Celoslovenský korešpondenčný seminár z fyziky pre žiakov ZŠ a OG

PIKOFYZ

17. ročník www.pikofyz.sk šk. rok 2014/2015

Vzorové riešenia 1. série letnej časti

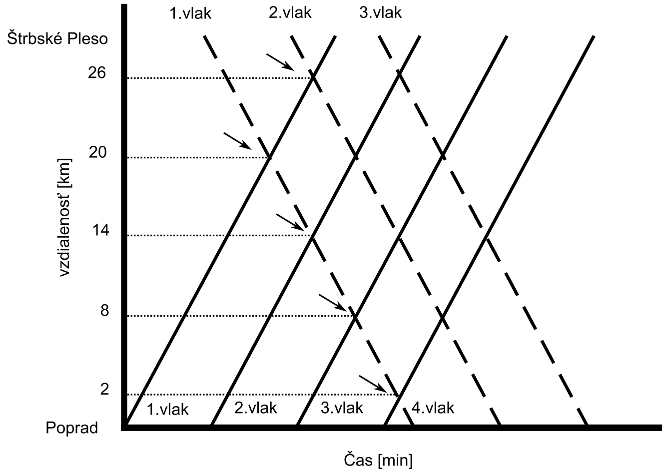
Príklad 1 - Polárne dobrodružstvo *opravovala Baša Hoffmannová*

Ak sa nad celým príkladom zamyslíme, tak dostávame veľa informácii už zo zadania. Ak by sme ťahali loď bez trenia, potrebovali by sme silu 325 N. Teda, museli by sme prekonať iba gravitačnú silu, ktorou loď pôsobí. Naši dobrodruhovia však musia ťahať loď do kopca silou 793 N. Je to sila, ktorú potrebovali vynaložiť na prekonanie gravitačnej a zároveň trecej sily. Teda si jednoducho môžeme vypočítať veľkosť trecej sily, ktorá na loď pôsobí ak ju ťahám do kopca a to nasledovne: $793\,\mathrm{N} – 325\,\mathrm{N} = 468\,\mathrm{N}$. Ak pôjdeme z kopca ani gravitačná ani trecia sila nezaniknú. Trecia sila len zmení svoj smer. Teraz bude pôsobiť proti gravitačnej, smerom do kopca. A keďže vieme že gravitačná sila je menšia ako trecia, pričom gravitačná nám pomáha pohybovať sa dole kopcom, musíme ich rozdiel prekonať. Ak ho prekonáme, budeme sa môcť začať kontrolovane pohybovať s loďou dole svahom. Tento rozdiel je nasledovný: $468\,\mathrm{N} – 325\,\mathrm{N} = 143\,\mathrm{N}$. Teda loď musíme dole kopcom ťahať, resp. tlačiť silou o veľkosti 143 N. Ak budeme pôsobiť takto veľkou silou, tak trecia sila bude prekonaná gravitačnou a silou ktorou pôsobíme a loď sa začne hýbať.

Bodovanie: *Vysvetlenie 3 b, dopočítanie (číselné vyjadrenie) 1 b, smer sily 1 b*

Príklad 2 - Grafikon *opravoval Ondrej Bugy Bogár*

Príklad vám išiel celkom dobre. Skoro všetci ste našli aspoň niektoré miesta, kde musia byť dve koľaje. Príklad ste mohli počítať pomocou vzorca $v = \frac{s}{t}$ pre každý vlak, ktorý je na trati. Tu sa ale môže stať, že sa ľahko pomýlite alebo na niektorý vlak zabudnete. Najjednoduchší spôsob je nakresliť si graf dráhy od času a do neho zakresliť všetky vlaky. Vlak sa pohybuje stále rovnakou rýchlosťou a preto jeho dráha bude priamka. Pre vlak z Popradu viem, že v nultej minúte bude na 0. km a o 73 minút bude na Štrbskom Plese, teda na 29. km. Prvý vlak zo Štrbského plesa (čiarkovane) vyráža o 28 minút po odchode vlaku z Popradu. Preto v čase 28 min bude na 29. km a do cieľa príde v čase 101 minút a vtedy bude na 0. km. Vlaky, ktoré vyrazia o pol hodinu neskôr budú na grafe predstavovať rovnobežné čiary vždy posunuté o 30 minút. Nakresliť si takto veľa vlakov nie je problém. Tam, kde sa graf ich dráh pretne, tam sú vlaky v rovnakom čase na rovnakom mieste a teda tam musí byť dvojitá koľaj.



Z grafu vidíme, že potrebujeme 5 miest kde sa môžu vlaky vyhnúť a to približne na 2. km, 8. km, 14. km, 20. km a 26. km z Popradu.

