Celoslovenský korešpondenčný seminár z fyziky pre žiakov ZŠ a OG

PIKOFYZ

15. ročník **www.pikofyz.sk** **šk. rok 2012/2013**

Vzorové riešenia 3. série letnej časti

Príklad 1 - Lesná múdrosť *opravoval Samuel Kočiščák*

Otázka bola zameraná na zistenie pomeru medzi vzdialenosťou, ktorú nameria skaut a skutočnou vzdialenosťou. K tejto úlohe sa dá pristupovať mnohými spôsobmi a mnoho z nich je aj správnych. Povedzme si, ako vlastne skautská metóda funguje: Udrel blesk. Svetlo letí smerom k nám. V momente keď priletí, zbadáme blesk a začneme stopovať a stopujeme, kým nezačujeme hrom, teda zvuk, ktorý vyštartoval ešte pred tým, ako sme zbadali svetlo. Nameraný čas vynásobíme rýchlosťou zvuku, aby sme zistili vzdialenosť.

Označme si rýchlosť svetla ako c, skutočnú vzdialenosť od búrky s, rýchlosť zvuku ako v. Búrka je teda vzdialená s. Svetlo preletí túto vzdialenosť za čas:

$$t_\mathrm{s} = \frac{s}{c}$$

Za tento čas preletí zvuk vzdialenosť od blesku smerom k nám:

$$s_\mathrm{z} = v \cdot t_\mathrm{s} = \frac{v \cdot s}{c}$$

Skaut teda nameria vzdialenosť kratšiu o kus, ktorý zvuk preletel skôr, ako skaut začal stopovať a teda nameria vzdialenosť:

$$s_\mathrm{s} = s - s_\mathrm{z} = s - \frac{v \cdot s}{c}$$

Príklad sa teda pýta na pomer vzdialenosti, ktorú nameral skaut (s_s) a reálnej vzdialenosti (s). Ten vypočítame ako:

$$p = \frac{s_\mathrm{s}}{s} = \frac{s - \frac{v \cdot s}{c}}{s} = 1 - \frac{v}{c}$$

To je po dosadení konkrétnych hodnôt $0,9999988\overline{6}$.

Vidíme teda, že pomer nezávisí od vzdialenosti, na ktorej meriame, ale iba od rýchlosti svetla (c) a rýchlosti zvuku (v). To nám teda hovorí, že pre zistenie tohto pomeru môžme použiť ľubovoľné s, ktoré sa nám páči alebo s ktorým sa bude ľahko počítať. Všeobecné riešenie je však oveľa elegantnejšie.

Samozrejme, výsledok $0,00011\bar{3}$ aj $1,00011\bar{3}$ som so správnym postupom považoval za správny vo všetkých tvaroch ako napr: $1,1\bar{3}\cdot 10^{-4}$ alebo $0,000113333\ldots$ a podobne, pričom za dostatočnú presnosť som považoval výsledok na 7 desatinných miest resp. v zlomkovom tvare ako $\frac{14999983}{15000000}$.

Ešte sa treba zamyslieť nad tým, aká odchýlka je ešte zanedbateľná a kedy už treba prepisovať príručky:

Rýchlosť reakcie sa odlišuje od človeka k človeku, ale v priemere sa pohybuje niekde okolo $0,1\,\mathrm{s}$. Aby ku skautovi svetlo letelo $0,1\,\mathrm{s}$, musel by byť vzdialený od búrky $30000\,\mathrm{km}$. To je viac než polovica obvodu Zeme (približne $20000\,\mathrm{km}$), takže nie je možné byť na Zemi od búrky vzdialený $30000\,\mathrm{km}$ (potom už by ste k nej boli bližšie od chrbta :), nehovoriac o tom, že tak vzdialenú búrku by sme nemohli počuť ani vidieť.

