Celoslovenský korešpondenčný seminár z fyziky pre žiakov ZŠ a OG

PIKOFYZ

16. ročník www.pikofyz.sk šk. rok 2013/2014

Vzorové riešenia 2. série zimnej časti

Príklad 1 - Zradné kamienky *opravoval Samo Kočiščák*

Za správne riešenie som považoval, ak ste popísali, čo sa deje v zime na kamienkoch a v lete na kamienkoch. Pre úplnosť však radšej popíšem aj vlastnosti neposypanej cesty v lete aj v zime:

Ako vyzerá taká cesta v lete bez kamienkov: asfalt je rovný, pevný a priľnavý. Pneumatika je uspôsobená na to, aby na tomto povrchu veľmi dobre sedela, teda aby ani pri prudkých manévroch a rýchlych zmenách rýchlosti neprešla do šmyku - hovoríme tomu, že má vysoký koeficient statického trenia.

Ako vyzerá cesta v zime: na asfalte je vrstva snehu, ľadu a takej poloroztopenej hnedej brečky zmiešanej so špinou z cesty, ktorú všetci, ktorí bývate v meste určite dobre poznáte a ktorá je asi najhoršia. Všetky tieto materiály majú spoločné to, že guma sa po niech veľmi dobre šmýka, auto prejde ľahko do šmyku - majú nízky koeficient statického trenia.

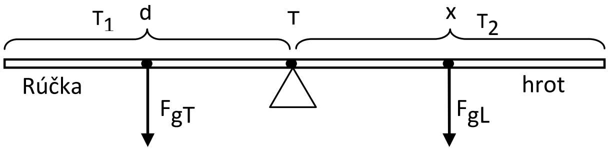
Cesta v lete posypaná kamienkami je omnoho nebezpečnejšia - šmykľavejšia ako asfalt samotný. Kameň ako materiál, sa o asfalt šmýka celkom ťažko. Kolesá z kameňa by preto síce nedržali na ceste tak dobre ako gumené, ale dalo by sa na nich jazdiť bezpečnejšie ako po rozsypanom štrku. Hlavný problém kamienkov na asfalte je ten, že majú približne guľový tvar a teda sa ľahko kotúľajú - správajú sa ako guľové ložisko.

V zime sa kamienky na ceste jazdou vtlačia do ľadu alebo snehu. To im zabráni kotúľať sa a zachová iba ich dobrú vlastnosť - drsnosť (vysoký koeficient statického trenia). Z ľadu a snehu budú trčať hroty kamienkov, čo bude fungovať ako brúsny papier voči pneumatikám a inak veľmi šmykľavý povrch zdrsnie. A prečo je hnedá brečka najhorší materiál? Jednoducho preto, že je veľmi mäkká a kamienky poriadne neudrží, budú sa kotúľať.

Bodovanie: *Plný počet bodov ste mohli získať za zrozumiteľný popis situácie v lete aj v zime, najmä za popis toho, prečo sa kamienky v zime nekotúľajú a v lete áno a prečo je to vlastne zlé. Za nepresnosti som odrátaval 0,2 až 0,5 bodu, za nejasnosti a chyby v úvahe som odrátaval rôzne veľa bodov podľa závažnosti, ak ste popísali správne ale iba jednu zo situácií - buď zimu alebo leto tak ste získali 2,5 bodu.*

Príklad 2 - Prvý magický prútik *opravoval Michal Minárik - Mišo*

Vždy je dobré nakresliť si obrázok so všetkým čo poznáme. Vieme, že ťažisko prútika je na spoji častí. Ak teleso podoprieme v ťažisku bude vyvážené t.j. nebude sa otáčať. Ďalej vieme, že rúčka aj hrot má svoje vlastné ťažisko ktoré je v ich strede. V ťažisku pôsobí tiažová sila F_g ktorú vieme vypočítať z hmotnosti telesa. Keď sa dobre pozrieme, zistíme, že prútik pripomína páku.



Páka je v rovnováhe vtedy, keď je moment sily ktorý ňou otáča v jednom smere rovnaký ako moment otáčajúci v opačnom smere. **Nie vtedy, keď má hrot rovnakú hmotnosť ako rúčka pretože záleží na vzdialenosti ťažiska rúčky aj hrotu od osi otáčania.** Preto použijeme moment sily ktorý je súčinom sily pôsobiacej na rameno a vzdialenosti od osi otáčania.

