



Vzorové riešenia 1. série zimnej časti

Príklad 1 - Senožrút opravovala Zuzana Bum Bogárová

Ahojte. Tak na začiatku si pozrieme, čo vieme zo zadania. Vieme, že Pejko spapá 2 kg za 160 min, čo je 1 kg za 80 min. Ak Pejko cvála 5 min, tak spotrebuje 78 g sena. Behá rýchlosťou $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ a my chceme vedieť, ako dlho bude bežať 30 km. Vypočítame to pomocou vzorčeka, kde t je čas čo chceme zistiť, $s = 30 \text{ km}$ a $v = 60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$:

$$t = \frac{s}{v}$$

$$t = \frac{30 \text{ km}}{60 \frac{\text{km}}{\text{h}}}$$

$$t = 0,5 \text{ h} = 30 \text{ min}$$

Ak na každých 5 minút cvalu spotrebuje 78 g sena, tak na 30 min spotrebuje šesť krát viac sena, pretože $\frac{30 \text{ min}}{5 \text{ min}} = 6$, čo je teda $78 \text{ g} \cdot 6 = 468 \text{ g} = 0,468 \text{ kg}$.

Teraz nám už iba stačí vypočítať, ako dlho bude Pejko tých 0,468 kg sena jesť. Existuje viacero spôsobov, ako to vypočítať a ja som si vybrala jeden. Vieme zo zadania, že Pejko spapá 1 kg za 80 min. Teraz vypočítame, za aký čas Pejko zje 1 g sena, čo je $\frac{80 \text{ min}}{1000 \text{ g}} = 0,08 \frac{\text{min}}{\text{g}}$. Takže 1 g sena zje za 0,08 min. Teraz už iba vypočítam čas, za ktorý zje 468 g sena:

$$t = 468 \text{ g} \cdot 0,08 \frac{\text{min}}{\text{g}}$$

$$t = 37,44 \text{ min}$$

Tadáááá máme výsledok. Takže Pejko musí zrať 37,44 min aby mohol odbehnúť 30 km.

Niektorí ste pochopili zo zadania, že Pejko už v brušku má 78 g predtým, ako začne jesť ďalej, tak Vám výsledná hodnota sena čo musí spapať vyšla 390 g a celkový čas jedenia 31,2 min. Aj toto je správne riešenie.

Bodovanie: Za správne vypočítanie času, ktorý koník pobeží 1 b. Za správne vypočítanú hodnotu celkovej hmotnosti sena, ktorú musí Pejko zožrať 1 b. Za opisanie postupu 2 b a za správny celkový výsledok 1 b.

Príklad 2 - Proti prúdu opravovala Majka Vlachynská

Podme si na začiatok zhrnúť čo poznáme. Vieme že Tomáš vesloval proti prúdu 20 minút kým si všimol, že mu chýba desiata. Kým sa otočil a stihol ju dohnať, desiata preplávala 2 km. Ďalej vieme, že Tomášova rýchlosť sa vzhľadom na vodu nemenila, takže celý čas vesloval rovnakou rýchlosťou. Ako si z týchto informácií vieme vypočítať rýchlosť prúdu rieky?

Pozrime sa na to z pohľadu rieky. Predstavme si, že spolu s desiata padla Tomášovi do vody aj kamera. Tá si bude plávať po rieke vedľa desiaty rovnakou rýchlosťou. Je jasné, že keď plávajú vedľa seba, bude to na zábere z kamery vyzerat', že škatuľka s desiata sa nehýbe a stojí na mieste. Tomáš sa však od nich na zábere bude vzdal'ovať preč svojou rýchlosťou 20 minút, a potom sa zas tou istou rýchlosťou (keďže je to rýchlosť vzhľadom na vodu, takže aj na desiata a kameru, ktoré na zábere stoja) približovat'. Keďže desiatová škatuľka stojí na mieste, a Tomáš sa najskôr pohybuje od nej a potom späť tou istou rýchlosťou, tieto dva úseky mu budú trvať tak isto.

