, stupnicu na papieri alebo iné pomôcky.

Za dobre vybranú fľašu považujem napríklad zaváraninový pohár, fľašu na víno, na ocot alebo acidko. Ja osobne som merala so sklenenou fľašou z olivového oleja, pretože jej tvar je skoro úplny hranol (rovné steny a štvorcová podstava), takže os otáčania sa dala ľahko určiť.

POSTUP: Dobré postupy na odmeranie veľkosti uhla boli napríklad tieto. V prvom bolo potrebné vziať do ruky uhlomer. Vačšina si narysovala stupnicu uhlov na zvislú stenu (alebo papier ;)). Ďalší iba priložili uhlomer k bodu, okolo ktorého sa fľaša otáčala. Niektorí si zavesili na vrch fľaše šnúrku so závažím a merali uhol medzi šnúrkou a stenou fľaše. Výsledok sa dal nájsť aj bez uhlomeru. Porovnávaním dvoch rovnakých fliaš s rôznym objemom vody.

VÝSLEDKY MERANÍ: Tu bolo treba vypísať výsledky pre rôzne merania. Mohli byť uvedené v tabuľke, alebo jednoducho rozpísané vo vetách. Veľa z vás sa bojí napísať svoje výsledky, pretože vám vyšlo niečo čudné - kľudne ich napíšte nik nie je neomylný a navyše veľa výsledkov má byť čudných (ináč by nebolo zaujímavé to merať).

ZÁVER: Aspoň jednou vetou treba zhodnotiť, ktorý výsledok bol pre vašu fľašu najlepší. Navyše tu môžte napísať, prečo si myslíte, že vaše merania vyšli také, aké vyšli a kde ste urobili chyby merania (fľaša prešmykovala, trasú sa vám ruky, uhlomer vám požul pes...).

A ako to teda funguje? Chceli sme vedieť najväčší uhol, pri ktorom sa po vychýlení fľaša vráti do stojatej polohy (neprevrhne sa). Pri takomto uhle dokáže fľaša teoreticky stáť na hrane (v praxi je ťažké to dosiahnuť). Je to uhol, pri ktorom je spoločné ťažisko fľaše a vody v nej presne nad osou otáčania (jediným oporným bodom). Vtedy nemá fľaša žiaden dôvod sa preklápať (tiaž smeruje presne na podporný bod). Kde je ale toto ťažisko? Ťažisko prázdnej fľaše je približne niekde v strede výšky. Ťažisko vody je niekde v strede výšky stĺpca vody. Ich spoločné ťažisko bude niekde medzi nimi (funguje to ako páka, pričom os otáčania je v spoločnom ťažisku). Fľaša je tým stabilnejšia (o tým väčší uhol ju môžem vychýliť), čím nižšie je jej ťažisko. Keď do nej nalejem trošičku vody, jej ťažisko sa oproti ťažisku prázdnej fľaše posunie nižšie (posunulo sa kvôli výške, v ktorej je ťažisko vody). Prilejem viac, posunie sa ešte trochu nižšie (tiaž tekutiny sa zväčší viac ako sa ťažisko vody posunie nahor). Prilejem ešte viac a ťažisko začne stúpať (pretože ťažisko vody stúplo tak, že jej tiaž to nevie vyrovnať)...Preto odpoveď, že čím menej tekutiny nalejem tým lepšie nie je správna (tí, čo merali aj uhol pre prázdnu fľašu, na to prišli).

Bodovanie: *Bodovala som nasledovne:* 1 *b za popis pomôcok,* 2 *b za postup merania,* 1 *b za namerané hodnoty,* 1 *b za záver.*

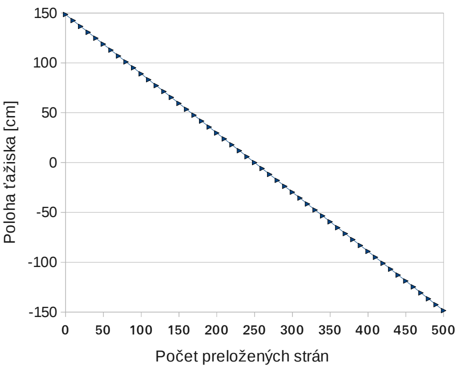
Príklad 7 - Kniha *opravovala Zuzka Cocuľová*

Túto úlohu ste mnohí vynechali, ale chcela by som pochváliť tých, ktorí sa do nej odvážne pustili. Poväčšine ju aj výborne zvládli. No aj pre vás ostatných tu máme vzoráčik.

Vezmime si našu zadanú knižku. Má 500 rovnakých, 18 gramov vážiacich stránok. Pred čítaním sú všetky na jednej kôpke vpravo. Listovaním ich vlastne po jednom presúvame na inú kôpku vľavo od pôvodnej. Na konci budú všetky stránky na novej ľavej kôpke. Nič ťažké, že nie?

Zvolme si sústavu, v ktorej graf nakreslíme. Z nespočetného množstva možností pre vás dnes vyberám túto: Bod presne v strede otvorenej knih, väzba, bude mať x-ovú súradnicu 0. Vzdialenostiam napravo od stredu som priradila kladné znamienko, vzdialenostiam naľavo záporné. Záporná vzdialenosť znie síce možno trochu zvláštne, ale treba myslieť na to, že je to len označenie. Môžem si ho sama zvoliť, a pokiaľ sa nepomýlim, tak mi musí (viac alebo menej náročným postupom) vyjsť správny výsledok. Keď si na znamienko mínus zvykneme, uvedomíme si výhody takto zvolenej vzťažnej sústavy - prehľadnosť a zjednodušenie počítania.

