Celoslovenský korešpondenčný seminár z fyziky pre žiakov ZŠ a OG

PIKOFYZ

18. ročník www.pikofyz.sk šk. rok 2015/2016

Vzorové riešenia 2. série zimnej časti

Príklad 1 - Trpasličie umenie *opravovala Aďa Lešková*

Zistiť, ktorými stenami môže Adalbert postaviť tehličky na sklenenú policu bez toho, aby praskla, sa dalo viacerými spôsobmi. Buď ste si vypočítali, akým tlakom budú pôsobiť jednotlivé steny tehličiek na policu a porovnali to s maximálnym tlakom, ktorý naša sklenená polica udrží ($3\,\text{kPa}$), alebo ste si vypočítali, akou maximálnou silou môže tlačiť tehlička, aby ju polica uniesla (prípadne vypočítali prislúchajúce rozmery strán / obsahu, ktoré má mať tehlička) a porovnali so silami, ktorými tlačí tehlička v skutočnosti. Všetky možnosti sú správne, vo vzorovom riešení ukážeme najčastejšiu možnosť, ktorou ste počítali, tú prvú.

Tlak vypočítame podľa vzorca $p = \frac{F}{S}$, kde F je tiažová sila tehličky, ktorou tlačí na policu: $F = m \cdot g$. Hmotnosť si vieme vypočítať, keď poznáme objem a hustotu tehličky: $m = V \cdot \rho$. Ak si objem zapíšem ako súčin podstavy (S) a výšky tehličky, dostávam:

$$p = \frac{F}{S} = \frac{m \cdot g}{S} = \frac{V \cdot \rho \cdot g}{S} = \frac{S \cdot v \cdot \rho \cdot g}{S} = v \cdot \rho \cdot g$$

Hustoty kovov si zistím z tabuliek alebo z iného zdroja, napríklad www.wikipedia.sk udáva takéto hustoty: wolfrám $19250\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, meď $8940\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ a lítium $534\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

Čím je podstava tehličky väčšia, tým menším tlakom pôsobí na policu. Preto skúsim najprv vypočítať, akým najmenším tlakom môže tehlička pôsobiť na policu, keď bude na nej položená jej najväčšou stenou:

Volfrámová tehlička: $p = 0{,}02\,\text{m} \cdot 19250\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{N}}{\text{kg}} = 3776{,}85\,\text{Pa}$, čo je viac ako $3000\,\text{Pa}$, túto tehličku teda nemôžeme postaviť na policu žiadnou stenou.

Medená tehlička: $p = 0{,}07\,\text{m} \cdot 8940\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{N}}{\text{kg}} = 6139{,}098\,\text{Pa}$, čo je taktiež viac ako $3000\,\text{Pa}$, túto tehličku teda tiež nemôžeme postaviť na policu žiadnou stenou.

Lítiová tehlička: $p = 0{,}02\,\text{m} \cdot 534\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{N}}{\text{kg}} = 104{,}7708\,\text{Pa}$, čo je menej ako $3000\,\text{Pa}$, ak bude teda lítiová tehlička ležať na polici touto stenou, polica ju unesie. Aby sme ešte zistili, či ju polica unesie aj vtedy, ak bude na nej ležať ostatnými jej stenami, skúsime si ešte vypočítať najväčší možný tlak, akým môže pôsobiť na policu: $p = 0{,}05\,\text{m} \cdot 534\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{N}}{\text{kg}} = 261{,}927\,\text{Pa}$, čo je stále menšie ako $3000\,\text{Pa}$, polica teda unesie lítiovú tehličku, ak bude na nej postavená hociktorou stenou.

Bodovanie: *Za chyby vo výpočtoch alebo v premene jednotiek mínus $0{,}5\ b$ až $2\ b$, za neoverenie všetkých tlakov, ktorými môžu pôsobiť steny tehličiek alebo neodôvodnenie, prečo všetky netreba počítať mínus $1\ b$ až $2\ b$.*

Príklad 2 - Proti prúdu *opravoval Ondrej Bogár - Bugŷ*

Čo vieme o elektrickom prúde? Elektrický prúd predstavuje množstvo preneseného elektrického náboja za čas. Vo vlákne žiarovky je prúd vedený elektrónmi. Každý elektrón predstavuje jednotku náboja. Preto, keď hovoríme o množstve preneseného náboja za čas, tak sa rovno pýtame aj na množstvo prenesených elektrónov. Náboj elektrónu je $1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C. Jednotkou náboja je 1 Coulomb a má značku C. Elektrón má veľmi malý náboj a preto sa zapisuje pomocou 10^{-19}. Čo to ale znamená?

