Celoslovenský korešpondenčný seminár z fyziky pre žiakov ZŠ a OG

PIKOFYZ

16. ročník www.pikofyz.sk šk. rok 2013/2014

Vzorové riešenia 3. série letnej časti

Príklad 1 - Vzdušná strava *opravoval Martin Lauko - Logik*

Čaute, takže ako Vám chutil balíček čipsov? Alebo skôr balíček vzduchu? :-) Pozrime sa, ako je to naozaj. Označme si m_1 hmotnosť, V_1 objem a ρ_1 hustotu čipsov v balíčku, m_2, V_2 a ρ_2 vzduch v balíčku. Podľa zadania je hmotnosť obsahu $m = 168\,\mathrm{g} - 8\,\mathrm{g} = 0{,}16\,\mathrm{kg}$, vnútorný objem balíčka $V = 1,2\,\ell = 0{,}0012\,\mathrm{m}^3$ (používame základné jednotky).

Pre hmotnosť obsahu balenia platí, že je zložená z hmotnosti čipsov a hmotnosti vzduchu, teda $m = m_1 + m_2$. Do prvej rovnice dosadíme vzťahy $m_1 = V_1\rho_1$ a $m_2 = V_2\rho_2$, pričom zo zadania $\rho_1 = 1200\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$, $\rho_2 = 1{,}3\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$:

$$m = V_1\rho_1 + V_2\rho_2 = V_1 \cdot 1200 + V_2 \cdot 1{,}3 = 0{,}16 \tag{1}$$

Zároveň pre vnútorný objem balíčku platí $V_1 + V_2 = V$, keďže V poznáme, môžeme si teda vyjadriť objem vzduchu ako $V_2 = V - V_1 = 0{,}0012 - V_1$ a dosadiť do (1):

$$V_1 \cdot 1200 + (0{,}0012 - V_1) \cdot 1{,}3 = 0{,}16 \tag{2}$$

po úpravách dostávame

$$V_1 \cdot 1198{,}7 = 0{,}15844 \qquad \Rightarrow \qquad V_1 \doteq 0{,}000132177\,\mathrm{m}^3$$

čo je hľadaný objem čipsov v balíčku. Nás však zaujíma, akú časť p celkového objemu balíčka tvoria čipsy, takže počítajme:

$$p = \frac{V_1}{V} = \frac{0{,}000132177\,\mathrm{m}^3}{0{,}0012\,\mathrm{m}^3} = 11{,}01475\% \doteq 11{,}01\%$$

Na záver dve poznámky:

(1) **Ohľadom presnosti:** ak by sme hmotnosť vzduchu úplne zanedbali, vyšiel by nám podiel $11{,}11\%$. Naopak, ak by sme uvažovali hmotnosť $1{,}2\,\ell$ vzduchu (bez odrátania objemu, ktorý zaberajú čipsy), podiel by bol $11{,}003\%$. Takže pozor na zaokrúhľovanie - inak môžeme vzduch rovno zanedbať.

(2) **Prečo sú to čipsy,** keď tvoria len 11% objemu? Pretože čipsy tvoria až 99% hmotnosti obsahu balíčka.

Bodovanie: *Kompletné a správne riešenie* $5\ b$*, riešenie s drobnými chybami* $4\ b$ *až* $4{,}5\ b$*, neúplné riešenie s dobrými myšlienkami* $2-3\ b$*, opisovači samozrejme* $0\ b$*.*

Príklad 2 - Mlyny *opravoval Matej Duník - Matt*

Keď chceme zodpovedať otázku, ktoré mlynské koleso poskytuje vyšší výkon, musíme sa najprv zamyslieť, čo to vlastne znamená „poskytovať výkon“. Výkon je práca za jednotku času. Čiže keď som hodinu dvíhal činky a vykonal som pri tom prácu 1800 Joulov, tak môj priemerný výkon za tú hodinu bol $1800\,\mathrm{J}/3600\,\mathrm{s} = 0{,}5\,\mathrm{W}$. Neveľa. Podstatné však je, že som mal nejakú energiu a tú som odovzdával činkám. Každú sekundu som odovzdal $0{,}5\,\mathrm{J}$.

Pozrime na mlynské koleso. To každú sekundu prijme nejakú energiu od vody a keby bolo dokonalé, tak všetku túto energiu môže zase odovzdať. Inými slovami, môže vykonať nejakú prácu, ktorej veľkosť je rovnaká ako energia, ktorú prijalo. Dokonca platí zákon, ktorý sa volá „Zákon zachovania energie“ a tento hovorí, že energia nemôže vznikať a zanikať. Len sa mení jej forma. Čiže keď sčítame všetku energiu v nejakom momente, súčet musí byť rovnaký, ako keď ju sčítame v inom momente.