Na rúčku z lentilkovníka pôsobí gravitačná sila F_gL ktorá vytvára momentM_L a na trolí hrot sila F_gT vytvárajúca moment M_T. Páka sa neotáča takže: $M_\mathrm{L} = M_\mathrm{T}$

Z obrázka ktorý sme nakreslili vyčítame ktorá sila je koľko vzdialená od spoja a môžme zapísať momenty. $M_\mathrm{T} = F_\mathrm{gT} \cdot \frac{d}{2}$, $M_\mathrm{L} = F_\mathrm{gL} \cdot \frac{x}{2}$. Teraz už môžme zostaviť rovnicu. To čo nepoznáme budeme rozpisovať cez iné veličiny a upravovať rovnicu. Možno nám niečo vypadne. To znamená, že ak je napr. g na oboch stranách v čitateli, tak ho vyškrtneme. (presnejšie obe strany rovnice vydelíme g).

$$\begin{aligned}
M_\mathrm{T} &= M_\mathrm{L} \\
F_\mathrm{gT} \cdot \tfrac{d}{2} &= F_\mathrm{gL} \cdot \tfrac{x}{2} && \text{- dvojky vypadnú} \\
m_\mathrm{T} g \cdot d &= m_\mathrm{L} g \cdot x && \text{- } g \text{ vypadne} \\
\rho_\mathrm{T} V_\mathrm{T} \cdot d &= \rho_\mathrm{L} V_\mathrm{L} \cdot x \\
\rho_\mathrm{T} \cdot S_\mathrm{podst.} d \cdot d &= \rho_\mathrm{L} \cdot S_\mathrm{podst.} x \cdot x && \text{- vypadne } S_\mathrm{podst.} \text{ ktoré sme nepotrebovali} \\
\rho_\mathrm{T} \cdot d^2 &= \rho_\mathrm{L} \cdot x^2 && \text{- Hurá, jedna neznáma, upravíme\dots}
\end{aligned}$$

$$\text{a výsledok: } x = \sqrt{\frac{\rho_\mathrm{T} \cdot d^2}{\rho_\mathrm{L}}} = \sqrt{\frac{1152\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot 0{,}1\,\mathrm{m}^2}{800\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}}} = 0{,}12\,\mathrm{m} = 12\,\mathrm{cm}$$

Tento postup vyzerá hrozivo ale všetko čo sme urobili je, že sme si uvedomili, že $m = \rho \cdot V$, $V_\mathrm{valec} = S_\mathrm{podst.} \cdot v$, $F = m \cdot g$ a dosadzovali to do rovnice vyjadrujúcej rovnováhu momentov síl.

Riešiť ste mohli aj postupne, čiže najskôr vypočítať F_gT, potom to dať do rovnosti s F_gL atď. Je to tiež správne.

Všimnime si. Rúčka je dlhšia ako hrot! To je čudné.. mám to správne? Hrot má väčšiu hustotu ako rúčka. Keby ju mal rovnakú, hrot aj rúčka by boli rovnako dlhé. Keby bola hustota hrotu menšia ako rúčky, museli by sme rúčku skrátiť, aby bolo jej ťažisko bližšie k osy otáčania. Ale keďže $\rho_\mathrm{T} > \rho_\mathrm{L}$ musíme rúčku predĺžiť aby bola

páka v rovnováhe. Takže rúčka bude určite dlhšia než hrot.
Pozor, môže sa zdať, že medzi hustotami a dĺžkami je nepriama úmera. Ale nie je to tak. Pri skracovaní sa zmenšuje vzdialenosť ťažiska od osi a zároveň aj hmotnosť. Nepriama úmera tam je ale s dĺžkou "na druhú" viď rovnica hore.

