Celoslovenský korešpondenčný seminár z fyziky pre žiakov ZŠ a OG

PIKOFYZ

16. ročník www.pikofyz.sk šk. rok 2013/2014

Vzorové riešenia 2. série letnej časti

Príklad 1 - Bójka *opravovala Kikuš*

Tento príklad bol nakoniec o čosi zložitejší ako sa na prvý pohľad asi zdalo. Takže poďme pekne postupne. Lano je také dlhé, aby bójka voľne plávala pri výške hladiny maximálne $4{,}2$ m, pri vyššej hladine sa už lano napne. Znamená to, že pri výške $4{,}2$ m sú tiažová a vztlaková sila pôsobiaca na bójku (podľa uja Archimeda) v rovnováhe. Takže píšeme známu rovnosť:

$$F_{\mathrm{g}} = F_{\mathrm{vz}}$$

$$m \cdot g = S \cdot h \cdot \rho \cdot g$$

Géčka sa nám škrtnú, všetko okrem h poznáme, tak dosadíme a dostaneme ponor bójky pri výške hladiny $4{,}2$ m.

$$h = \frac{2\,\mathrm{kg}}{0{,}5\,\mathrm{m} \cdot 0{,}5\,\mathrm{m} \cdot 1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}} = 0{,}008\,\mathrm{m} = 0{,}8\,\mathrm{cm}$$

Keďže $0{,}8$ cm bójky je pod hladinou a lano je pri tejto výške hladiny napnuté (čo vieme zo zadania), musí mať lano dĺžku $4{,}2\,\mathrm{m} - 0{,}008\,\mathrm{m} =$ **4,192** m.

Keď je výška hladiny menšia ako $4{,}2$ m, ponor bójky zostane rovnaký, ale lano nie je napnuté, voľne si pláva vo vode. Ak budem zvyšovať výšku hladiny, lano bude napnuté a bude sa snažiť bójku stiahnuť pod hladinu. Čím bude hladina vody vyššie, tým bude sila ktorá napína lano väčšia, lebo tiažová sila sa nemení, to čo sa mení a zväčšuje je vztlaková sila. Z grafu zo zadania vidíme, že najvyššia hladina vody je v čase 3:20 a to približne $4{,}32$ m. Výsledná sila, ktorá bude pôsobiť na lano je **rozdiel vztlakovej a tiažovej sily** pôsobiacej na bójku (sily ktoré pôsobia na lano pre jednoduchosť zanedbáme). Vztlakovú silu počítame ako súčin **objemu ponorenej časti bójky**, hustoty kvapaliny = vody a gravitačného zrýchlenia. Objem ponorenej časti je: plocha bójky, ktorá sa ponára do vody, krát výška bójky, čo je ponorená. Vieme, že hladina má $4{,}32$ m a dĺžka lana je $4{,}192$ m, čiže ponorených je $0{,}128$ m. Dosadíme, a počítame :)

$$F = F_{\mathrm{vz}} - F_{\mathrm{g}} = S \cdot h \cdot \rho \cdot g - m \cdot g =$$

$$= 0{,}25\,\mathrm{mm} \cdot 0{,}128\,\mathrm{m} \cdot 1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} - 2\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 294{,}3\,\mathrm{N}$$

Bodovanie: *Za kompletné riešenie bolo samozrejme $5\ b$, keď ste počítali s dĺžkou lana $4,2$ m strhla som vám $-0,2\ b$ ak ste mali vypočítanú len tiažovú alebo vztlakovú silu tak ste prevažne dostali $2-4\ b$ v závislosti od toho, nad čím všetkým ste sa zamýšľali.*