Takže Tomáš vesluje dokopy 40 minút, kým sa dostane ku svojej desiata. V skutočnosti však desiata prešla úsek dlhý 2 km, a teda si vieme tieto dva údaje dosadiť do vzorca a dostaneme rýchlosť rieky

$$v = \frac{s}{t} = \frac{2 \text{ km}}{40 \text{ min}} = 3 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Tento príklad sa dal samozrejme riešiť aj inak, a to postupným vyjadrovaním jednotlivých úsekov, odpočítavaním neznámej rýchlosti rieky, no v tom sa dá veľmi ľahko zamotať, a podaktorým sa to aj podarilo... Najčastejšia chyba však bola, že úsek 2 km niektorí z Vás delili časom 20 min, čo však bol len čas, kým sa Tomáš otočil. V tom momente desiata ešte neprekonalala danú dráhu, ale iba časť z nej. 2 km preplávala až po tom, čo ju Tomáš dobehol.

Bodovanie: *Dostať ste mohli 5 bodov. Za správny výsledok 1 b, za správne odôvodnenie 1 b, za postup 2 b, a nakoniec za správny výpočet 1 b*

Príklad 3 - Hrnčekový recept opravovala Adela Mareková

V tomto experimente bolo potrebné zistiť objem zmesi po zmiešaní 2 rôznych ingrediencií. Ja osobne som použila polohrubú pšeničnú múku, malú bielu fazuľu, dlhozrnnú ryžu, a kuchynskú soľ.

Postup: Ako prvé som si do hrnčekov nasypala ingrediencie. V každom z nich bola iná potravinu s objemom 200ml. Potom som si zobrala väčšiu odmerku kde som 2 z nich nasypala. Najprv som zmiešala fazuľu s ryžou. Po dôkladnom premiešaní tejto zmesi som z odmerky odčítala hodnotu. Aby výsledky boli s čo najmenšou odchýlkou tak som tento postup zopakovala 3x a potom vypočítala aritmetický priemer. Takto som postupovala aj keď som zmiešavala fazuľu s múkou, ryžu s múkou, a múku so soľou. Vyšli mi takéto hodnoty:

1.	Fazuľa + ryža	403 ml	najväčší objem
2.	Fazuľa + múka	380 ml	druhý najväčší objem
3.	Ryža + múka	350 ml	tretí najväčší objem
4.	Múka + soľ	343 ml	najmenší objem

Tieto objemy nie sú rovnaké, aj keď sme nasypali všade po 200 ml z každej ingrediencie. Prečo je to tak? Závisí to od veľkosti jednotlivých potravín. Keď napríklad zmiešame fazuľu a múku, tak ako ste si mohli všimnúť múka pozapadá a vyplní priestor medzi fazuľkami. Takže ten objem bude menší ako 400 ml. Zase fazuľa a ryža ma objem viac ako 400 ml preto, lebo obidve z týchto ingrediencií sú väčšie, čiže sú medzi nimi veľké medzery, ktoré nezapadnú do seba.

Bodovanie: *Nameranie objemu* - 1 b, *napísanie poradia* - 1 b, *odôvodnenie* 2 b, *vymenovanie detailov (druhy potravín)* - 1 b.

Príklad 4 - Dynamo opravoval Samuel Kočiščák

Najprv bude super ujasniť si, čo je to nábojové a čo je to ráfikové dynamo. Nábojové dynamo je, ako napovedá názov, v náboji kolesa (to je tá súčiastka s oskou, ktorá prichytáva stred kolesa ku kostre bicykla). Minimálnu rýchlosť musí teda výrobca napísať v otáčkach za minútu, lebo náboj sa bude otáčať rôzne rýchlo v závislosti od veľkosti kolesa. Ráfikové (ráfik je tá kovová obežnica, v ktorej je uchytená pneumatika a ktorá je lúčmi (špicami) pripevnená k náboju) dynamo má tiež isté minimálne otáčky na to, aby rozsvietilo žiarovku, ale keďže sa nachádza prakticky na obvode kolesa a rozmer kolieska tohto dynamo je daný výrobcom, výrobca môže napísať rýchlosť, pri ktorej toto dynamo rozsvieti svetlo bez ohľadu na veľkosť kolesa.