Bodovanie: *Pri dobrom výsledku, komentári a postupe* 5 *b. Ak riešenie nemalo komentár alebo malo správny výsledok s chybami v postupe strhol som max* 1 *b -podľa závažnosti. Riešenie s dobrým základom ale závažnými chybami so zlým výsledkom* 3 *b až* 3,8 *b. Veľa riešení vychádzalo z $m_L = m_T$. Tieto riešenia dostali od* 2 *b do* 3 *b podľa postupu pričom rozhodovala aj úvaha o správnosti výsledku, komentár, obrázok so silami…*

Príklad 3 - Sila prstu *opravovala Zuzana Bogárová - Bum*

Ahojte. Tento experiment bol celkom ľahký, tak sa do neho pustime. Mali sme namerať, akou silou dokážu pôsobiť naše aspoň 4 prsty. Je veľa spôsobov, ako sa to dalo merať. Napríklad za pomoci silomeru je to veľmi jednoduché. Keďže ten nemajú všetci doma, ja som si zvolila postup za pomoci vecí, čo dom dal. Vzala som si vedierko, do ktorého som postupne prilievala vodu.

Ruku som položila na stôl, tak aby mi dlaň prečnievala cez hranu stola. Potom som postupne vešala na prsty vedro a ohýbala som ich. Ak som to dokázala pre daný objem vody, priliala som. Keď som už prst nedokázala zdvihnúť, do tabuľky som zaznamenala hodnotu, ktorú som ešte zvládla zdvihnúť.

Keď som meranie dokončila pre všetky prsty na jednej ruke, meranie som ešte dvakrát zopakovala. Opakovanie merania je veľmi dôležité a nemalo by sa naň zabúdať. Overuje to, či som merala správne. Ak mi meranie raz dá oveľa iné výsledky ako ďalšie dva razy, niečo som urobila nesprávne.

Všetky merania si pekne zaznamenám do tabuľky, aby boli prehľadné. Ak budete niekedy merať viac meraní ako je toto, bez tabuľky sa stratíte. Nameranú tabuľku prikladám. Hmotnosť, ktorú moje prsty zdvihli, je súčet hmotnosti vedierka a vody, ktorú som do neho naliala.

	1.meranie [kg]	2.meranie [kg]	3.meranie [kg]	Priemer [kg]
palec	3,2	3,25	3,25	3,23
ukazovák	3,4	3,55	3,45	3,47
prostredník	3,25	3,2	3,2	3,22
prsteník	3	3,15	3,05	3,07
malíček	2,8	2,75	2,75	2,77

Získala som výslednú hmotnosť, ktorú ešte moje prsty zdvihnú. Kedže na moje závažie (vodu), pôsobí gravitačná sila, na to aby som ju zdvihla musím túto silu prekonať. Teraz vypočítam silu akou pôsobia moje prsty. Všetci poznáme vzorec $F = m \cdot g$. Kde g je gravitačná konštanta $g = 9,81\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}$, m je hmotnosť a F je sila.

Pekne tam všetky moje hodnoty dosadím a získam silu, akou maximálne môžu moje prsty pôsobiť.

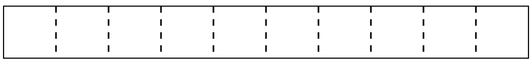
	$M_{\max}$ / kg	$F_{\max}$ / N
palec	3,23	31,72
ukazovák	3,47	34,01
prostredník	3,22	31,56
prsteník	3,07	30,08
malíček	2,77	27,14

Z tabuľky vidíme, že najsilnejší prst je ukazovák, ktorý dokáže pôsobiť silou 34 N.

Bodovanie: *Za postup experimentu boli* 2 *b, za namerania aspoň štyroch prstov* 1 *b. Za opakovanie merania a za tabuľku boli* 2 *b. Ak ste namerali hmotnosť, ktorú vaše prsty unesú a nie silu akú vyvinú, strhávala som* 0, 2 *b.*

Príklad 4 - Blší cirkus *opravoval Martin Lauko - Logik*

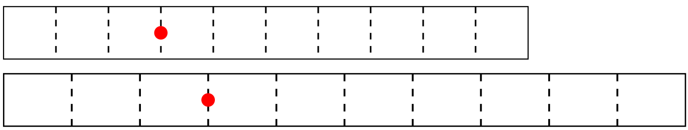
V tomto príklade ste sa viacerí zamotali, poďme si teda povedať, ako to malo byť. Začnime jednoduchým experimentom. Zoberieme si 10 cm dlhý kúsok krajčírskej gumy (takej, čo sa dáva do nohavíc) a fixkou naň nakreslíme zvislé čiary vzdialené 1 cm (na obrázku prerušované). Takto:



Gumu budeme postupne naťahovať – čo sa bude diať? (Teraz si to môžeš vyskúšať!) Nakreslené čiary sa budú od seba vzďaľovať. Asi takto:

a)

b)



Obrázok **a)** zobrazuje gumičku **pred** natiahnutím a obrázok **b) po** natiahnutí. Určite ste si všimli, že po natiahnutí sú zvislé čiary od seba ďalej, ich vzájomné rozstupy sú stále rovnaké (premerajte si). Každý úsek sa predĺžil toľkokrát, koľkokrát sa predĺžila celá gumička. Na obrázku sa predĺžila gumička asi 4/3-krát, teda aj rozostupy zvislých čiar sú 4/3-krát väčšie. Guma na natiahla rovnomerne po celej dĺžke.

Čo to znamená pre našu blchu? Povedzme, že sedí na tretej čiare zľava (bodka). Počas naťahovania gumičky sa na nej bude „viezť". Preto aj po natiahnutí bude sedieť na tretej čiare zľava. Avšak ak odmeriame skutočnú vzdialenosť blchy od ľavého okraja gumičky, zistíme, že sa zväčšila. Rovnako aj vzdialenosť od pravého okraja. Ale ak bola blcha v 3/10 dĺžky gumičky, bude v 3/10 aj po natiahnutí. (Cudzími slovami: relatívna poloha blchy sa zachovala.)

Má teda blcha šancu utiecť? Zistíme to opakovaním jednoduchých výpočtov – medzivýsledky si zapíšeme do tabuľky.

Čas [s]	d [cm]	$d-2$ [cm]	L [cm]	$L+2$ [cm]	d_1 [cm]
0	10,00	8,00	20	22	8,80
1	8,80	6,80	22	24	7,42
2	7,42	5,42	24	26	5,87
3	5,87	3,87	26	28	4,17
4	4,17	2,17	28	30	2,32
5	2,32	0,32	30	32	0,34
6	0,34	KONIEC			

Tabuľka 1: Výpočet polohy blchy na gumičke

(1) Aktuálnu vzdialenosť blchy od cieľa označíme d

(2) Blcha v priebehu sekundy preskáče 2 cm, bude od cieľa $d - 2\,\mathrm{cm}$

(3) Na konci sekundy Samko natiahne gumičku z dĺžky L na $L + 2\,\mathrm{cm}$

(4) Preto nová vzdialenosť blchy od okraja d_1 bude:

$$d_1 = \left(d - 2\right) \cdot \frac{L+2}{L}$$

(5) Vrátime sa späť na krok (1).

Priebeh výpočtu sme napísali do tabuľky 1. Blcha začala v strede gumičky, teda vo vzdialenosti 10 cm od svojho cieľa – okraja gumičky. Prvú sekundu prebehne 2 cm, potom Samko natiahne gumičku a blcha bude 8,8 cm od cieľa. Postupne sa bude približovať ku kraju. Po šiestich sekundách jej zostane len 0,34 cm. Tie rýchlosťou $v = 2\,\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}}$ prebehne za čas t:

$$t = \frac{d}{v} = \frac{0{,}34\,\mathrm{cm}}{2\,\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}}} = 0{,}17\,\mathrm{s},$$

Čiže blcha dobehne na okraj gumičky za **6,17 s**, čo je aj náš výsledok.

Bodovanie: *Úplné a správne riešenie* 5 *b. Rozobratie viacerých možností* 4 *b, výsledok* 9 *s za* 3,5 *b,* 10 *s za* 2,5 *b. Za aspoň pár dobrých myšlienok bol* 1 *b. Za drobné chyby alebo chýbajúci slovný komentár bolo pol bodíka dole.*

Príklad 5 - Tour de ... *opravoval Samuel Cibulka - Samko*

Je dobré si najskôr uvedomiť, čo zemepisná šírka a zemepisná dĺžka nejakého miesta na Zemi vlastne vyjadrujú. Je to uhol medzi týmto miestom a rovníkom (šírka), resp. nultým poludníkom (dĺžka). Zo zadania vieme, akú vzdialenosť predstavuje jeden stupeň zemepisnej šírky a dĺžky. To je pre nás výhoda, lebo to nemusíme pracne rátať. Môžeme si teda s čistým svedomím previesť stupne na kilometre.