Príklad 2 - Paparazzi *opravovali Samo a Supo*

Čaute! Tento príklad možno vyzerá na prvý pohľad jednoducho, no má zopár záludných miest. Tak hor sa do toho! Vieme, že ak sú turisti pri Capom plese vzdialení od seba 10 metrov zobrazia sa na čip vzdialený $0{,}05$ mm a že rozmery čipu sú $1{,}776$ cm $\times$ $0{,}987$ cm (to je $17{,}76$ mm$\times 9{,}87$ mm). Tak si vypočítame akú veľkú plochu vieme pokryť v tejto vzdialenosti záberom. Použijeme na to napr. trojčlenku:

$$0{,}05\,\text{mm}\,\ldots\ldots\ldots\,10\,\text{m}$$

$$17{,}76\,\text{mm}\,\ldots\ldots\ldots\,x\,\text{m}$$

$$\frac{x}{10}=\frac{17{,}76}{0{,}05}$$

$$x=3552\,\text{m}$$

to isté spravíme aj pre druhý rozmer a vyjde nám, že záberom pokryjeme výšku $y=1974$ m.

Vypočítali sme, že 3521 m $\times$ 1974 m pri Capom plese je 3600 px $\times$ 2000 px na fotografii. Pixel si možno predstaviť ako jeden maličký štvorček vyplnený jednou farbou. (To znamená, že na vzdialenosti 3552 m je 3600 px tak na 1 px pripadne v tomto prípade:

$$\frac{3552\,\text{m}}{3600}\doteq 0{,}987\,\text{m}$$

Otázne je, čo to znamená: „nesplynuli“. Niektorí ste sa tejto otázke venovali a rozoberali rôzne prípady, čo veľmi chválime, vždy je v riešení lepšie venovať sa čo i len potenciálne spornej otázke. Takmer všetci sme sa zhodli na tom, že pre jednoduchosť úvahy môžme považovať človeka za bod. Najčastejšie definície splynutia boli:

a) ak sa obaja ľudia zobrazia do rovnakého pixelu (predstavte si to tak, že sa nebude dať určiť, či je v pixeli 1 človek alebo 2 ľudia)

b) ak sa zobrazia do vedľajších pixelov a "zlejú sa"do jednej bodky, hoci bude väčšia než 1 pixel (takéto zoskupenie je zameniteľné so situáciou, keď sa na rozhraní dvoch pixelov nachádza jeden človek)

Vzhľadom na to, že ide iba o nesúlad definícií, rozhodli sme sa uznať ktorúkoľvek z týchto možností alebo akúkoľvek inú odôvodnenú. Väčšina z Vás však považovala za splynutie do pixelu prípad, keď sa obaja ľudia stretnú v jednom, čomu sa dá predísť tak, že vzdialenosť medzi nimi bude aspoň 1 pixel, teda $0{,}987$ m a to je to, čo sme chceli vypočítať. Hodnotu 1 sme uznali ako správny výsledok, ak ste k nej prišli pomocou výpočtu.

Alternatívny postup bol vypočítať si rozmer jedného pixelu na čipe a pomocou mierky zmenšenia (ako na geografii, pri práci s mapou) vypočítať, aká veľká časť krajiny sa na ňom zobrazí. Pixely sú podľa zadania štvorcové, teda je jedno, ktorý jeho rozmer vypočítam.

Vieme, že na dlhšiu stranu čipu ($1,776$ cm) pripadá 3600 px. Strana pixelu a má teda rozmer:

$$a = \frac{1{,}776\,\text{cm}}{3600} \doteq 0{,}000493\,\text{cm} = 0{,}00493\,\text{mm}$$

Vieme, že 10 m v skutočnosti zaberá na čipe $0{,}05$ mm, z čoho si vieme vypočítať mierku zmenšenia na čip z ako:

$$z = \frac{0{,}05\,\text{mm}}{10\,\text{m}} = \frac{0{,}05\,\text{mm}}{10000\,\text{mm}} = 0{,}000005 = 5 \cdot 10^{-6}$$

Dĺžka reálneho objektu l, ktorý sa zobrazí na $1px$ je potom:

$$l = \frac{a}{z} = \frac{0{,}00493\,\text{mm}}{0{,}000005} = 986\,\text{mm} = 98{,}6\,\text{cm}$$

Bolo samozrejme možné aj vypočítať, koľko-krát je pixel menší než zobrazenie 10 m, čo viedlo k rovnako správnemu výsledku.

