Celoslovenský korešpondenčný seminár z fyziky pre žiakov ZŠ a OG

Vzorové riešenia 2. série zimnej časti

Pikofyz, 12. ročník www.p-mat.sk/pikofyz šk. rok 2009/2010

Milá riešiteľka naša, milý riešiteľ náš! *Držíš v rukách vzorové riešenia príkladov druhej série zimnej časti. Nájdeš v nich správne vyriešené príklady ale aj dobré rady, ktoré využiješ pri riešení tretej série.*

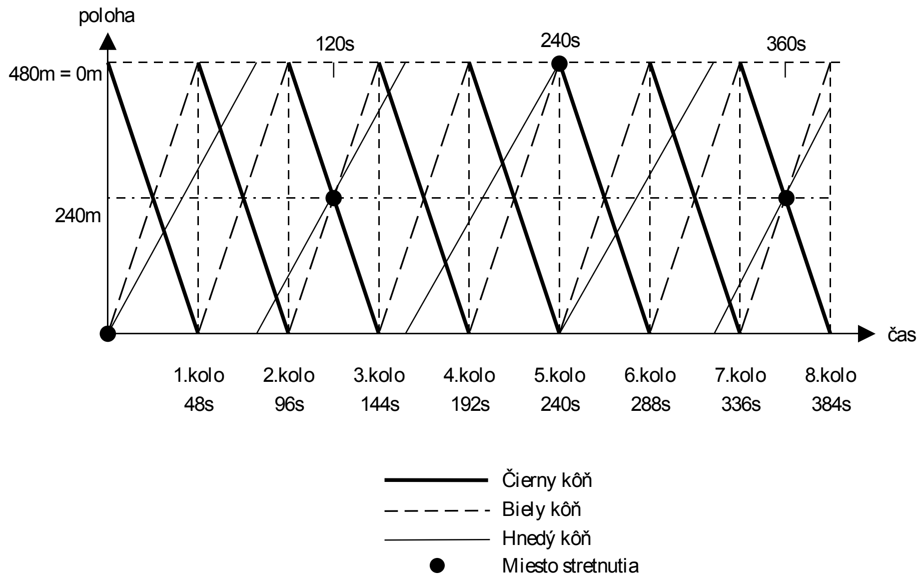
Príklad 1 - Kone v koliesku *opravoval Ján Bogár - Boogie*

Ahojte všetci... Na moje potešenie väčšina z vás tento príklad vyriešila správne. Väčšina si totiž všimla, že keď biely a čierny kôň pôjdu oproti sebe rovnakou rýchlosťou, tak sa budú stretávať dvakrát za každé kolo: v mieste štartu a v bode oproti nemu. Zrátali ste si teda kedy budú biely a čierny kôň v týchto miestach, a potom spočítali, či tam bude vtedy aj hnedý kôň.

Tento spôsob je samozrejme správny, ale funguje tak dobre len preto, že čierny a biely kôň išli proti sebe rovnakými rýchlosťami. Ak by boli rýchlosti iné, alebo väčší počet koní, riešiť úlohu týmto spôsobom by bolo náročnejšie. Vtedy je lepšie použiť názornejší spôsob: grafické riešenie. Jednoducho si pre každého koňa nakreslím graf polohy v závislosti od času. Kone sa stretnú tam, kde sa všetky tri grafy stretli.

Ako teda bude vyzerať taký graf? Na x-ovú os budem vynášať čas a na y-ovú os polohu koňa. Tú budem udávať ako vzdialenosť meranú po dráhe v smere v ktorom obiehajú biely a hnedý kôň. Zamerajme sa teraz na prvé kolo. Pre bieleho aj hnedého koňa to bude obyčajný graf dráhy v závislosti od času. Keďže kone sa pohybujú stále rovnakou rýchlosťou, tak tento graf bude pre nich priamka. Pre čierneho koňa to bude podobne. Čierny kôň sa hneď po vyštartovaní nachádza od štartu najďalej (keďže jeho vzdialenosť od štartu meriame v opačnom smere ako cvála) a postupne sa k nemu približuje. Takže jeho graf bude rovnaký ako graf bieleho koňa, akurát nebude smerovať nahor, ale nadol. Čo sa stane keď nejaký kôň prejde 480 m, čiže celé kolo? No, jednoducho prebehne štartom a teda jeho graf skočí zas na nulu. Keďže sklon grafu závisí len od rýchlosti, tak v každom kole budú grafy toho istého koňa rovnobežné.