Teraz by sme mali zistiť, ako sa Martin vôbec hýbal. Máme údaje o polohe v každej sekunde a jeho pohyb si vieme nasimulovať tak, že sa pozrieme na to, ako sa pohol za túto sekundu. Nato použijeme Excel, keďže tých sekúnd je tam celkom dosť.

Do pôvodného súboru do bunky `C3` napíšeme vzorec `=(A3-A2)*111,2`. Tento vzorček si potiahneme až po spodok našej tabuľky. Toto je presne jedna z výhod Excelu - vie nám veľmi urýchliť robotu, keď máme dát veľa. Dostali sme, údaj o koľko sa v kilometroch (preto sme ten rozdiel násobili) posunie Martin v každej sekunde v smere sever - juh (keďže sa jednalo o zem. šírku).

Teraz by sme chceli to isté, len pre smer západ - východ. Do bunky `E3` preto pôjde vzorec `=(B3-B2)*74,4` a tiež ho nakopírujeme na každú sekundu. Teraz už máme údaje o tom, o koľko sa posunul Martin v každej sekunde na sever a o koľko na východ.

My by sme však chceli zistiť dráhu, ktorú prešiel za túto sekundu. Predstavme si, že by Martin išiel v nejakú sekundu z bodu A najprv iba na východ do bodu B a z tohto bodu na sever do bodu C. V realite však ide skoro priamo z bodu A do bodu C. Keď chceme vypočítať vzdialenosť $|AC|$, tak sa nám hodí práve Pytagorova veta, ktorá bola spomínaná v zadaní. Trojuholník ABC je totiž pravouhlý a preto v ňom platí:

$$|AC| = \sqrt{|AB|^2 + |BC|^2}$$

Toto vieme ľahko prepísať do Excelového vzorčeka. Do bunky `F3` stačí napísať `=SQRT(D3^2 + E3^2)`. A zase raz ťaháme až na spodok tabuľky. Tieto čísla, ktoré mi Excel vyráta, už vyjadrujú dráhu v kilometroch prejdenú v jednotlivých sekundách, teda rýchlosť v kilometroch za sekundu.

Musíme teda nájsť riadok, kde je toto číslo najväčšie. Pomocou funkcie `=MAX( F3:F2494)` môžme zistiť práve túto hodnotu. Excel pozná aj funkciu na hľadanie tejto hodnoty, a to `LOOKUP`, ktorú by sme mohli použiť takto `=LOOKUP(MAX( F3:F2494);F3:F2494;C3:C2494)`. Čo sme tomu Excelu práve povedali? Nech hľadá maximálnu hodnotu stĺpca F v stĺpci F, pričom ako výsledok chceme hodnotu zo stĺpca C (z rovnakého riadku, ako maximálna hodnota stĺpca F). Taktiež sme mohli tabuľku usporiadať podľa rýchlostí alebo použiť podmienené formátovanie.

Každopádne teraz už vieme, v ktorom čase mal Martin najväčšiu rýchlosť. Keď chceme zistiť akú dráhu mal za sebou, musíme zrátať všetky tie jednosekundové dráhy až po tento čas: `=SUM(F3:F1354)`. Dostaneme výsledok $9,72\,\mathrm{km}$. Ak chceme mať aj rýchlosť v pekných jednotkách, tak si ju môžme premeniť na $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ tak, že náš výsledok prenásobíme 3600 (lebo za hodinu Martin prejde $60 \cdot 60$ krát viac, ako za sekundu).

Priemernú rýchlosť zrátame ako celkovú dráhu za celkový čas. Celkovú dráhu vieme jednoducho vyrátať ako súčet všetkých dráh `=SUM(F3:F2494)` a celkový čas vyrátame ako rozdiel posledného a prvého, poprípade počet riadkov mínus dva. Tieto dve čísla vydelíme a dostávame výsledok $22,63\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$.

Musíme si vždy uvedomovať, s akými jednotkami pracujeme a teda aj v akých jednotkách budeme dostávať výsledky. Napríklad tu, keď chceme dostať výsledok v kilometroch za hodinu, tak vieme, že dráha musí byť v kilometroch a čas v hodinách.

Bodovanie: *Za samotné spracovanie dát* $1,5$ *b, za vyrátanie maximálnej rýchlosti* 2 *b, za vyrátanie priemernej rýchlosti* $1,5$ *b*