Na začiatku má naša papierová sústava ťažisko v ťažisku pravej strany, čo je logické, pretože naľavo ešte nič nie je. X-ovú súradnicu ťažiska strany zrátame hravo - celá stránka má 297 mm, ťažisko bude v polovici. K nultej otočenej strane si do grafu poznačím vzdialenosť 148,5 mm. Rovnako jednoducho zistím ešte polohu ťažiska dočítanej knižky, pri ktorej sú všetky stránky na ľavej kôpke. K päťstej otočenej strane si do grafu poznačím $-148{,}5$ mm. Ešte jednu hodnotu viem určiť jednoduchým zamyslením sa, a to stred knihy. Dve rovnaké kôpky papierov budú mať ťažisko presne v strede medzi nimi. Preto k 250. pretočenej strane do grafu zaznačím 0 mm.



Čo ale s ostatnými bodmi grafu? Stačí si uvedomiť, že s každou pretočenou stránkou sa nám poloha ťažiska posunie o rovnaký kúsok. 500 otočení posunulo ťažisko o 297 mm. 1 (ktorékoľvek) otočenie strany posunie ťažisko o $\frac{297}{500} = 0{,}594$ mm. Táto užitočná informácia nám pomôže nakresliť ľubovoľne presný graf (po jednej, desiatich či sto stránkach).

Ak som niekoho ešte nepresvedčila, tak je pravý čas vytiahnuť páku. Lebo tá naša knižka takou pákou skutočne je. Vľavo od ťažiska knižky na ňu vo vzdialenosti d_1 pôsobí sila F_{g1}, vpravo od ťažiska vo vzdialenosti d_2 pôsobí sila F_{g2}. Veľkosť oboch týchto gravitačných síl závisí od toho, koľko stránok na danej kôpke aktuálne máme (túto informáciu si označme n, m_0 je hmotnosť jednej stránky), a to takto: $F_g = mg = m_0ng$.

Podoprieme knižku v ťažisku a neotáča sa (môžete si to vyskúšať experimentálne), takže momenty oboch gravitačných síl sú rovnaké: $F_{g1}d_1 = F_{g2}d_2$

Keď sa s týmto vzťahom chvíľku pohráme, dostaneme vdialenosť ťažiska v závislosti na tom, koľko stránok sme otočili. A to je presne to, čo pre náš graf potrebujeme. Ako d si označíme vzdialenosť ťažísk strán na ľavej a pravej strane (vzdialenosť stredov strán - 297 mm).

$$F_{g1}d_1 = F_{g2}(d - d_1)$$
$$m_0 n_1 g d_1 = m_0 n_2 g (d - d_1)$$
$$n_1 d_1 = n_2 d - n_2 d_1$$
$$d_1 = \frac{n_2 d}{(n_1 + n_2)}$$

Označme si počet všetkých stránok N a získaný vzorček sprehľadníme.

$$d_1 = \frac{(N - n_1)d}{N}$$

A toto si už vieme opäť zakresliť do grafu - pre ľubovoľné n_1 dopočítame d_1. Ale pozor v tomto prípade je d_1 vzdialenosť od stredu ľavej polovice knihy.

Bodovanie: *Za správny graf s vysvetlením sa dal získať plný počet bodov. Niektorí z vás túto možnosť využili. Bolo pritom jedno, akým spôsobom ste úlohu riešili, pokiaľ ste všetko potrebné dôsledne vysvetlili. Ak ste nejakú rovnicu uviedli bez vysvetlenia, stálo vás to* 0,5 *b. Pokiaľ ste sa ale nezamysleli nad tým, prečo všetky bodu grafu ležia na priamke, vo svojom riešení si nájdete najviac* 3 *b.*

Príklad 8 - Perpetuum mobile *opravovala Katarína Skúpa*

Pravdepodobne každý z vás mal už v živote príležitosť hrať sa s magnetmi alebo s magnetom a nejakým kovovým predmetom. Niektoré kovové predmety sa v blízkosti magnetu zmagnetizujú, čo znamená, že sa dočasne správajú ako magnet. Pri hraní sa s magnetmi zistíme nielen, že magnety sa priťahujú alebo odpudzujú podľa toho, či sú k sebe otočené opačnými alebo rovnakými pólmi, ale aj to, že sila, ktorou sa priťahujú (odpudzujú) výrazne závisí od vzdialenosti medzi magnetmi.

V zariadení zo zadania tohoto príkladu, by musel byť magnet dostatočne silný na to, aby aj keď sa guľôčka nachádza v relatívne veľkej vzdialenosti od magnetu, bola sila, ktorou ju magnet priťahuje, väčšia než gravitačná sila. To je potrebné na to, aby sa guľôčka vôbec zdvihla z podložky a dostala sa na naklonenú rovinu. Čím bude guľôčka bližšie k magnetu, tým väčšou silou ju bude priťahovať. To znamená, že keď sa guľôčka vyštverá na vrchol naklonenej roviny, tak si ju magnet pritiahne k sebe a nepustí, pretože gravitačná sila bude menšia než magnetická.

Ako by bolo možné upraviť zariadenie, aby fungovalo? Potrebovali by sme donútiť magnet, aby guľôčku pustil a dovolil jej vrátiť sa "na začiatok". To je možné docieliť napríklad použitím elektromagnetu, ktorý sa dá jednoducho vypnúť. To by však už nebolo perpetuum mobile, čiže zariadenie, ktoré by trvalo konalo prácu bez dodávania energie z vonkajších zdrojov.

Bodovanie: *Prišlo veľa správnych riešení a chyby, ktoré sa vyskytli, boli zväčša individuálneho charakteru. Prišlo zopár riešení, ktoré obsahovali len všeobecnú definíciu perpetuum mobile, tie dostali 1 bod.*