Keďže viem, že grafy budú priamky, tak mi stačí nájsť dva body pre každý graf a tie spojiť. Prvý bod, v ktorom sa všetky tri kone určite nachádzajú, je štart (čiže



nulový čas a nulová vzdialenosť od štartu). Ďalšie body si zvolím tie, v ktorých kone prejdú jedno kolo. Takže na y-ovej osi to bude 480 m a na x-ovej osi zas čas v ktorom to dosahli, čiže:

$$t_{\text{biely}} = \frac{480\,\mathrm{m}}{10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = 48\,\mathrm{s},$$

$$t_{\text{čierny}} = \frac{480\,\mathrm{m}}{10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = 48\,\mathrm{s},$$

$$t_{\text{hnedý}} = \frac{480\,\mathrm{m}}{6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = 80\,\mathrm{s}.$$

Na grafe vidno, že kým najrýchlejší jazdci (biely a čierny) prešli osem koliečok, grafy všetkých troch jazdcov sa pretli v troch bodoch. To znamená, že boli všetci traja v jednom čase na jednom mieste, takže sa tam stretli. Jazdci sa teda stretli všetci traja práve trikrát (ak rátame aj stretnutie pri štarte, tak štyrikrát).

Bodovanie: *Zistenie, že kone sa stretajú vždy v polovici dráhy* 2 *b, správne určenie počtu stretnutí* 2,5 *b, slovné zdôvodnenie a komentár* 0,5 *b.*

Príklad 2 - Ešte zvláštnejšie zariadenie *opravovala Aďa Lešková*

V zadaní tohto experimentu nebolo zadané, akú loptičku máte používať, preto ste si mohli vybrať hocijakú. Vo vzorovom riešení budem používať veľkú skákalku. Vyberiem si taktiež 3 čo najrôznejšie podložky, aby sme videli, aký je rozdiel medzi výškami, do ktorých sa na nich odrazí skákalka.

Mojími podložkami boli koberec, drevený stôl a gumová podlaha. Pri každom meraní som spustila skákalku z danej výšky 1 m a zapamätala si na natiahnutom metri, do akej výšky sa skákalka odrazila po treťom odraze od podložky. Týchto meraní som urobila 5 pre každú podložku a urobila ich aritmetický priemer, aby som dostala presnejšiu hodnotu, ako keby som urobila iba jedno meranie. Odchýlky jedného merania môžu vzniknúť najmä ak si všimnem nesprávnu výšku (ak sa napríkld nepozerám kolmo na stupnicu), do ktorej skákalka vyskočila.

N	koberec	drevený stôl	gumová podlaha
1	15	39	54
2	17	37	55
3	16	42	53
4	17	43	51
5	14	40	50
priemer	15,8	40,2	52,6

Z nameraných hodnôt vidíme, že rôzne materiály sa rôzne ľahko deformujú. Loptička pri dopade na koberec očividne stráca viac svojej energie ako pri dopade na drevený stôl.

Bodovanie: 0,5 *b ste stratili, ak ste nejakým všeobecným záverom nezhodnotili experiment.* 1 *b ste stratili, ak ste nerobili aritmetický priemer z nameraných hodnôt. Ďalšie body som strhávala za nedostatočný postup a nepresnosti. Ak ste robili menej ako* 5 *meraní pre podložku, máte* 2 *b a menej.*

Príklad 3 - Deravá fľaša *opravoval Tomáš - Tomino - Jediný*

Krátko k ustálenej výške hladiny. Znamená to toľko, že jej výška sa nemení. Čiže do fľaše priteká presne toľko vody, koľko z nej odteká. To je potrebné dodržať počas celého merania.