Bodovanie: *Plný počet bodov bol za dobre vysvetlené a zrozumiteľné riešenie so správnym výsledkom. Za nejasný alebo len mierne nepresný postup, numerické chyby a nepresné zaokrúhľovanie som strhával $0-2$ b podľa závažnosti chýb. Za vysvetlenie deja ale bez výpočtu som dával $0-1$ b. Desatinky som priádaval ak sa niekto pozastavil nad tým, aký časový úsek môžeme považovať za zanedbateľný, alebo pri akom rozdiele už nebude chyba zanedbateľná.*

Príklad 2 - Bójka *opravoval Peter Hojnoš - Supo*

Na začiatku si v tom spravíme poriadok, každá časť bójky bude mať svoje indexy, železná - 1, prvá drevená - 2, druhá drevená - 3, polystyrénová - 4.

Potom si vyjadríme hmotnosť zvyšku bójky pomocou hustôt a objemov jednotlivých častí. Pre každú časť bude to bude súčin objemu a hustoty. Objem si vyjadríme ako plochu podstavy krát výška: $m = Sh_1\rho_1 + Sh_2\rho_2 + Sh_3\rho_3 + Sh_4\rho_4$

To či bójka bude plávať môžeme zistiť viacerými spôsobmi. Napríklad vypočítam si priemernú hustotu bójky, ak bude menšia ako hustota vody, bójka bude plávať. Alebo spočítam maximálnu možnú vztlakovú silu. Tá pôsobí vtedy, keď je celá bójka ponorená. Ak by bola väčšia (tie sily sa časom vyrovnajú ale to je už o inom) alebo rovná ako tiažová sila, tak bójka bude plávať. Ja som si však vybral tento spôsob:

Vypočítam aký musí byť minimálny objem bójky ($V_{\mathrm{min}} = S \cdot h_{\mathrm{min}}$) pri danej hmotnosti ($m$) aby ešte plávala. Ak bude jej objem menší alebo rovný objemu bójky zo zadania, bójka zo zadania bude plávať. Keďže sa plocha podstavy nemení, stačí nám porovnať výšku bójky (h_{min}). Vychádzam z Archimedovho zákona, kde sa vztlaková a tiažová sila rovnajú.

$$F_{\mathrm{g}} = F_{\mathrm{vz}}$$

$$m \cdot g = V_{\mathrm{min}} \cdot \rho_{\mathrm{vody}} \cdot g$$

$$Sh_1\rho_1 + Sh_2\rho_2 + Sh_3\rho_3 + Sh_4\rho_4 \cdot g = S \cdot h_{\mathrm{min}} \cdot g$$

po úpravách dostaneme $h_{\mathrm{min}} = \frac{h_1\rho_1 + h_2\rho_2 + h_3\rho_3 + h_4\rho_4}{\rho_{\mathrm{vody}}} \doteq 0{,}219\,\mathrm{m}$

Zisťujeme, že $h_{\mathrm{min}} < h_1 + h_2 + h_3 + h_4$. Takže bójka **pláva**. Teraz už iba potrebujem zistiť koľko z nej bude trčať. Ak sa zamyslíme, prichádzame na to, že hĺbka ponoru sa rovná minimálnej výške bójky, pri ktorej pláva. $h_{\text{ponoru}} = h_{\text{min}}$ Čiže bójka bude trčať: $x = h_1 + h_2 + h_3 + h_4 - h_{\text{ponoru}} \doteq 0{,}011\,\text{m} = 1{,}1\,\text{cm}$

P.S.: Mohli ste si všimnúť, že hustota polystyrénu (nie penového polystyrénu) je taká istá ako hustota vody (čo mnohých zmiatlo), to znamená, že síce má vplyv na hĺbku ponoru bójky, ale nemá žiaden vplyv ako vysoko bude bójka trčať nad vodou, čiže ste ho mohli zanedbať a rátať bez neho.

Bodovanie: 3,5 *b za zistenie, že pláva,* 1,5 *b za výpočet, koľko trčí nad hladinou. Tieto dve veci bolo potrebné trošku popísať. Za nedostatočný popis do* −1 *b.*

Príklad 3 - Sfukovač *opravovala Barbora Hoffmannová*

Ako prvé si musíme rozmyslieť aké sfukovače chceme používať. Máme mnoho možností, buď budeme používať len naše ústa, alebo stočené noviny, alebo slamku, lievik, pero, vrchnú časť z fľaše, žabku na nafukovačky. Možností je veľa. Pripravíme si sviečku, ktorú zapálime, meter s ktorým budeme merať vzdialenosť v ktorej stojíme a naše sfukovače. Pri sfukovaní sviečok je dôležité, aby sme pre každú vzdialenosť v ktorej stojíme s našim sfukovačom zopakovali pokus aspoň 5 krát. Je ťažké vyhodnotiť experiment len na základe jedného merania. Pri sfukovaní sviečky máme problém aj s tým, že nemusíme presne namieriť, alebo môžeme slabo fúknuť. Počas sfukovania sa celý čas snažíme fúkať cez sfukovače rovnakou silou.