Je super si uvedomiť, že keďže hľadám to dynamo, ktoré rozsvieti svetlo pri nižšej rýchlosti, tak touto rýchlosťou nemôže byť rýchlosť vyššia, než $11 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Pri tejto rýchlosti sa bez ohľadu na akékoľvek ďalšie parametre kolesa rozsvieti svetlo, ak ho pripojím na ráfikové dynamo. Rýchlosť, pri ktorej svetlo rozsvieti nábojové dynamo závisí od jeho veľkosti (či už od polomeru, priemeru alebo obvodu, tieto parametre spolu úzko súvisia a o chvíľu si ukážeme, ako z jedného z nich dopočítať ostatné). Ak nábojové dynamo v kolese danej veľkosti rozsvieti svetlo pri rýchlosti menšej ako $11 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, tak bude pre danú veľkosť kolesa výhodnejšie. Našou úlohou je zistiť, ktoré sú veľkosti kolesa, pre ktoré bude toto dynamo výhodnejšie.

Čím je koleso menšie, tým viac-krát sa musí otočiť, aby prešlo danú dráhu. Ak má ísť teda nejakou rýchlosťou, tak čím bude menšie, tým rýchlejšie sa bude točiť. Naopak - ak dané koleso roztočíme nejakou uhlovou rýchlosťou (otáčky za minútu) tak čím bude menšie, tým menšiu dráhu za daný čas prejde - teda pôjde pri daných otáčkach pomalšie. Z toho vyplýva, že čím menšie bude koleso, tým nižšia rýchlosť bude nábojovému dynamu stačiť na jeho roztočenie na $150 \frac{\text{ot}}{\text{min}}$. Teda pre všetky kolesá od veľmi malých až po nejakú veľkosť bude výhodnejšie nábojové dynamo, pre nejaký rozmer kolesa budú rovnako výhodné a pre všetky veľké bude výhodnejšie ráfikové dynamo.

Zaujímavý je pre nás ten bod zlomu. Otázka teda znie: pre aké veľké koleso je nábojové dynamo rovnako výhodné ako ráfikové dynamo? Rovnako výhodné budú ak rozsvietia svetlo pri rovnakej rýchlosti. Aké veľké teda musí byť koleso, aby nábojové a ráfikové dynamo rozsvietili svetlo naraz?

Ak obe dynamá rozsvietia svetlo naraz, tak to znamená, že keď budeme zrýchľovať, tak podmienku $11 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ a podmienku $150 \frac{\text{ot}}{\text{min}}$ splníme naraz. To znamená, že koleso sa bude otáčať 150-krát za minútu pri rýchlosti pohybu bicykla $11 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Ak sa koleso otočí 150-krát za minútu, tak za počet otáčok za hodinu bude:

$$150 \cdot 60 = 9000$$

Týchto 9000 otáčok za hodinu bude zodpovedať $11 \text{ km} = 11000 \text{ m}$, ktoré za hodinu bicykel prejde. Jedna otáčka bude potom zodpovedať:

$$\frac{11000 \text{ m}}{9000} = \frac{11}{9} \text{ m} \approx 1,222 \text{ m}$$

Pri jednej otáčke sa koleso posunie o svoj obvod. Teda jeden obvod kolesa musí byť $1,222 \text{ m}$. Postup, ako zistiť z obvodu kolesa jeho polomer (pretože na ten sa pýtalo zadanie) už nie je fyzika, ale matematika. Medzi priemerom (d) a obvodom (o) platí jednoduchý vzťah:

$$o = \pi \cdot d$$

Ten vlastne hovorí, že obvod kolesa je π -krát väčší ako jeho priemer. Z obvodu vypočítame priemer tak, že obe strany rovnice vydáme π :

$$\frac{o}{\pi} = d$$

Ak za π dosadíme približnú hodnotu $3,14$ a za o dosadíme približnú hodnotu $1,222 \text{ m}$ tak dostaneme výsledok približne $0,389 \text{ m}$. Priemer (d) je najdlhšia tetiva kruhu - vzdialenosť dvoch najvzdialenejších bodov kruhu. Polomer (r) je polovica priemeru, alebo tiež vzdialenosť stredu od okraja kruhu. Vypočítame ho teda ako polovicu priemeru:

$$r = \frac{d}{2}$$

Po dosadení $0,389 \text{ m}$ za d zistíme, že polomer kolesa, pri ktorom svetlo rozsvieti nábojové dynamo pri rovnakej rýchlosti ako ráfikové dynamo je približne:

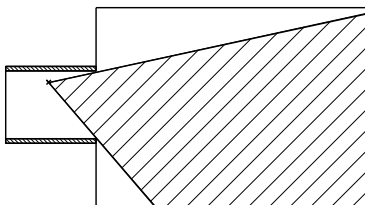
$$0,195 \text{ m}$$

Nábojové dynamo je teda výhodnejšie pre každé koleso, ktoré má polomer menší ako $0,195 \text{ m}$. Pre všetky väčšie bude výhodnejšie ráfikové dynamo.

Bodovanie: Za výpočet obvodu kolesa pre ktorý sú dynamá rovnako výhodné: 3 b. Za zistenie polomeru z obvodu: 1 b. Za správne určenie množiny všetkých kolies, pre ktoré je výhodnejšie nábojové dynamo: 1 b. Za akýkoľvek iný správny postup: 5 b, za čiastkové úvahy avšak bez výsledku body podľa náročnosti a užitočnosti úvahy.

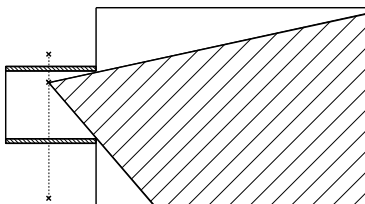
Príklad 5 - Strašidelný Hrad *opravoval Milan „Jimi“ Smolík*

Na začiatok si zopakujme zákon odrazu: Uhol odrazu sa rovná uhlu dopadu. Čo to znamená? Že lúč odrazený od zrkadla s ním zvierá rovnaký uhol ako ten ktorý dopadol. Vyzbrojený týmto poznatkom sa už môžeme pustiť do riešenia! Najprv sa pozrime kam Majka vidí priamo, aj bez zrkadla (komorou kde stojí sa nejdeme zaoberať).

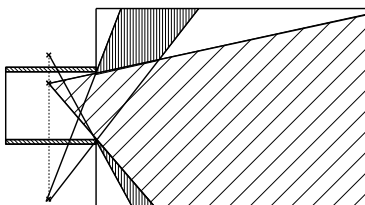


(Plocha ktorú vidí je šrafovaná)

To nie je veľa... Nuž pozrime sa, kam uvidí so zrkadlami! Poďme sa zatiaľ zaoberať iba riešeniami s jediným odrazom. Tu vás naučím jeden trik, ktorý sa veľmi hodí pri riešení príkladov so zrkadlami: Namiesto toho, aby sme rysovali uhly dopadu a odrazu, nakreslíme si zrkadlové obrazy Majky.

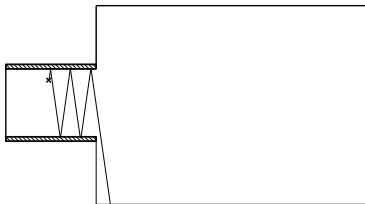


Tieto obraz „vidia“ to, čo by videla Majka keď sa pozrie do zrkadla za ktorým sú. Nakreslíme si teraz čo by videli oni. Pozor! Vedia sa „pozerať“ len cez zrkadlo!



(Plocha ktorú vidí cez zrkadlá je šrafovaná zvislo)

Kráska! Jednoduchou fintou sme objavili čo Majka uvidí s jedným odrazom! Už za takéto riešenie sa dalo získať plný počet bodov. A čo viacnásobné odrazy? Skúste si postaviť dve zrkadlá oproti sebe, a uvidíte "nekonečný tunel". Takto môže vidieť oveľa ďalej za rohy, aj keď bude ťažšie identifikovať čo tam je. Skúste si to doma!



Bodovanie: Za vysvetlenie princípu odrazu 1 b, za určenie častí ktoré vidí priamo 1 b, za nájdenie oblastí pri bližších stenách 2 b, za nájdenie oblasti pri vzdialenej stene 1 b.