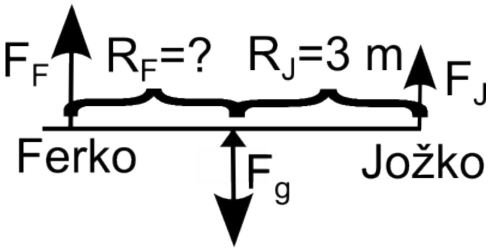
Vzorové riešenia 3. série letnej časti

Príklad 1 - Trám *opravovala Zuzana Bum Bogárová*

Ahojte, poďme spolu rozlusknúť tento príklad. Tak ako prvé si zopakujeme, čo vieme zo zadania. Vieme dĺžku trámu $l = 6$ m. Je nám známe, že Jožko je na konci trámu a na Ferka trám tlačí o 50% väčšou silou ako na Jožka. Silu, ktorou tlačí trám na Jožka, označíme F_J. Sila, ktorá tlačí na Ferka, je F_F. Keďže na Ferka tlačí trám o 50% väčšou silou ako na Jožka, potom:

$$F_\mathsf{F} = 1,5 \cdot F_\mathsf{J}$$

Trám má ťažisko v jeho strede a to znamená pre nás, že ak si predstavíme trám ako páku, so stredom otáčania v strede trámu, tak jeho rameno smerom k Jožkovi je $r_\mathsf{J} = 3$ m. A dĺžku ramena smerom k Ferkovi sa snažíme zistiť: $r_\mathsf{F} =?$. Keďže trám je ako páka, musí platiť rovnosť momentov síl.



Obr. 1: Trám ako páka

$$F_\mathsf{J} \cdot r_\mathsf{J} = F_\mathsf{F} \cdot r_\mathsf{F}$$

Dosadíme za F_F a za r_J a upravujeme rovnicu.

$$F_\mathsf{J} \cdot 3\,\mathsf{m} = 1,5 \cdot F_\mathsf{J} \cdot r_\mathsf{F}$$

$$3\,\mathsf{m} = 1,5 \cdot r_\mathsf{F}$$

$$r_\mathsf{F} = \frac{3\,\mathsf{m}}{1,5}$$

$$r_{\text{F}} = 2\,\text{m}$$

Takže vidíme, že Ferko je od stredu trámu vzdialený $2\,\text{m}$. Ale v zadaní je otázka, ako ďaleko je Ferko od konca trámu. No a to je už jednoduché, je to $1\,\text{m}$.

Bodovanie: *Za správne vypočítanie vzdialenosti, kde sa nachádza Ferko $2\ b$. Za správny postup $1\ b$. Za správne použité momenty síl $1\ b$. Ak ste pochopili, že na Ferka je vyvíjaná $1,5$-krát väčšia sila ako na Jožka, tak $1\ b$.*

Príklad 2 - Zlatá horúčka *opravovala Dominika Iždinská*

Zamyslime sa najskôr, akú silu bude žeriav pri plnení svojej úlohy prekonávať. Na mince určite pôsobí **gravitačná sila** F_{g}, ktorá ich tlačí ku dnu, teda proti našej snahe vytiahnuť ich nad hladinu. Túto silu vypočítame ako $F_{\text{g}} = m \cdot g$. Okrem toho je tu ale aj **vztlaková sila** F_{vz}, ktorá, naopak, pôsobí smerom nahor a teda žeriavu "pomáha". Jej veľkosť vypočítame ako $F_{\text{vz}} = V \cdot \rho_{\text{k}} \cdot g$, kde V je objem mincí pod hladinou a ρ_{k} hustota kvapaliny, v našom prípade morskej vody. Výsledná sila, ktorú musí žeriav vyvinúť, bude potom rozdielom týchto dvoch síl. Zapísané matematicky:

$$F = F_{\text{g}} - F_{\text{vz}}$$

$$F = (m \cdot g) - (V \cdot \rho_{\text{k}} \cdot g)$$

$$F = (m \cdot g) - (\frac{m}{\rho_{\text{Au}}} \cdot \rho_{\text{k}} \cdot g)$$

$$F = (m \cdot g) \cdot (1 - \frac{\rho_{\text{k}}}{\rho_{\text{Au}}})$$

Objem mincí sme si vyjadrili ako podiel ich hmotnosti m a hustoty zlata ρ_{Au}. Už stačí len dosadiť konkrétne čísla. Hmotnosť mincí poznáme zo zadania, $m = 4\,\text{t} = 4000\,\text{kg}$. Hustotu zlata nájdeme v tabuľkách, je to niečo okolo $19320\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Presná hustota morskej vody závisí od rôznych faktorov, ja som počítala s hodnotou $1025\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Gravitačné zrýchlenie je $g = 9{,}81\,\frac{\text{N}}{\text{kg}}$. Po dosadení dostávame:

$$F = (4000\,\text{kg} \cdot 9,81\frac{N}{kg}) \cdot (1 - \frac{1025\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{19320\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}})$$

$$F = 37{,}1\,\text{kN}$$

Ako ste si niektorí všimli, v zadaní máme aj údaj o hĺbke, v ktorej sa mince nachádzajú. Ten ale pri výpočte nevyužívame, keďže hĺbka nemá na veľkosť vztlakovej sily nijaký vplyv. Hodil by sa nám vtedy, ak by sme potrebovali vypočítať prácu, ktorú žeriav pri vyťahovaní mincí vykoná.

Bodovanie: *Tento príklad väčšina z vás zvládla výborne :) Za správny výpočet s dostatočným zdôvodnením bolo $5\ b$, z toho $2\ b$ za výpočet gravitačnej a $2\ b$ za výpočet vztlakovej sily, $1\ b$ za výslednú silu. $0{,}5\ b$ som strhávala, ak ste uvažovali sladkú vodu miesto morskej.*

Príklad 3 - Hádanka *opravovala Barbora Baša Hoffmannová*

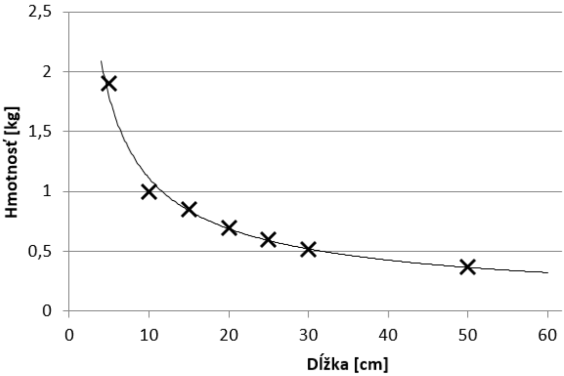
Pri tomto experimente sme si ako prvé vytvorili aparatúru, na ktorej sme merali. Použili sme množstvo kníh, ktoré sme poukladali na seba v dvoch radoch. Bolo dôležité, aby boli dosť vysoké, aby sme pri zaťažovaní špajdle mali dostatok miesta na závažie. Na vrchnú knihu oboch kôp sme pripli štipec, aby sme mohli poriadne upevniť špajdľu, a aby sa počas merania nestalo to, že miesto toho, aby sa zlomila, tak sa napríklad skotúľa.

Z klasických špajdlí sme si vyhotovili rôzne dĺžky: 5 cm, 10 cm, 15 cm, 20 cm, 25 cm a 30 cm. Postupne sme ich jednu po druhej upevňovali medzi štipce a zakaždým do ich stredu nasadili malú darčekovú taštičku. Pridávali sme rôzne zaťažia, až kým sa nezlomila a potom sme zlomenú špajdľu vymenili za dlhšiu, pričom sme taštičku so závažím odvážili.

Hodnoty, ktoré sme dostali z váženia, sme postupne vyniesli do tabuľky pre jednotlivé dĺžky a tiež do grafu. Z grafu sme na záver odčítali, akú hmotnosť by zvládla 50 cm dlhá špajdľa, a to pomocou prekrytia čím najväčšieho počtu bodov nášho experimentu.

Keďže sme spracovávali výsledky pomocou programu Excel, pomohla nám jednoduchá funkcia, ktorá prekrývala najpresnejšie všetky body a potom sme odčítali jej hodnotu na osi y pre dĺžku 50 cm z osi x. Ak ste to nerobili v programe, ale rysovali ste svoj graf, tak ste sa následne snažili znova prekryť vaše body merania a odčítali ste následne hodnoty pre os y pri dĺžke 50 cm. Podstatné bolo všimnúť si, že body na grafe sa nemenia lineárne, a teda ich nebolo možné prekryť jednoduchou priamkou. To poukazovalo na to, že závislosť dĺžky špajdle od hmotnosti pri ktorej sa zlomí, sa nezmenšuje rovnomerne. V našom prípade to bola hmotnosť 370 g pred tým, ako by sa špajdľa zlomila.