V našej tabuľke sme pracovali s novinami, lievikom, slamkou a bez sfukovača. V tabuľke znamená S sfúknutú sviečku a N nesfúknutú.

vzdialenosť	nič	slamka	noviny	lievik
20 cm	SSSSS	SSSSS	SSSSS	SSNSN
40 cm	SSSSS	SSSSS	SSNNS	NNSNN
60 cm	SSSSS	SSSSN	SNSNN	NNNNN
80 cm	SSSSS	SSNNS	NNNNN	NNNNN
100 cm	SSNSS	SNNNN	NNNNN	NNNNN
120 cm	SNSNN	NNNNN	NNNNN	NNNNN

Z tabuľky vidíme, že z najväčšej vzdialenosti sa nám podarilo sfúknuť bez sfukovača, potom nasledovala slamka, noviny a lievik. Keď správne našpúlime pery, dokážeme vzduch, ktorý vydychujeme usmerniť veľmi presne a zároveň tým že ho vyfukujeme cez malý otvor, prúdi aj dosť rýchlo na to, aby mohol sfúknuť sviečku. To isté sa deje aj pri slamke, len tu sme občas mali problém s tým, že sme nevedeli vydychovaný vzduch pomocou slamky presne namieriť. S novinami to bolo už o čosi horšie, lebo vzduch, ktorý mal dopadnúť na sviečku, aby ju uhasil išiel mimo nej (samozrejme záležalo aj na tom, ako sme ich mali stočené). Pri lieviku to bolo najhoršie, keď sme fúkali do malého otvoru a vzduch vychádzal z väčšej strany von. Tu bol vzduch, ktorý sme vydýchli rozptýlený do strán a nebol presne nasmerovaný na sviečku. To spôsobilo straty vydychovaného vzduchu a ten ktorý sa dostal na sviečku, nebol dostatočný na to aby ju sfúkol.

Bodovanie: *Za postup experimentu* 1 *b, za vymyslenie rôznych sfukovačov* 1 *b, za tabuľku nameraných hodnôt* 1 *b, za zopakovanie merania 5-krát* 1 *b a za vysvetlenie výsledku* 1 *b.*

Príklad 4 - Trochu modernejšia technika *opravovali Irena Bačinská - Enka, Karolína Šromeková - Čajka*

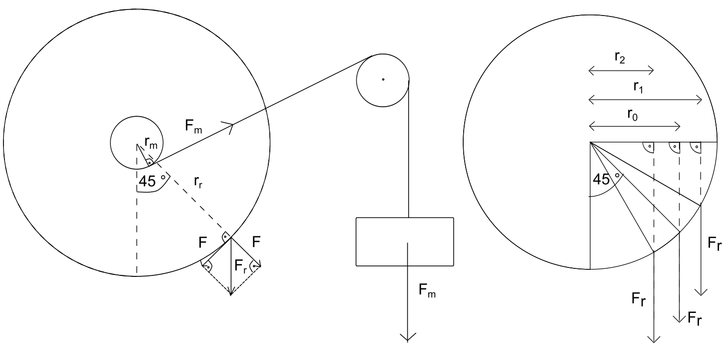
Celá pointa tohto príkladu vlastne spočíva v momentovej vete, ktorá nám hovorí, že v stave rovnováhy sa momenty síl vykompenzujú. Ale čo je potom moment sily? Ten nám charakterizuje ako veľmi sa bude teleso otáčať účinkom nejakej sily.