$$10^1 = 10 \qquad 10^2 = 10 \cdot 10 = 100 \qquad 10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$$

Preto napríklad zápis $2{,}5 \cdot 10^3$ by znamenal číslo $2{,}5 \cdot 1000 = 2500$. Takýmto spôsobom vieme ľahko zapísať veľké čísla bez toho, aby sme museli na ich konci písať veľa núl. Desatinné veľmi malé čísla zapisujeme pomocou zápornej mocniny desiatich.

$$10^{-1} = \frac{1}{10} = 0{,}1 \qquad 10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{10 \cdot 10 \cdot 10} = 0{,}001$$

Takže 0.0003 môžeme zapísať ako $3 \cdot 10^{-4}$.

Vzorec pre prúd je jednoduchý a ľahko sa na nom naučíme, ako upravovať vzorce s písmenkami. S každým písmenkom robíme rovnako ako s číslom. Obe strany rovnice môžeme vynásobiť rovnakým písmenkom alebo vydeliť rovnakým písmenkom. Prúd je podiel celkového preneseného náboja za čas. Celkový prenesený náboj je počet elektrónov (N) krát náboj elektrónu (q).

$$\begin{aligned} I &= \tfrac{Q}{t} \\ I &= \tfrac{Nq}{t} && \backslash \cdot t \\ I \cdot t &= Nq && \backslash \div q \\ \tfrac{I \cdot t}{q} &= N \\ N &= \tfrac{0{,}3\,\mathrm{A} \cdot 1s}{1{,}602 \cdot 10^{-19} C} \\ N &= 1{,}872 \cdot 10^{18} \end{aligned}$$

Za jednu sekundu pretečie pri prúde $0{,}3$A vláknom žiarovky $1{,}872 \cdot 10^{18}$ elektrónov. A to je poriadne veľké číslo.

Bodovanie: *Za správny výsledok $2\ b$, za správny postup a vzorec na výpočet prúdu a náboja $2\ b$, za výpočty $1\ b$.*

Príklad 3 - Cool experiment *opravovala Barbora Hoffmannová*

Do mrazničky, kde je stála teplota -15 stupňov Celzia, sme na 24 hodín vložili 5 rôznych predmetov. Použili sme kovovú lyžičku, plastovú kocku z lega, pohár naplnený vodou, drevenú varešku a kocku polystyrénu. Keď sme ich vybrali von z mrazničky, všetky mali rovnakú teplotu, lebo boli v mrazničke dostatočne dlho, aby sa teplota vyrovnala. Dotykom sme otestovali ich pocitovú teplotu a na základe nej sme ich zoradili od najchladnejšieho predmetu po najteplejší a to nasledovne: voda, kovová lyžička, plastová kocka z lega, drevená vareška a nakoniec polystyrén. Dôvodom tohto usporiadania je rôzna tepelná vodivosť daného predmetu. Ako vieme, látky môžu viesť teplo extrémne dobre alebo zle. Tie, ktoré vedú teplo zle, poznáme aj pod názvom tepelné izolanty. Ak sa rukou dotkneme povrchu kovu, ktorý je dobre tepelne vodivý, tak teplota našej ruky nezohreje iba povrch kovu, ale práve naopak, teplo bude z ruky odvádzané preč od povrchu. A keďže povrch kovu je o dosť chladnejší ako teplota našej ruky, bude sa nám predmet zdať chladný. Ak sa dotkneme napríklad polystyrénu, ktorý je dobrý tepelný izolant, tak teplo z našej ruky nebude odvádzané z povrchu ale ostáva na povrchu a ohrieva ho. Teda zahrejeme jeho povrch na skoro rovnakú teplotu ako je teplota našej ruky. Niečo podobné si môžeme overiť na vlastnej koži a to pri pozorovaní rozdielu, keď vojdeme do vody ktorá má 15 stupňov a keď sme na čerstvom vzduchu pri 15 stupňoch. Vo vode nám je väčšia zima, a to z dôvodu, že voda je lepší tepelný vodič než vzduch.