Bodovanie: *Za výpočet reálneho rozmeru záberu alebo za výpočet veľkosti pixelu $2,5$ b. Za finálny výpočet minimálnej vzdialenosti turistov $2,5$ b alebo za akékoľvek alternatívne, správne a zrozumiteľne popísané riešenie 5 b. Za chyby, ktoré ovplyvnili výsledok alebo zjednodušenia, ktoré neumožňujú presný výpočet $-0,1$ b až -1 b podľa závažnosti. Za neúplné riešenie 0 b až 4 b podľa miery pochopenia a náročnosti úvahy.*

Príklad 3 - Kyvy *opravovala Domča*

Poslali ste nám kopu najrôznejších riešení a výsledkov, poďme sa teda pozrieť na to, ako to malo vyzerať. :)

Keďže ide o experiment, dôležité je zostrojiť si správnu aparatúru. Tá moja pozostávala z kartónu, prilepeného na stene, na ktorom som si narysovala priamku kolmú na podlahu a priamku, ktorá s ňou zviera 30° uhol a zaznačila polohu, do ktorej budem vychyľovať závažie. Tiež som si kolmicu na podlahu rozdelila na úseky po 10 cm, a pri každej druhej hodnote spravila aj priamky 10 cm vľavo a 10 cm vpravo od kolmice, kam budem umiestňovať zarážku. Do horného bodu som zapichla hrubšiu ihlu (kartón bol dosť hrubý, aby ju udržal) a na ňu zavesila závažie zostrojené z kovovej matice na tenkom lanku dĺžky 1 m. Zarážku som postupne umiestňovala do jednotlivých bodov, najprv len na pôvodnej kolmici, vychýlila závažie, pustila a snažila sa zachytiť letiace závažie v najvyššom bode

	meranie (výška v cm)					
y (cm)	1	2	3	4	5	priemer
10	4,3	4,2	5,2	5,5	6,3	5,10
20	8,2	6,7	7,1	7,0	9,1	7,62
30	6,2	7,5	7,5	8,1	7,3	7,32
40	7,8	7,1	7,3	8,7	8,0	7,78
50	6,6	7,6	8,0	7,8	9,2	7,84
60	7,4	8,2	7,6	9,1	9,7	8,40
70	7,6	8,4	7,7	9,0	7,7	8,08
80	7,8	7,2	8,0	8,0	8,3	7,86
90	8,9	6,7	7,5	7,5	7,6	7,64
100	7,2	7,2	8,3	9,1	9,1	8,18

Y je výška zarážky vzhľadom na závažie v rovnovážnej polohe jeho letu (podkladala som pod neho zošit), označila daný bod a odmerala jeho výšku od priamky rovnobežnej s podlahou, na úrovni závažia v rovnovážnej polohe. Keďže toto meranie je veľmi nepresné, pre každú polohu zarážky som meranie opakovala 5 krát, aby som dostala čo najpresnejší výsledok. Dostala som hodnoty ako v tabuľke vľavo.

Vidím, že okrem najnižšieho bodu (kedy je lanko príliš krátke), dostávam podobné výsledky, dosahujúce maximum vo výške 60 cm. Keďže úloha "kam dať zarážku"sa nevzťahuje len na y-ovú os (teda posúvanie hore-dolu), skúsim zarážku posunúť aj vľavo a vpravo. Keďže už mám predstavu, ako sa kyvadlo správa pri umiestnení zarážky v rôznych výškach, meriam už len v dvoch bodoch, najprv 10 cm vľavo od kolmice, potom vpravo.