Mnohí z vás tam ručne liali vodu z pohárov, čo nie je úplne presné. Lepšie bolo nastaviť si vodu z kohútika, nechať pod ním chvíľu fľašu, počkať, kým sa výška hladiny ustáli a potom začať merať.

Meranie bolo jednoduché. Stačilo zachytávať vodu vytekajúcu dierou vo fľaši do nejakej nádoby a potom za pomoci odmerného valca zmerať jej objem. Takisto sme museli merať, ako dlho nám voda do nádoby vyteká.

Objemový prietok je už len jednoduché $Q = \frac{V}{t}$ a jednotka je $\frac{ml}{s}$ alebo $\frac{cm^3}{s}$.

Presnejší výsledok dostaneme, keď nemeriame len jednu sekundu, ale dlhšie (napr. 15 s, 30 s, 1 min) a takisto keď experiment viackrát zopakujeme a výsledok spriemerujeme. Dôležité je ale zachovať parametre! Čiže nemeniť prietok z kohútika (aby bola výška ustálenej hladiny rovnaká) a veľkosť diery.

Ak pri konštantnej veľkosti dierky o trochu zväčšíme prietok, hladina nám stúpne, výtoková rýchlosť sa zväčší a hladina sa postupne ustáli. Ak zmenšíme prietok, hladina naopak klesne. Pri konštantnom prietoku zväčšenie dierky zase znamená zníženie hladiny, zmenšenie jej zvýšenie. Zmeny ale nie sú priamo úmerné.

Keďže každý si mohol zvoliť hocijako veľkú dieru, výšku hladiny alebo prítok, úloha nemá jednoznačné číselne riešenie, ktoré by platilo pre každého.

Bodovanie: *Dobre vykonaný experiment a jeho úplný opis* 5 *b, nerešpektovanie ustálenej hladiny* −2 *b. Ostatné chyby podľa závažnosti.*

Príklad 4 - Olej a voda *opravovala Katka Skúpa*

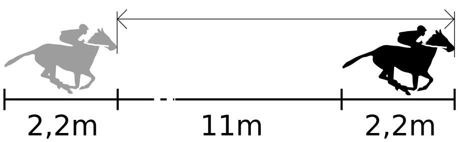
Keď porovnáme vodu a olej, zistíme, že olej má vyššiu teplotu varu a nižšiu hustotu ako voda. Teplota varu oleja sa pohybuje okolo 300℃, zatiaľ čo teplota varu vody je 100℃. Keď do oleja, zohriateho na takúto vysokú teplotu, nalejeme isté množstvo vody, tak voda začne najprv klesať v oleji kvôli svojej hustote, rýchlo sa však zohrieva. Keď dosiahne voda teplotu 100℃ zmení svoje skupenstvo z kvapalného na plynné, čiže na paru. Bublinky pary, ktorých hustota je oveľa nižšia ako hustota oleja, potom rýchlo stúpajú k hladine oleja a pri výstupe z neho vytlačia aj pár kvapiek oleja. A to je teda to prsknutie.

Keď vlejeme olej do vriacej vody, k žiadnemu prskaniu nedochádza. Olej, keďže má menšiu hustotu, zostane plávať na povrchu vody. Pri jeho zohriatí z izbovej teploty na 100℃ dochádza jedine k zväčšeniu objemu.

Bodovanie: 2,5 *b za uvedenie premeny vody na paru ako príčinu prskania oleja,* 1 *b za vplyv hustoty vody na prskanie oleja,* 1,5 *b za opis toho, čo sa stane, keď do vriacej vriacej vody vlejeme olej.*

Príklad 5 - Bezpečnostné opatrenia *opravovala Tina Batmendijnová*

Čo znamená, že jazdca nemá byť vidno? Nesmie byť vidno žiadnu časť jeho ani koňa. To znamená, že jazdec je „odfotiteľný“ od chvíle keď do našej 11 metrovej zóny vstúpi predná časť koňa, až po chvíľu, keď z nej zadná časť koňa vystúpi. Nestačí teda, aby prebehol daných 11 m, lebo vtedy sa ocitá jeho hlava na konci 11 metrového úseku. Musí teda prebehnúť ešte 2,2 m (čo je dĺžka koňa), aby bol už mimo záberu.