Keď zavesíme na kladku blok mramoru, tak sa koliesko začne otáčať v protismere hodinových ručičiek, čo spôsobuje moment sily mramoru M_m. Ale prečo by sa malo koliesko zastaviť? Po pootočení kolieska začne do otáčania strkať nos aj robotník s momentom sily M_r, ktorý bude mať opačný smer ako moment sily mramoru (chce, aby sa koliesko otáčalo v smere hodinových ručičiek). Až kým nedôjde k vyrovnaniu momentov síl $M_\mathrm{m} = M_\mathrm{r}$ a stroj zastane.

Pre moment sily všeobecne platí: $M = F \cdot r$, pričom r je kolmá vzdialenosť sily F od stredu a nazýva sa rameno sily. Môžme si ho vyjadriť dvoma spôsobmi:

1. Predĺžime si silu, ktorá pôsobí na teleso a spravíme na túto priamku kolmicu od stredu, ktorá bude rameno sily (toto sa nám zíde pri vysvetľovaní robenia krokov v kolese)

2. Rameno sily bude vzdialenosť bodu, kde sila pôsobí. Silu si však rozložíme na zložku, ktorá bude mať rovnaký smer, ako rameno (nebude mať žiadny otáčavý účinok na teleso) a na zložku, ktorá je na rameno kolmá (tento spôsob využijeme pri výpočte).



Obr. 1: Znázornenie rozkladu síl a veľkostí ramien momentu sily pôsobiacej na koleso

Zo vzorca $M = F \cdot r$ vyplýva, že keď sa rameno sily zväčší, tak aj moment sily sa zväčší a naopak. Čiže keď spraví robotník krok dopredu, tak sa zväčší rameno jeho sily a aj moment sily robotníka sa zväčší a výsledný moment bude mať rovnaký smer ako moment sily robotníka. Výsledný moment vlastne chce, aby sa koliesko otáčalo v smere hodinových ručičiek, až kým sa momenty síl robotníka a mramoru znova nevyrovnajú. Za ten čas sa na koliesko navinie kúsok lana a blok mramoru bude o niečo vyššie. V opačnom prípade, keď robotník urobí krok do zadu, rameno sily sa zmenší a mramor klesne.

A teraz sa môžme pustiť do počítania...

Tiažovú silu robotníka si rozložíme na zložku, ktorá nemá otáčavý účinok na koliesko (je kolmá na povrch veľkého kolesa) a na zložku sily, ktorá je kolmá na polomer veľkého kolesa. Kedže sa koleso posunulo o 45°, tak tieto dve sily sú rovnako veľké. Z Pytagorovej vety môžme vypočítať veľkosť tejto sily:

$$F^2 + F^2 = F_\mathrm{r}^2 \Longrightarrow 2 \cdot F^2 = F_\mathrm{r}^2 \Longrightarrow \sqrt{2} \cdot F = F_\mathrm{r} \Longrightarrow F = \frac{F_\mathrm{r}}{\sqrt{2}}$$

Rameno sily bude z tohto uhla pohľadu 5 m, čiže moment sily robotníka bude:

$$M_\mathrm{r} = F \cdot r_\mathrm{r} = \frac{F_\mathrm{r} \cdot 5\,\mathrm{m}}{\sqrt{2}} = \frac{70\,\mathrm{kg} \cdot g \cdot 5\,\mathrm{m}}{\sqrt{2}}$$

Moment sily mramoru sa celý čas nemení a jeho veľkosť je:

$$M_\mathrm{m} = F_\mathrm{m} \cdot r_\mathrm{m} = m_\mathrm{m} \cdot g \cdot 1\,\mathrm{m}$$

Z rovnosti momentov dostávame:

$$M_\mathrm{m} = M_\mathrm{r}$$

$$m_\mathrm{m} \cdot g \cdot 1\,\mathrm{m} = \frac{70\,\mathrm{kg} \cdot g \cdot 5\,\mathrm{m}}{\sqrt{2}}$$

Blok zavesený na žeriave má hmotnosť $m_\mathrm{m} = \frac{350}{\sqrt{2}}\,\mathrm{kg} \doteq 247{,}5\,\mathrm{kg}$.