	meranie (výška v cm)					
y (cm)	1	2	3	4	5	priemer
20	8,0	8,7	8,6	7,5	9,5	8,46
40	7,7	9,1	9,2	8,6	9,0	8,72
60	7,9	8,9	8,7	8,8	8,8	8,62
80	9,1	7,8	8,6	9,1	9,5	8,82

x = -10 cm (vľavo)

	meranie (výška v cm)					
y (cm)	1	2	3	4	5	priemer
20	7,0	7,7	6,8	7,2	6,8	7,10
40	7,0	6,8	7,7	8,2	7,8	7,50
60	8,5	6,6	8,4	7,2	7,6	7,66

x = +10 cm (vpravo)

Výsledky sú opäť podobné, tentokrát je tu však už väčší rozdiel - merania vľavo dosahujú väčšiu výšku než tie v strede a vpravo. Keďže platí zákon zachovania energie, pri ideálnom kyvadle sa všetka kinetická energia mení na potenciálnu a v najvyššom bode výkyvu by teda, bez ohľadu na polohu zarážky, malo kyvadlo dosahovať rovnaké hodnoty. Pri reálnom kyvadle sa však energia počas kmitu stráca, preto ak umiestnime zarážku viac vľavo, kyvadlo stihne stratiť menej energie a preto sa (priemerne) vyhupne vyššie.

Nepresnosti experimentu boli spôsobené predovšetkým mojim reakčným časom a neschopnosťou presne určiť výšku vyhupnutia (presnejšie výsledky by poskytla napr. analýza videa), chyby tiež mohli nastať pri vychyľovaní kyvadla o 30° uhol a pri samotnom lete kyvadla.

Bodovanie: *Keďže išlo o experiment, hodnotila som predovšetkým váš postup merania, nie správnosť výsledkov.* $5\ b$ *dostalo riešenie s popisom aparatúry a merania, tabuľkou (resp. grafom) s nameranými hodnotami pre viac (aspoň 5) polôh zarážky. Body som strhávala za nedostatočný popis, pokiaľ ste merali pe menej polôh zarážky alebo nevykonali viac experimentov pre každú polohu zarážky.*

Príklad 4 - Kung fu lávka *opravoval Mišo*

Tento príklad sa dal riešiť dvoma spôsobmi. Všeobecne alebo nevšeobecne cez pomer. V každom prípade vychádzame z Pascalovho zákona ktorý hovorí, že tlak v kvapaline je všade rovnaký.

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$$

Z toho vieme, že $\frac{F_1}{F_2} = \frac{S_1}{S_2} = \frac{6}{11}$. Tu ste niektorí dosadili za S_1 , S_2 a povedali si, že ak sú sily v takomto pomere, bude v takom pomere rozdelená aj lávka. Nevieme ale, ktorá časť lávky bude pri ktorom pieste. Na väčší piest musíme pôsobiť väčšou silou, aby vznikol tlak rovnaký ako na malom pieste, na ktorý pôsobíme menšou silou. Veľký piest = veľká sila = **kratšie rameno**. Tu ste sa mnohí pomýlili a vymenili medzi sebou časti lávky.

Späť ku všeobecnému riešeniu. Bod U v ktorom stojí učeň si môžme predstaviť ako os otáčania páky. Páka je v rovnováhe, keď platí $F_1 \cdot a_1 = F_2 \cdot a_2$ z toho vieme, že $\frac{F_1}{F_2} = \frac{a_2}{a_1}$ Ľavá strana tejto a rovnice vyššie sú rovnaké. Keďže ľavá strana sa rovná pravej , budú sa rovnať aj pravé strany a teda môžme písať $\frac{S_1}{S_2} = \frac{a_2}{a_1}$.
Ďalej vieme, že $a_1 + a_2 = 3$. Z toho si vyjadríme čomu sa rovná a_1 dosadíme do predchádzajúcej rovnice, upravíme a vyjde nám

$$a_1 = \frac{3 \cdot S_2}{S_1 + S_2} = 1{,}941\,\mathrm{m}$$

Takže učeň sa má postaviť $1{,}941$ m od malého piestu alebo $1{,}059$ m od veľkého piestu