Dráha, ktorú musí prejsť je teda 11 m + 2,2 m = 13,2 m. Jazdec chce mať na prebeh čo najviac času, preto je pre neho najvýhodnejšie počkať kým fotoaparát urobí snímku a hneď potom sa rozbehnúť. Vtedy bude mať na prebehnutie 0,7 s, kým sa spraví ďalšia snímka. Vieme teda, že jazdec musí prejsť 13,2 m za 0,7 s. Tu je vhodné použiť vzorec pre výpočet rýchlosti, keďže poznáme dráhu aj čas, za ktorý ju treba prebehnúť:

$$v = \frac{s}{t}$$

kde s je dráha a t je čas. Po dosadení dostávame:

$$v = \frac{13{,}2\,\mathrm{m}}{0{,}7\,\mathrm{s}} = 18{,}86\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Takže najmenšia možná rýchlosť, ktorou jazdec môže ísť aby to stihol je 18,86 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

Bodovanie: *Za správne riešenie s vysvetlením jednotlivých krokov ste dostali* 5 *b. Ak niekto nevysvetlil jednotlivé kroky strhávala som* 0,1 *b až* 1 *b. Ak niekto počítal s dráhou* 15,4 *m dostal* 4 *b, za dráhu* 11 *m dostal* 3,5 *b. Niektorí z vás počítali, koľko krát sa kôň zmestí do dráhy - za takéto riešenie ste dostali* 1 *b.*

Príklad 6 - Žiariaci kryštál *opravoval Martin Lauko - Logik*

Zdá sa, že so žiariacim kryštálom ste problém nemali (o čom svedčí aj priemer 4,1 bodu), ale pre úplnosť si povedzme, ako to malo byť správne. Hlavne si všimnite, že riešením je nerovnosť (teda počítame maximálnu výšku).

Keď kryštál umiestnime do výšky h, na podlahe osvetlí kruh s polomerom $r = h$ (polomer sa rovná výške svetelného kužela). Celková osvetlená plocha teda bude

$$S = \pi h^2.$$

Kryštál má svetelný výkon $P = 470\,\mathrm{W}$. Tento sa na plochu S rozloží rovnomerne, preto na jednotku plochy pripadne výkon $p = P/S$. Zadanie požaduje, aby $p \geq p_0 = 3\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$, teda

$$p = \frac{P}{S} = \frac{P}{\pi \cdot h^2} \geq p_0$$

po úpravách

$$\frac{P}{\pi \cdot p_0} \geq h^2,$$

$$h \leq \sqrt{\frac{P}{\pi \cdot p_0}},$$

Keď dosadíme čísla, dostaneme

$$h \leq \sqrt{\frac{470\,\mathrm{W}}{\pi \cdot 3\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}}} = \sqrt{49{,}869}\,\mathrm{m} \doteq 7{,}06\,\mathrm{m}.$$

Teda kryštál treba umiestniť do výšky **maximálne** 706 cm. Ak ho dáme nižšie, svetelný výkon dopadajúci na podlahu bude väčší ako požadované 3 $\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$, čo tiež spĺňa podmienky zadania. Najvyššie ho však môžeme dať do vypočítanej výšky 7,06 m.

Častá chyba „nemôžeme ho dať nižšie?“ - súvisí s tým, že sme vypočítali maximálnu výšku, do ktorej kryštál môžeme dať. Ak bude nižšie, osvetlená plocha bude menšia a tak výkon dopadajúci na ňu bude väčší - stále však bude „aspoň 3 $\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$“, čo spĺňa podmienky zadania. Preto som vyžadoval aspoň v odpovedi zmienku o tom, že vypočítaná výška je maximálna.