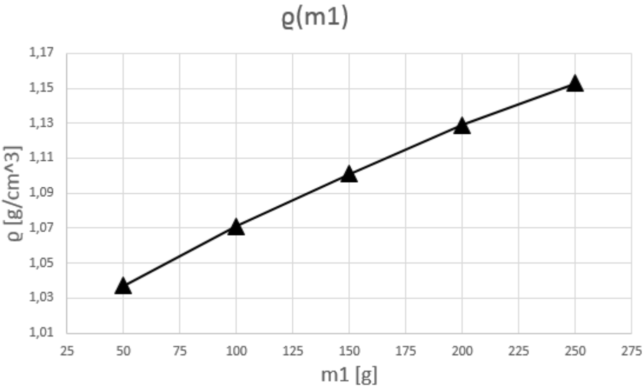
Bodovanie: *Ak ste našli všetkých 5 miest dostali ste $2\ b$ ak len 2 miesta tak $1\ b$. Za výpočet alebo pekné nakreslenie grafu $1\ b$ a za zdôvodnenie, ako ste postupovali, ste mohli získať $2\ b$.*

Príklad 3 - Sladká Ambrózia *opravovala Adel Mareková*

V tomto pokuse bolo treba zistiť, ako závisí hustota sladkej ambrózie od množstva pridaného cukru vo vode.

Postup: Položím odmerný valec alebo nádobu, z ktorej viem odčítať objem na kuchynskú váhu. Potom nalejem určité množstvo vody do nádoby. Odčítam jej objem z nádoby a jej hmotnosť vypočítam ako hmotnosť, ktorú mi ukazuje váha mínus hmotnosť nádoby. Ďalej pokračujem tak, ako sa píše v zadaní. Postupne pridávam cukor, ktorý samozrejme odvážim, a odčítavam objem a váhu z nádoby a váhy. Tento postup opakujem aspoň 5 krát. Alebo do vtedy, kým nie je roztok nasýtený, čiže dokým sa cukor ešte rozpúšťa. Z týchto nameraných hodnôt vypočítam hustou našej ambrózie pomocou vzorca $\rho = \frac{m}{V}$, kde m je celková hmotnosť ambrózie a V je jej celkový objem. Namerané a vypočítané hodnoty zapíšem do tabuľky. Následne vytvoríme graf závislosti hustoty ambrózie od množstva pridaného cukru.

meranie číslo	Hmotnosť pridaného cukru m1 [g]	Hmotnosť ambrózie m [g]	Objem ambrózie V [ml]	Hustota ambrózie ϱ [g/cm^3]
1.	50	550	530	1,037
2.	100	600	560	1,071
3.	150	650	590	1,101
4.	200	700	620	1,129
5.	250	750	650	1,153



Samozrejme, ako pri každom pokuse vznikajú odchýlky merania. V tomto prípade sú to nie úplne presné váhy, alebo nie úplne dobré odčítanie objemu. Pri tomto pokuse však mohli vzniknúť aj väčšie rozdiely v nameraných hodnotách a výsledkoch, pretože cukor sa rozpúšťa ináč rýchlo a aj iné množstvá v studenej a teplej vode.

Bodovanie: *Za postup merania* $0,5\ b$*, za aspoň* 5 *rôznych meraní* $0,5\ b$*, za tabuľku alebo vypísanie nameraných hodnôt* $1,5\ b$ *a za graf* $2,5\ b$*.*

Príklad 4 - Rytier Roland *opravoval Samuel Kočiščák*

V tomto príklade ste si museli uvedomiť 2 veľmi podstatné veci:

Jednou je to, že sústava oltára a meča je vlastne zapojením dvoch pák. Meč je pákou, pretože oltár naň tlačí bližšie k osi otáčania (ktorou je špička meča pritlačená o zem), než ako ďaleko od osi ho drží Roland. Druhou pákou je oltár samotný, keďže ho nedvíhame pod ťažiskom, ale ďalej od osi (ľavej dolnej hrany oltára).

Druhou dôležitou vecou je, že obe páky sú jednozvratné. Jednozvratná je taká páka, na ktorú pôsobia obe sily na rovnakej strane od osi otáčania (ako napríklad páčidlo). Druhým typom páky je dvojzvratná páka, teda taká, že sily na ňu pôsobia na oboch stranách od osi otáčania (ako napríklad hojdačka pre 2 ľudí). Taká sa však v tomto príklade nenachádza.

Na začiatok potrebujeme vypočítať hmotnosť kvádra. Vieme, že hmotnosť je súčinom hustoty a objemu $m = \rho \cdot V$. Objem vieme vypočítať ako súčin všetkých troch rozmerov kvádra $V = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3$. Spojením týchto dvoch vzťahov zistíme, že hmotnosť kvádra je $m = 975\,\text{kg}$. Potom vieme vypočítať silu, akou pôsobí kváder na zem $F_g = m \cdot g = 9750\,\text{N}$ (pri použitej konštante $g = 10\frac{\text{N}}{\text{kg}}$, inak sa výsledky môžu mierne líšiť).