V prvom prípade, teda pri kolese s horným náhonom, má voda v hornom koryte pohybovú energiu E_{k1} (lebo tečie) a aj polohovú E_p (lebo je hore - má možnosť padnúť dole). A keď dole vyteká, má už len nejakú pohybovú E_{k2}. Voda teda odovzdala energiu $E_{k1} + E_p - E_{k2}$. Túto energiu prijalo koleso a môže ju využiť. Keby sme navyše predpokladali, že voda vyteká rovnakou rýchlosťou ako priteká (to tak nemusí byť, ale pre zjednodušenie, nech je), tak potom $E_{k1} = E_{k2}$ a teda voda odovzdala práve energiu $E_{k1} + E_p - E_{k2} = E_{k1} + E_p - E_{k1} = E_p$.

Pozrime na druhý prípad. Tu pritekajúca voda nemá žiadnu polohovú energiu navyše. To znamená, že koleso získa energiu $E_{k1} - E_{k2}$. Čiže ak voda v tomto prípade nespomalí, tak opäť $E_{k1} = E_{k2}$. Čiže odovzdá kolesu energiu $E_{k1} - E_{k2} = E_{k1} - E_{k1} = 0$. To nie je veľa. Predpokladom fungovania takéhoto kolesa teda je, že voda tečie dosť rýchlo a výrazne spomalí, čím odovzdá väčšinu svojej pohybovej energie kolesu. Tu by som ešte upozornil, že keď voda spomalí, nezmení sa jej prietok, iba rýchlosť prúdenia - rovnaké množstvo vody pretečie širším korytom pomalšie.

Ľahko teda vidieť, že koleso s horným náhonom môže byť výrazne výkonnejšie.

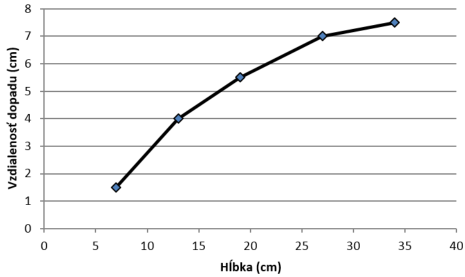
Otázky na zamyslenie: Kedy by bolo predsalen výkonnejšie koleso s dolným náhonom? (má to niečo s rýchlosťami vody). Keby bolo koleso ideálne, bez trenia a nič by nepoháňalo, zrýchľovalo by donekonečna (pri hornom/dolnom náhone)?

Bodovanie: *Tentokrát mi stačilo, že ste spomenuli, že pri hornom náhone pomáha aj gravitačná sila, alebo že voda odovzdáva aj polohovú energiu. To veľká väčšiná z vás zvládla za 5 b.*

Príklad 3 - Slamka - Kaskadér *opravovala Barbora Hoffmanová - Baška*

Úlohou v tomto experimente bolo nasimulovať pád auta z útesu. Správny experiment musí mať opis postupu, že čo sme vlastne merali. Takže poďme na to. Najprv som si zostrojila útes, hocijakú naklonenú rovinu, v mojom prípade to bol podlepený kartón ktorý zviera uhol 40 stupňov. Miesto auta som samozrejme používala slamku. Pod kartón som postupne dávala knihy, aby som mala spodný okraj naklonenej roviny v rôznych výškach nad zemou a teda, aby moja slamka mohla padať do rôznej hĺbky. Potom som postupne pre jednotlivé hĺbky púšťala slamku z vrchu naklonenej roviny a zisťovala som, ako ďaleko slamka dopadne. Snažila som sa odmerať presnú vzdialenosť kam dopadla slamka, na čo som používala krajčírsky meter. Bolo to dosť ťažké, pretože som musela dávať pozor, aby som zaznačila vzdialenosť ešte predtým, než sa slamka začne kotúľať. Pre jednotlivé hĺbky som merania zopakovala 3 krát a zaznačila som si ich do tabuľky. Do grafu som vyniesla ich aritmetický priemer.

h(cm)	l1(cm)	l2(cm)	l3(cm)	priemer l(cm)
7	1,5	1,7	1,3	1,5
13	3,8	4,2	4	4
19	5,8	5,5	5,2	5,5
27	7	7,4	6,6	7
34	7	7,5	8	7,5