Bodovanie: *Vybranie predmetov* - $1\ b$, *napísanie poradia* - $1\ b$, *odôvodnenie* $2{,}5\ b$, *prevedenie experimentu* - $0{,}5\ b$.

Príklad 4 - Ľadový Bobuliak *opravovala Zuzana Bum Bogárová*

Pozrieme sa na Katku a jej pohár. Ako prvé si zapíšeme všetko čo vieme a dopočítame si údaje čo potrebujeme. Gravitačné zrýchlenie: $g = 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, hustota vody: $\rho_{\text{voda}} = 1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$
Džús: $\rho = 1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$
Ľadová kocka: $\rho_{\text{ľad}} = 934\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$, $V_{\text{kocka}} = 8\,\mathrm{ml} = 0{,}000008\,\mathrm{m}^3$

$$m_{\text{kocka}} = \rho_{\text{ľad}} \cdot V_{\text{kocka}} = 0{,}007472\,\mathrm{kg}$$

Ľadová kocka má menšiu hustotu ako džús, takže bude plávať. Vieme, že vtedy $F_{\text{g}} = F_{\text{vz}}$, kde F_{vz} je vztlaková sila a F_{g} je gravitačná sila pôsobiaca na kocku ľadu. Teraz dosadím a zistíme tým, aký objem džúsu V bude vytlačený tým, že kocka sa do neho ponorí.

$$F_{\text{g}} = F_{\text{vz}}$$

$$m_{\text{kocka}} \cdot g = \rho \cdot g \cdot V$$

$$V = \frac{m_{\text{kocka}}}{\rho} = 0{,}000007472\,\mathrm{m}^3$$

Teraz vieme, aký objem je vytlačený ponorenou časťou kocky ľadu. Teraz potrebujem vypočítať, na aký objem vody sa premení kocka ľadu V_{v}. Ak tento objem bude rovnaký ako V, tak vieme, že hladina sa v Katkinom pohári nezmení. Pri zmene skupenstva z ľadu na vodu, sa hmotnosť zachováva, hustota sa mení a mení sa aj objem.

$$m_{\text{kocka}} = m_{\text{roztopená kocka}}$$

$$\rho_{\text{ľad}} \cdot V_{\text{kocka}} = \rho_{\text{voda}} \cdot V_{\text{v}}$$

$$V_{\text{v}} = \frac{\rho_{\text{ľad}} \cdot V_{\text{kocka}}}{\rho_{\text{voda}}} = 0{,}000007472\,\mathrm{m}^3$$

Vidíme, že tieto objemy sú rovnaké a to znamená, že hladina džúsu v Katkinom pohári ostane po roztopení kocky ľadu nezmenená.

Teraz poďme na Tomáša. Zapíšeme si čo vieme.

Čučoriedka: $\rho_{\text{čuč}} = 1030\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, $V_{\text{čuč}} = 1{,}34\,\text{ml} = 0{,}00000134\,\text{m}^3$

$$m_{\text{čuč}} = \rho_{\text{čuč}} \cdot V_{\text{čuč}} = 0{,}0013802\,\text{kg}$$

Ľadová kocka s čučoriedkou: $V_{\text{kocka}} = 8\,\text{ml} = 0{,}000008\,\text{m}^3$, $m_{\text{ľad+čuč}} = \rho_{\text{ľad+čuč}} \cdot V_{\text{kocka}} = 0{,}00760064\,\text{kg}$

$$\rho_{\text{ľad+čuč}} = \frac{m_{\text{ľad}} + m_{\text{čuč}}}{V_{\text{ľad}} + V_{\text{čuč}}} = 950{,}08\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Ľadová kocka bez čučoriedky:$\rho_{\text{ľad}} = 934\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, $V_{\text{ľad}} = V_{\text{kocka}} - V_{\text{čuč}} = 0{,}00000666\,\text{m}^3$

$$m_{\text{ľad}} = \rho_{\text{ľad}} \cdot V_{\text{kocka-čuč}} = 0{,}00622044\,\text{kg}$$

Vidíme že priemerná hustota kocky s čučoriedkou je stále menšia ako hustota džúsu, takže kocka bude stále plávať. Rovnakým postupom ako predtým zistím aký objem džúsu bude vytláčať.