Teraz musíme zistiť, akou silou F_o pôsobí oltár na meč. To zistíme pomocou momentu sily. Pre každú pevnú páku v pokoji platí, že súčet všetkých pôsobiacich momentov síl je nulový. Hovoríme o páke v pokoji, no naša páka sa má hýbať smerom hore. Pre naše účely je to však úplne jedno. Ak zistíme, akou silou by musel Roland ťahať meč, aby oltár udržal nadvihnutý nehybne tesne nad zemou, nájdeme hraničnú silu, teda takú silu, že akoukoľvek menšou silou oltár neudvihne ale akoukoľvek väčšou áno. Späť k momentu sily. Vieme jednoducho zistiť, akým momentom sily prispieva ťažisko. Moment sily je súčin pôsobiacej sily a dĺžky ramena (vzdialenosti od osi otáčania - ľavej dolnej hrany oltára). Ťažisko je v polovici dĺžky dolnej strany kvádra, teda $a_g = 0{,}25\,\text{m}$ od osi. Meč sa oltára dotýka vo vzdialenosti $a_o = 0{,}5\,\text{m}$ od osi. Keďže tieto dva momenty síl sú jediné, čo na páku pôsobia, môžme napísať rovnicu: $F_g \cdot a_g = F_o \cdot a_o$, ktorú môžme vhodne upraviť do tvaru:

$$F_o = F_g \cdot \frac{a_g}{a_o} = 9750\,\text{N} \cdot \frac{0,25}{0,5} = 4875\,\text{N}$$

Na to, že táto sila je polovičná oproti tiažovej sile pôsobiacej na kváder sa dalo prísť aj jednoduchou úvahou: keď je kváder veľmi jemne nadvihnutý (tak, že je prakticky rovno, avšak dotýka sa už iba meča v jednom bode vpravo a zeme iba v 1 bode vľavo), rozloží sa tiažová sila na 2 rovnako veľké sily pôsobiace v dvoch miestach. Teda jedným alebo druhým spôsobom, už poznáme silu, ktorou pôsobí oltár na meč vo vzdialenosti a_k od špičky. Použitím rovnakého postupu zistíme, že sila, ktorou musíme dvíhať rúčku meča vzdialenú a_m od špičky bude:

$$F = F_o \cdot \frac{a_k}{a_m} = 4875\,\text{N} \cdot \frac{0,1}{1} = 487{,}5\,\text{N}$$

Teda Roland musí ťahať silou $487,5\,\text{N}$ smerom hore (opačným smerom, než akým pôsobí kváder na meč). Na toto číslo sme mohli prísť aj úvahou: keď Roland pridvihne o 1 cm koniec meča, hrana kvádra sa pridvihne len o $0{,}1$ cm, pretože je 10-krát bližšie k osi otáčania. Keď sa jedna hrana kvádra pridvihne o $0{,}1$ cm a druhá o 0 cm, tak potom ťažisko, ktoré je v strede sa pridvihne o $0{,}05$ cm, teda 20-krát menej ako rúčka meča, potom zo zákona zachovania energie vidíme, že na rúčku meča stačilo pôsobiť $\frac{1}{20}$ tiažovej sily pôsobiacej na ťažisko kvádra.

Veľmi častou chybou bolo zlé určenie osi otáčania meča, teda ak ste určili, že meč je dvojzvratnou pákou s ramenami $0{,}9$ m a $0{,}1$ m. Takýto predpoklad viedol k výsledku 542 N, prípadne 1083 N, ak ste neuvažovali páku samotného oltára.

Bodovanie: *Za správne vypočítanie hmotnosti $1\ b$. Za správne určenie a spočítanie páky na oltáre $2\ b$. Za správne určenie a spočítanie páky meča $2\ b$ (za správne výpočet pôsobiacich momentov, avšak so zlou osou $0,5\ b$), alebo $5\ b$ za akýkoľvek iný správny postup.*

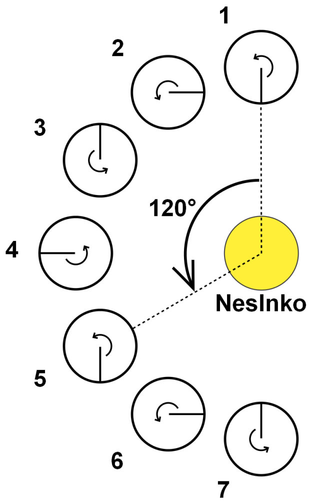
Príklad 5 - Nezem *opravoval Martin Lauko - Logik*