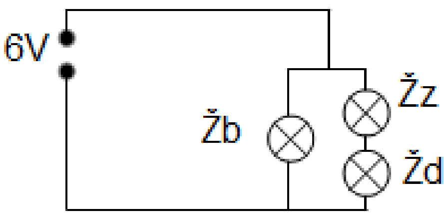


Obr. 1: Tabuľka a graf závislosti vzdialenosti dopadu od hĺbky útesu

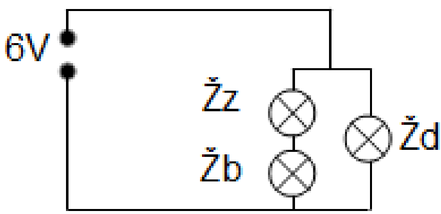
Bodovanie: *Ak ste správne opísali postup, dostali ste* $1\ b$*. Hlavnou myšlienkou experimentu bolo urobiť tabuľku z nameraných výsledkov a zostrojiť graf. Ak ste to urobili poriadne, dostali ste za každé* $2\ b$*.*

Príklad 4 - Mišova motorka *opravoval Milan Smolík - Jimi*

Skúsme sa bližšie pozrieť na polohy prepínača. Pre každú polohu prepínača si obvod prekreslíme:



Obr. 2: Prepínač vľavo



Obr. 3: Prepínač vpravo

Tu už vidíme, že oba prípady sú symetrické, preto nám stačí vyriešiť iba jeden. Zoberme si teda prvé zapojenie - s prepínačom vľavo. Máme dve paralelne zapojené vetvy - na jednej je žiarovka Žb a na druhej sú žiarovky Žz a Žd.

V paralelnom zapojení je na každej vetve rovnaké napätie, v našom prípade napätie zdroja 6 V. Na žiarovke Žb je tým pádom napätie 6 V a teda svieti.

V sériovom zapojení je však napätie delené, zatiaľ čo prúd zostáva rovnaký. Podľa Ohmovho zákona v tvare $I = \frac{U}{R}$ vieme, že pomer $\frac{U}{R}$ by mal byť rovnaký pre obe žiarovky. Ako ale zistíme ich odpor? Našťastie máme zadaný ich výkon, pre ktorý platí vzorec $P = \frac{U^2}{R}$. Podľa špecifikácii žiarovky Žz vieme, že $U = 6\,$V a $P = 5\,$W. Pre Žd platí, že $U = 6\,$V a $P = 25\,$W. Keď tieto hodnoty dosadíme do vzorca, vyjde nám že odpor Žz je 5 krát väčší ako odpor Žd. Keď tieto hodnoty dosadíme do pomeru, vyjde nám rovnica v tvare

$$\frac{U_{\text{Žz}}}{5R} = \frac{U_{\text{Žd}}}{R}$$

Kde R je odpor žiarovky do diaľky. Ešte však vieme že súčet napätí by mal byť $6\,$V. Po riešení týchto dvoch rovníc o dvoch neznámych (R z prvej vypadne) nám vyjde, že $U_{\text{Žz}} = 5\,$V a $U_{\text{Žd}} = 1\,$V.

5 Voltov je ešte blízko pôvodnej hodnote $6\,$V, teda zadná žiarovka bude svietiť. 1 Volt je však oveľa menej ako $6\,$V, a teda diaľková žiarovka svietiť nebude. Keďže žiarovky na blízko a na diaľku sú rovnaké, toto isté platí pre pravú polohu prepínača, avšak s rozdielom, že si vymenia svoje miesta.

Bodovanie: *Za správne pochopenie zapojenia bolo $1,5\ b$. Za slovné vysvetlenie princípu prečo jedna žiarovka nebude svietiť bolo $2\ b$. Za vypočítanie napätia na žiarovkách bolo $1,5\ b$.*

Príklad 5 - Mrakodrap *opravoval Vladimír Macko - Vlejd*

Šťastný lásky k fyzike čas Vám želám.

Pustíme sa rovno do toho. V princípe sú dve možnosti, ako danú úlohu riešiť. Čo vieme o zrkadlách? Uhol dopadu sa rovná uhlu odrazu. Druhé, pre nás momentálne nepodstatné tvrdenie je, že sa to celé deje v jednej rovine.