Bodovanie: *Ak ste mali správny postup , výsledok* $5\ b$*. menej závažné chyby v postupe* $4\ b$ *až* $5\ b$*. Pri závažných chybách ale dobrému výsledku som strhával do* $3\ b$*. Pri zlom základe veľkých chybách ste dostali* $2\ b$ *až* $5\ b3\ b$ *.*

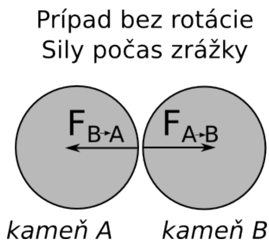
Príklad 5 - Curling pre fyzikov *opravoval Boogie*

Ahojte ľudkovia. Najprv si poďme rozobrať, aké sily to pôsobia v prípade, že kamene nerotujú. Kamene si označme A (ten čo naráža) a B (ten čo sa pred zrážkou nehýbal).

Ako vlastne vieme že nejaké sily vôbec pôsobia? Pozrime sa napríklad na druhý kameň: pred zrážkou stál na mieste a po zrážke sa pohyboval. Zmenil teda svoju rýchlosť a zmenu rýchlosti môže spôsobiť len pôsobiaca sila. Sila pri tom pôsobí vždy v rovnakom smere, v akom sa zmenila rýchlosť. Toto je obsahom druhého Newtonovho zákona.

Vieme teda, že počas zrážky pôsobil kameň A na kameň B silou v smere, v akom sa kameň B rozbehol. Na obrázku je táto sila označená $F_{A\to B}$. Teraz si len treba spomenúť na tretí Newtonov zákon (zákon akcie a reakcie): Ak teleso 1 pôsobí na teleso 2 silou F, tak aj teleso 2 pôsobí na teleso 1 silou, ktorá je rovnako veľká ako F, ale má opačný smer.

Vieme teda, že aj kameň B pôsobí počas zrážky na kameň A, a to silou $F_{B\to A}$, ktorá je rovnako veľká ako $F_{A\to B}$, ale má opačný smer. Obidve nájdete zakreslené v obrázku. Kamene sú tu nakreslené malý kúsok od seba, aby bolo zrejmé, ktorá sila pôsobí na ktorý kameň. V skutočnosti sa ale dotýkajú. Prečo pôsobia sily práve v bode kontaktu kameňov si povieme za chvíľu. Keďže veľkosti síl $F_{B\to A}$ a $F_{A\to B}$ boli počas zrážky rovnaké a kamene mali rovnakú hmotnosť, spôsobili obidve rovnako veľkú zmenu rýchlosti, len opačného smeru. Preto kameň B nabral rovnakú rýchlosť, akú kameň A stratil (ak už poznáte zákon zachovania hybnosti, tak tu sa vzal).



Kde sa tieto sily berú? Keď sa kamene tesne pred zrážkou prvý krát dotknú, ešte žiadne sily medzi nimi nepôsobia. Ako ale kameň A ide ďalej, kamene sa začnú deformovať (odporúčam vygoogliť si spomalené zábery golfovej loptičky narážajúcej na stenu). Tu začnú kamene pôsobiť ako pružina a odtláčať sa od seba. No a tu sa berú sily, ktoré zmenia ich pohyb, sú to vlastne sily pružnosti zdeformovaných kameňov. Týmito silami teda na seba kamene pôsobia len v mieste dotyku. Určite to nie je napríklad v ťažisku kameňov: v ťažisku pôsobí len gravitačná sila a pár ďalších vzácnych výnimiek (v skutočnosti pôsobia vždy v celom telese, ale výsledok je rovnaký, ako keby pôsobili len v ťažisku).