Pozdravujem z planéty Nezem! Ako viete, máme tu dni dlhé 300 tykadlomihov a jeden obeh okolo Neslnka trvá iba tri dni. Alebo nie? :-)

Najskôr si pripomeňme, aké pohyby vykonáva planéta Nezem:

1. **rotácia okolo vlastnej osi** proti smeru hodinových ručičiek, ktorá trvá 300 tm
2. **obeh okolo hviezdy** proti smeru hodinových ručičiek, ktorý trvá 900 tm

Zaujíma nás, ako dlho trvá deň na planéte Nezem - teda čas od východu slnka po ďalší východ slnka - **slnečný deň**. Môžeme však uvažovať aj čas od poludnia po ďalšie poludnie alebo od polnoci po ďalšiu polnoc, čo sú rovnako dlhé časy.



Skúsme si nakresliť pohyb Nezeme a jedného bodu na jej povrchu (čiara) po krokoch, vždy po otočení o 90° okolo vlastnej osi (teda po $360/4 = 75$ tm). Pritom za 75 tm Nezem prejde $360° \cdot 75/900 = 30°$ zo svojej obežnej dráhy (viď obrázok).

V polohe **1** je vyznačený bod otočený presne k slnku, je práve poludnie. Ďalšie polohy zobrazujú pootočenie o 90°. Všimnite si, že v **2** je ešte svetlo, kým v **3** a **4** už noc (rozmyslite si, prečo).

Poloha **5** zobrazuje dokončenie rotáciu o 360° - čiara smeruje opäť nadol. Avšak medzitým sa slnko na oblohe posunulo o 120° a na Nezemi je stále noc.

Poludnie nastane až po ďalších dvoch otočeniach v polohe **7**, kedy čiara smeruje opäť presne k slnku. Počas jedného dňa planéta prešla polovicu svojej dráhy okolo slnka, uplynulo teda $900/2 = 450$ tm.

Slnečný deň na Nezemi teda trvá **450 tm**, teda o niečo dlhšie, ako otočenie planéty okolo svojej osi. Hoci otáčanie aj obeh majú rovnaký smer (proti smeru hodinových ručičiek), v skutočnosti pôsobia proti sebe.

V náčrte nám to vyšlo, ale čo ak by sme neuhádli správne dieliky? Dá sa dĺžka dňa vypočítať aj presne? Áno, poďme na to.

Označme si t_1 dĺžku slnečného dňa v tykadlomihoch. Vybraný bod na planéte sa otočí vplyvom rotácie o uhol $t_1/300 \cdot 360°$, zároveň sa však kvôli obehu slnka vráti späť o uhol $t_1/900 \cdot 360°$. Hľadáme také t_1, aby prešiel celý deň, teda aby sa bod otočil o 360°:

$$\begin{aligned}\frac{t_1}{300} \cdot 360° - \frac{t_1}{900} \cdot 360° &= 360° && \Big/ \cdot \frac{900}{360°} \\ 3t_1 - t_1 = 2t_1 &= 900 && /:2 \\ t_1 &= 450\,\text{tm}\end{aligned}$$

Dostali sme rovnaký výsledok ako v prípade grafického riešenia.

Čo sa zmení, ak sa bude Nezem točiť okolo svojej opačne (teda v smere hodinových ručičiek)? V tom prípade obiehanie okolo slnka uhol otočenia bodu zväčší a tak stačí zmeniť znamienko. Môžeme vypočítať dĺžku dňa t_2:

$$\frac{t_2}{300} \cdot 360° + \frac{t_2}{900} \cdot 360° = 360° \quad \Rightarrow \quad 3t_2 + t_2 = 900 \quad \Rightarrow \quad t_2 = 225\,\text{tm}$$

Existujú aj ďalšie spôsoby výpočtu, stačí si napríklad uvedomiť, že počas roka dlhého 900 tm nastanú 3 dni -1 deň, resp. +1 deň kvôli obehu okolo Slnka (podľa smeru otáčania), výsledok však bude rovnaký.

Ako je to na Zemi? Niektorých z Vás pomýlilo, že na Zemi deň aj rotácia okolo osi trvá približne rovnako (1 deň); nie je však celkom pravda. Rotácia Zeme vzhľadom na vzdialené hviezdy (siderický deň) trvá priemerne 23 h 56 min 4 s, zvyšné 3 min a 56 sekúnd spôsobuje práve obeh okolo Slnka. Ak by sa Zem otáčala opačným smerom, aj náš slnečný deň by trval kratšie, hoci iba o niekoľko minút.

Bodovanie: *Kompletné a správne riešenie* 5 b*, riešenie s drobnými chybami* 4 b *až* $4{,}5$ b*, neúplné riešenie s dobrými myšlienkami* $2-3$ b*, za odpoveď 300* 1 b*.*