Ako sa ale dá ten uhol určiť, keď máme krivé zrkadlo? Predstavíme si, že krivé nie je. Inak povedané, zoberieme malý kúsok okolo miesta dopadu lúča a povieme si, že to je rovina (v našom dvojrozmernom prípade úsečka). Ako dobrá náhrada nám pomôže dotyčnica v danom bode. Potom si už len v bode dopadu narysujeme kolmicu na túto priamku a lúč preklopíme alebo inak prenesieme daný uhol. Toto opakujeme pre každý lúč. Tadá! Máme výsledok.

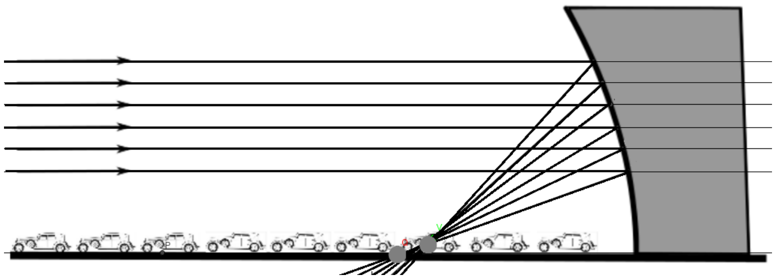
Aké to má výhody? Tento postup je úplne všeobecný. To znamená, že sa dá použiť na ľubovoľný tvar zrkadla. Má ale aj dve nevýhody. Zjavne je celkom pracný, lebo pre každý lúč musíme toho celkom dosť narysovať. Druhou nevýhodou je presnosť. Ak sa totiž budeme veľa rysovať na malom priestore, tak to nemusí vždy dopadnúť úplne presne. Podobne, ak chceme urobiť dotyčnicu na nejakú relatívne hrubú čiaru, tak sa niekoľkostupňovým nepresnostiam nevyhneme. Toto je ale čisto technická presnosť. Samotný postup je presný úplne.

Máme ale ešte jednu možnosť. Pre niektoré tvary totižto presne vieme, ako sa budú rovnobežné lúče správať. Vieme to napríklad pre presne parabolické zrkadlo. Od neho sa lúče rovnobežné s osou odrážajú do ohniska. Stačí teda nájsť parabolu, ktorá dostatočne dobre opisuje tvar nášho mrakodrapu. Potom zistíme jej ohnisko a tam budú smerovať všetky odrazené lúče. Značná výhoda tohoto postupu je, že je relatívne rýchly. Treba si ale uvedomiť, že to naozaj môžeme spraviť, a že sme týmto nahradením nestratili presnosť.

Druhá možnosť je nahradiť mrakodrap kružnicou. Tu to ale začne byť trochu komplikovanejšie. Toto nahradenie nám vie pomôcť dvomi spôsobmi. Vieme totiž veľmi ľahko a presne určovať dotyčnice v daných bodoch. Potom stačí zopakovať postup uvedený vyššie.

V škole sa ale učí ešte iná finta, a síce že rovnobežné lúče sa po dopade na guľové zrkadlo odrážajú do ohniska. Problém ale je, že to všeobecne neplatí. Platí to len vtedy, keď má zrkadlo dostatočne veľký polomer a lúče sú blízko optickej osi. Môžete si skúsiť túto úlohu vyriešiť najprv zákonom odrazu (ktorý určite platí a je to základ), a potom len pomocou ohniska. To, že sa vo väčšine prípadov používa postup s ohniskom, je kvôli tomu, že je oveľa rýchlejší a stále relatívne presný. Treba na to ale myslieť a strhával som za to body.

Aký je teda výsledok? To je trochu zaujímavá otázka. Niektorým z vás sa totiž stalo, že pri tlačení, alebo inej manipulácii s obrázkom sa mu zmenili rozmery. To sa ale riešilo operatívne. Každopádne, pre presne daný obrázok bola odpoveď nasledovná:



Môžeme vidieť, že všetky lúče prechádzajú tretím autom, ale nepretínajú sa v jednom bode. Pre zaujímavosť tam je aj bod, ktorý by sme dostali ak by sme zisťovali ohnisko (ten viac vľavo). Je vidieť, že rozdiel je minimálny, ale je tam.

Bodovanie: *Riešenie, ktoré použilo postup s kružnicou, ale neuviedlo, že nie je správny, mohlo získať najviac $3\ b$. Za spomenutie tohto faktu sa dal získať zvyšok. Za riešenie s uhlom dopadu a odrazu bolo $5\ b$, pokiaľ bolo dobre zdôvodnené. Za nepresnosti merania, alebo rysovania som strhával $1\ b$.*