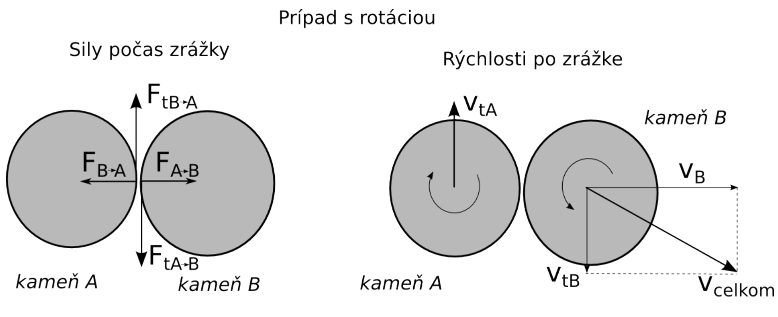
Toto bol prípad, keď kameň A pred zrážkou nerotoval. Čo ale ak bude rotovať? Sily $F_{A\to B}$ a $F_{B\to A}$ budú pôsobiť rovnako ako pred tým, lebo kamene sa znovu zrazia a začnú sa deformovať. Pribudnú ale ešte aj sily trenia.

Sila trenia je zvláštna v tom, ako funguje: keď vezmem teleso a budem sa ho snažiť trieť o nejaký povrch, tak sa oň „prilepí“ a na teleso bude pôsobiť trecia sila, ktorá bude vždy proti smeru tohoto šúchania. Trecia sila pôsobí vždy rovnobežne s povrchmi, ktoré o seba triem. (Pozri napr. článok Prečo krieda škrípe v 2. čísle 9. ročníku časopisu Triceléštrnásť).

Keby neexistovalo medzi kameňmi trenie, tak by sa kamene dotkli a začali deformovať ako pred tým, ale kameň A by pokračoval vo svojej rotácií. V realite ale proti tomu zakročí trecia sila, ktorou pôsobí povrch kameňa B na kameň A (označujem ju $F_{tB\to A}$) a začne spomaľovať rotáciu kameňa A. Tu si znovu spomeniem na zákon akcie a reakcie, z ktorého viem, že zároveň pôsobí kameň A na kameň B silou $F_{tA\to B}$, ktorá bude kameň B roztáčať v opačnom smere ako sa točil kameň A.

Ale pozor! Sila $F_{tA\to B}$ nebude kameň B len roztáčať- bude ako každá sila zároveň meniť rýchlosť, akou sa pohybuje (zas druhý Newtonov zákon). Dodá teda kameňu B rýchlosť v_{tB} v smere nadol. Tá sa zloží spolu s rýchlosťou v_B, ktorú dodá kameňu B sila $F_{A\to B}$ (tá bude rovnaká ako v prípade, keď kamene nerotovali), a výsledná rýchlosť (v_{celkom}) bude teda odklonená do strany oproti prípadu, keď kamene nerotovali.

Ako sa ale po zrážke bude pohybovať kameň A? Naň tiež pôsobia dve sily: $F_{B\to A}$ a $F_{tB\to A}$. Čo s ním ale urobí sila $F_{B\to A}$ už vieme: to isté ako v prípade keď kameň nerotoval, zastaví ho. Okrem nej ale pôsobí aj sila $F_{tB\to A}$, ktorá spomalí rotáciu kameňa a rozbehne ho v smere nahor rýchlosťou v_{tA} (ktorá je rovnako veľká ako v_{tB}, keďže obidva kamene majú rovnakú hmotnosť a sily $F_{tA\to B}$ a $F_{tB\to A}$ sú rovnako veľké). Kameň A sa teda bude pohybovať kolmo nahor. Celá situácia je zakreslená na druhom obrázku.



Bodovanie: *Za správne určený smer rotácie kameňov po zrážke $1\ b$, za správne zakreslené sily $2\ b$ a za správne určený výsledný smer pohybu oboch kameňov $2\ b$. Na plný počet z danej časti musela byť dostatočne slovne zdôvodnená.*