$$F_{\text{g}} = F_{\text{vz}}$$

$$m_{\text{ľad+čuč}} \cdot g = \rho \cdot g \cdot V$$

$$V = \frac{m_{\text{ľad+čuč}}}{\rho} = 0{,}00000760064\,\text{m}^3$$

Teraz, keď sa mi kocka roztopí budem mať dva príspevky z nej. Jedna je voda, ktorá sa z nej roztopí a druhý je samotná čučoriedka. Čučoriedka má sama o sebe väčšiu

hustotu ako džús, takže pôjde ku dnu a jej celý objem zdvihne hladinu džúsu. Ak sa objem roztopenej vody V_{v} a objem čučoriedky $V_{\text{čuč}}$ bude rovnať objemu

V, ktorý kocka s ľadom vytlačila, tak výška hladiny v Tomášovom pohári ostane nezmenená.

$$m_{\text{ľad}} = m_{\text{roztopená kocka}}$$

$$\rho_{\text{ľad}} \cdot V_{\text{ľad}} = \rho_{\text{voda}} \cdot V_{\text{v}}$$

$$V_{\text{v}} = \frac{\rho_{\text{ľad}} \cdot V_{\text{ľad}}}{\rho_{\text{voda}}} = 0{,}00000622044\,\text{m}^3$$

Teraz mi stačí ku V_{v} pripočítať $V_{\text{čuč}}$.

$$V_{\text{celkový}} = V_{\text{v}} + V_{\text{čuč}} = 0{,}0000075444\,\text{m}^3$$

Ak porovnáme $V_{\text{celkový}}$ s objem V vidíme, že V je väčší. To znamená, že hladina Tomášovho pohára klesne, pretože roztopením kocky a ponorením čučoriedky nezískame rovnaký objem ako ktorý vytláčala kocka ponorená v džúse.

Bodovanie: *Za správnu a zdôvodnenú odpoveď ohľadom pohára z ktorého pila Katka $2\ b$. Za pekný postup získania tohto výsledku $1\ b$. Ak ste právne prišli aj na riešenie Tomášovho pohára tak $2\ b$.*

Príklad 5 - Skok odvahy *opravoval Martin „Maťo“ Gažo*

Mohlo by sa zdať, že človek začne spomaľovať hneď, ako sa lano začne naťahovať, teda po 15 metroch. Veď skáčuci človek po 15 metroch pocíti silu lana, ktorá ho ťahá smerom hore. Kde je potom problém?

Zabúdame na tiažovú silu! Tá stále urýchľuje človeka smerom nadol, a preto nestačí aby lano ťahalo človeka menšou silou.[1]

Človek teda aj napriek tomu, že naňho pôsobí lano silou bude zrýchľovať, až dokým sa sila lana nevyrovná s gravitačnou silou. Potom sa na okamih sily vyrovnajú, a teda človek zrýchľovať nebude, ale to nám nerobí problém, lebo človek sa stále pohybuje nenulovou rýchlosťou, a teda sa dostane do miesta, kde bude sila lana väčšia ako tiažová sila. To bude aj miesto, kedy človek začne spomaľovať.

Teraz nám už len ostáva spočítať, kedy takéto spomaľovanie nastane. Zistíme teda, pri akom predĺžení sú sily vyrovnané, a to bude bod, kedy človek začne spomaľovať. Najskôr vypočítame tiažovú silu:

$$F_g = mg = 75\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\mathrm{N/\,kg} \doteq 736\,\mathrm{N}\,.$$

Toto je aj sila, ktorou má lano ťahať človeka a z grafu v zadaní určíme, pre aké predĺženie toto nastáva. Na y-ovej osy nájdeme N a potom získame x-ovú súradnicu, teda predĺženie. To je okolo $5{,}5$ m. Nakoniec nezabudneme, že najprv sa musí lano narovnať, a teda skokan musí najskôr padnúť 15 m bez toho, aby sa lano naťahovalo. Tým získavame výsledok $20{,}5$ m.

Bodovanie: *Väčšina ste sa dostali ku správnemu výsledku. Za nevysvetlenie princípu sme strhávali $1\ b$ až $2\ b$, za nezapočítanie 15 metrov sme strhávali $1\ b$.*

[1] Predstavte si, že by ste chceli silou 1 N udržať 70 kg človeka. Neočakávane by ste neuspeli, lebo na človeka pôsobí tiažová sila s veľkosťou skoro 700 N. Čo by sa stalo? Človek by začal zrýchľovať smerom dole. Presne ako v našej úlohe.