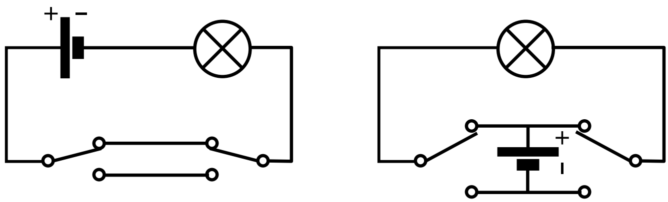
Bodovanie: *Za výpočet hmotnosti mramorového bloku* 2, 5 *b. Za odpovede na otázky prečo sa koleso zastaví... a popis* 2, 5 *b.*

Príklad 5 - Stará lampa *opravoval Tomáš Jančo - Janči*

Prvá úloha - nakresliť zapojenie v ktorom dva prepínače nezávisle ovládajú žiarovku - bola celkom ľahká. Rozoberme si vlastnosti požadovaného obvodu:

Aby žiarovka svietila, musí ňou prechádzať prúd. Prúd môže prechádzať iba uzavretým obvodom. Naopak, aby žiarovka nesvietila, prúd ňou prechádzať nesmie, teda obvod musí byť otvorený. Potrebujeme teda zapojenie, v ktorom každý prepínač môže obvod uzavrieť alebo otvoriť. Aby po prepnutí jedného prepínača bolo možné ovládať žiarovku tým druhým, prepínače nesmú otvárať obvod „do vzduchu“, ale tak, aby len volili cestu, kadiaľ bude obvod uzavretý. Z takejto úvahy dostaneme prvé zapojenie na obrázku.

Druhá možnosť rozboru úlohy je takáto: Žiarovka svieti, ak sú na jej kontakty pripojené opačné póly zdroja (na jeden kontakt + a na druhý -). Ak privedieme súhlasné póly (+ a +, - a -) tak žiarovka svietiť nebude (odborne povedané, medzi jej kontaktami nebude žiadne napätie, preto ňou nemôže tiecť žiaden prúd). Potrebujeme teda také zapojenie, v ktorom každý prepínač rozhodne o tom, ktorý pól zdroja sa pripojí na jeden kontakt žiarovky. Dostávame druhé možné zapojenie.



Obr. 2: Obvod s prepínaním cesty (vľavo) a obvod s prepínaním polarity (vpravo)

Zapojenia kde v niektorej z polôh prepínačov dôjde ku skratu baterky (priame prepojenie kladného a záporného pólu zdroja) som považoval za nesprávne - v skutočnosti by sa nemohli vôbec použiť.

Poznámka z praxe: V elektrických rozvodoch sa druhé spomínané zapojenie vôbec nepoužíva a používa sa výhradne prvé zapojenie. Je to preto, lebo v rozvodnej sieti je vždy jeden vodič „živý“ a druhý je „spojený so zemou“. V druhom zapojení sa skrýva určité nebezpečenstvo, pretože nevieme, ktorý z kontaktov žiarovky je práve pripojený na „živý“ vodič a ktorý je „zem“.

Druhá úloha bola trochu náročnejšia. Ani nie z pohľadu samotnej odpovede, ale skôr jej odôvodnenia. Správna odpoveď znie, že s 3 prepínačmi sa také ovládanie žiarovky dosiahnuť nedá. Prečo? Na prepínač sa môžeme pozerať tak, že nám obvod buď rozvetvuje na dve vetvy, alebo zlučuje dve vetvy do jednej, pričom vždy len jedna je aktívna. Keď do obvodu s dvoma prepínačmi pridáme tretí, ten nám vytvorí ďalšiu vetvu, ktorú však nebudeme mať ako zlúčiť. Logicky jeho vývod nemôžeme pripojiť na „obsadený“ vývod iného prepínača, pretože tak by sme nemohli žiarovku ovládať každým prepínačom zvlášť.

Odôvodnenie „nie je to možné, lebo prepínačov je nepárny počet“ je nedostatočné, pretože pre 1 prepínač to samozrejme možné je a naopak, napríklad pre 4 prepínače nie je možné **nezávislé ovládanie každým prepínačom zvlášť**.

Bodovanie: *Za správny nákres obvodu* 2 *b, za popis riešenia* 1 *b a za odpoveď na druhú otázku aj s odôvodnením* 2 *b.*