Dĺžka špajdle [cm]	Hmotnosť závažia [kg]
5	1,9
10	1,0
15	0,9
20	0,7
25	0,6
30	0,5



Bodovanie: *Za rôzne dĺžky špajdlí* $1\ b$, *za správny graf* $2\ b$, *za postup* $1\ b$ *a za odčítanie odpovede z grafu* $1\ b$.

Príklad 4 - Elektrická improvizácia *opravovala Kristína Komanová*

Keďže máme len 2 baterky, spôsobov zapojenia nie je veľa. Buď ich dáme sériovo (za sebou) alebo paralelne. Je ešte jedna možnosť a to, že najprv dáme jednu baterku a keď sa vybije zapojíme druhú, ale toto riešenie je identické so zapojením paralelne.

Poďme si najskôr povedať, čo znamená, že kapacita baterky je $800\,\text{mAh}$, lebo s tým bol asi najväčší problém. Znamená to, že keby baterka vydávala $800\,\text{mA}$, vydržala by iba hodinu. A to, koľko vydrží, ak by dodávala slabší prúd je dané nepriamo úmerne. Ak sú baterky zapojené v schéme sériovo, prechádza obidvoma rovnaký prúd. Ak ich zapojíme paralelne, prúd každou z nich bude polovičný. Paralelne zapojené baterky preto vydržia 2x dlhšie a ich spoločná kapacita bude $2 \cdot 800\,\text{mAh}$.

Vieme, že odpor žiarovky sa nemení, tak si ho poďme vypočítať: $R = \frac{U}{I} = \frac{2\,\text{V}}{0{,}1\,\text{A}} = 20\,\Omega$

Zamerajme sa teraz na otázky. Kedy bude žiarovka svietiť najsilnejšie? Vtedy, keď bude najväčšie napätie na žiarovke. To je, ak zapojíme baterky do série. Pri sériovom zapojení sa napätie zo zdrojov sčíta, v našom prípade je $U = 3\,\text{V}$. Z toho prúd, ktorý prechádza žiarovkou, vypočítame z Ohmovho zákona $I = \frac{U}{R} = \frac{3\,\text{V}}{20\,\Omega} = 0{,}15\,\text{A}$. Keďže kapacita bateriek je $800\,\text{mAh}$ a žiarovkou preteká prúd $0{,}15\,\text{A}$, vydržia svietiť $\frac{800\,\text{mAh}}{150\,\text{mA}} = 5{,}33333\,\text{h} = 5\,\text{h}\,20\,\text{min}$.

A kedy vydržia baterky svietiť čo najdlhšie? Keď ich zapojíme paralelne. Výpočtovo postupujeme úplne rovnako. Napätie sa tentoraz nesčítava, čiže je $1{,}5\,\text{V}$, spoločná kapacita je $1600\,\text{mAh}$ a prúd si vypočítame: $I = \frac{U}{R} = \frac{1{,}5\,\text{V}}{20\,\Omega} = 0{,}075\,\text{A}$. Fanfáry pred posledným výpočtom...

$$\frac{1600\,\text{mAh}}{75\,\text{mA}} = 21{,}33333\,\text{h} = 21\,\text{h}\,20\,\text{min}$$

Bodovanie: *Za správne riešenie je samozrejme 5 b. Ak ste v oboch častiach počítali s rovnakou kapacitou, dostali ste $4{,}5$ b. Za riešenia odchyľujúce sa od správnych výsledkov ste dostali od 1 b do 4 b, podľa toho, ako veľmi ste sa odchýlili. Ak vám chýbal akýkoľvek komentár, tak ste navyše prišli ešte o nejaké body.*

Príklad 5 - Boom! *opravoval Milan „Jimi“ Smolík*

Na to, aby sa slnečné svetlo stretlo presne v ohnisku, sa slnko musí nachádzať kolmo na šošovku lupy - to znamená, že sa musí nachádzať 45° nad obzorom. Keďže je rovnodennosť, tak deň aj noc budú trvať 12 hodín, s východom slnka o šiestej a západom tiež o šiestej hodine (slnko bude 0° nad povrchom zeme). Na poludnie bude slnko v nadhlavníku - presne nad hlavou, teda v uhle 90° na povrch zeme. Na „polceste“ medzi dvanástou hodinou a šiestou hodinou je slnko o tretej hodine. Preto o tretej bude slnko v uhle 45° nad zemou, jeho lúče sa skoncentrujú a prach sa zapáli.

Bodovanie: *Za správne určenie významu rovnodennosti 1 b, za vypočítanie správneho uhlu na zem 2 b, za správne určenie hodiny výbuchu 2 b.*