Bodovanie: *Správne riešenie 5 b, chýbajúci komentár alebo zmienka o maximálnej výške −1 b, ostatné chyby podľa závažnosti.*

Príklad 7 - Meče vo vode *opravoval Ondrej Bogár - Bugý*

Hneď na začiatok upozornenie pre všetkých. **Gravitačná sila pôsobí na všetky telesá na Zemi.**

Ideme zistiť akú prácu vykonáme pri premiestňovaní telesa. Ak na teleso pôsobíme silou F po dráhe s, vykonaná práca bude $W = Fs$. Skôr ako začneme počítať, dohodnime sa, že všetky sily, ktorých smer je dohora budú s kladným znamienkom. Určili sem si tak kladný a záporný smer. Aby sme teleso zdvihli musíme prekonať tiažovú silu. Teda smerom hore musíme pôsobiť silou $F = mg$. Potom vykonaná práca bude

$$W_1 = mgs = V\rho_{\mathrm{t}}gs$$

Nebudeme dosádzať zatiaľ čísla, lebo lepšie sa nám bude pracovať s písmenkami. Ponáranie telesa je už trošku komplikovanejšie, lebo na teleso pôsobí nielen tiažová, ale aj vztlaková sila. Celková sila smerom dole je $F = -(F_{\mathrm{g}} - F_{\mathrm{vz}})$. Mínus je tu preto lebo je v zápornom smere (nadol). Keď si rovnicu trochu upravíme: $F = -(V\rho_{\mathrm{telesa}}g - V\rho_{\mathrm{vody}}g)$. Nami vykonaná práca pri ponárani slúži na prekonanie tejto sily. Tu sa pozastavme a porozmýšľajme. Ak bude $(F_{\mathrm{g}} > F_{\mathrm{vz}})$, bude výsledná sila pôsobiť smerom dole a teleso bude klesať aj samé bez našej pomoci. Teda ak $\rho_{\mathrm{t}} > \rho_{\mathrm{v}}$ tak $W_2 = 0$.

Poďme teraz preskúmať ostatné prípady. Môžeme si rozpísať prácu pri ponáraní: $W_2 = s(-(V\rho_{\mathrm{t}}g - V\rho_{\mathrm{v}}g))$. A to je to isté ako $W_2 = Vgs(\rho_{\mathrm{v}} - \rho_{\mathrm{t}})$. Súčin Vgs je pre to isté teleso konštantný. Preto o veľkosti oboch prác bude rozhodovať len hustota telesa a hustota vody. Hustota vody je konštanta, ktorú si nájdem v tabuľkách alebo na internete a je 1000 $\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$. Vypočítame pre aké hustoty telesa nastávajú jednotlivé situácie.

$$\begin{array}{lll} W_1 > W_2 & \rho_{\mathrm{t}} > (\rho_{\mathrm{v}} - \rho_{\mathrm{t}}) & \rho_{\mathrm{t}} > \frac{\rho_{\mathrm{v}}}{2} \Rightarrow \rho_{\mathrm{t}} > 500\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \\ W_1 < W_2 & \rho_{\mathrm{t}} < (\rho_{\mathrm{v}} - \rho_{\mathrm{t}}) & \rho_{\mathrm{t}} < \frac{\rho_{\mathrm{v}}}{2} \Rightarrow \rho_{\mathrm{t}} < 500\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \\ W_1 = W_2 & \rho_{\mathrm{t}} = (\rho_{\mathrm{v}} - \rho_{\mathrm{t}}) & \rho_{\mathrm{t}} = \frac{\rho_{\mathrm{v}}}{2} \Rightarrow \rho_{\mathrm{t}} = 500\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \end{array}$$

Dostali sme nasledujúce výsledky.

- Pre $\rho_t > 500\,\frac{kg}{m^3}$ je práca pri dvíhaní väčšia ako pri ponáraní.
- Pre $\rho_t < 500\,\frac{kg}{m^3}$ je práca pri dvíhaní menšia ako pri ponáraní.
- Pre $\rho_t = 500\,\frac{kg}{m^3}$ je práca pri dvíhaní rovnaká ako pri ponáraní.

Bodovanie: *Vzorec pre prácu 1 b, slovné zdôvodnenie a komentár 2 b. Za neuvažovanie gravitačnej sily pri ponáraní −1 b. Určenie dvoch konkretnych hodnôt hustoty max 4 b.*

Príklad 8 - Ohrievač *opravoval Tomáš Jančo - Janči*

Túto úlohu môžeme riešiť odpovedaním postupne na viacero otázok:

Koľko vody potrebujeme ohriať?

Chceme ohrievať vodu počas 24 hodín. V základných jednotkách, teda v sekundách to je $\tau = 24\,\mathrm{h} = 24 \cdot 60 \cdot 60\,\mathrm{s} = 86400\,\mathrm{s}$. Za sekundu pretečie ohrievačom 10 litrov, takže prietok $Q' = 10\,\frac{\ell}{\mathrm{s}} = 0{,}01\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}}$. Prietok je objem za čas: $Q' = \frac{V}{\tau}$, takže objem je:

$$V = Q' \cdot \tau = 0{,}01\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}} \cdot 86\,400\,\mathrm{s} = 864\,\mathrm{m}^3$$

Koľko tepla spotrebujeme na ohriatie vody?

Vodu chceme ohriať z $t_1 = 15\,^\circ\mathrm{C}$ na $t_2 = 70\,^\circ\mathrm{C}$, $\Delta t = (t_1 - t_2) = 55\,^\circ\mathrm{C}$. Kalorimetrická rovnica: $Q = m \cdot c \cdot \Delta t$, hmotnosť vody vypočítam z objemu a hustoty: $\rho = \frac{m}{V}$, $m = \rho \cdot V$

$$Q = \rho \cdot V \cdot c \cdot \Delta t = 1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot 864\,\mathrm{m}^3 \cdot 4180\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}\,^\circ\mathrm{C}} \cdot 55\,^\circ\mathrm{C} = 198\,633\,600\,000\,\mathrm{J} = 198\,633\,600\,\mathrm{kJ}$$

Koľko plynu nám dodá teplo potrebné na ohrev vody?

Máme zadanú výhrevnosť plynu. Už z jednotiek $\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{m}^3}$ môžeme usúdiť, že výhrevnosť je teplo uvolnené priemerne z jedného metra kubického látky: $H = \frac{Q}{V}$, objem potrebného plynu vyrátame ako

$$V_\mathrm{p} = \frac{Q}{H} = \frac{198\,633\,600\,\mathrm{kJ}}{39{,}7\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{m}^3}} \doteq 5\,003\,365{,}2\,\mathrm{m}^3$$

Za 24 hodín ohrievania spotrebujeme $5\,003\,365{,}2\,\mathrm{m}^3$ plynu.

Samozrejme ste nemuseli postupovať tak, ako ja. Mohli ste si odvodiť vzorec a dosadiť až doňho. No vtedy je potrebné uviesť, z akých vzorcov vychádzate a aj to, akú veličinu „skrývate“ pod akým písmenom. Hlavne dávajte pozor na premenu jednotiek. Istota je premeniť na základné, ale niekedy stačí použiť aj iné, pretože sa vykrátia - to je však vhodné vysvetliť.

Vo vašich riešeniach sa objavilo zopár opakujúcich sa chýb. Jednou bolo veľké zaokrúhľovanie. Treba si uvedomiť, že keď malé číslo, ktoré zaokrúhlime, vynásobíme X krát, tak chyba sa zväčší tiež X krát. Pri násobení spotreby plynu na ohriatie $10\,\ell$ vody, t.j. $57{,}9\,\mathrm{m}^3$ časom 86400 sekúnd to bolo priam tragické. Preto je lepšie najskôr počítať „veľké“ a až potom „malé“ čísla. Druhá chyba bola v zlom umiestnení desatinnej čiarky. Stalo sa to buď kvôli zlej premenene jednotiek (MJ, kJ, J) alebo kvôli nepozornosti prípadne z iných, nevysvetliteľných príčin.

Bodovanie: *Za správny výsledok boli udelené* 2 *b, no aj postup je dôležitý, takže zaň a za jeho vysvetlenie zvyšné* 3 *b.*