



## Vzorové riešenia 1. série letnej časti

Pikofyz, 11. ročník

[www.p-mat.sk/pikofyz](http://www.p-mat.sk/pikofyz)

šk. rok 2008/2009

*Milá riešiteľka naša, milý riešiteľ náš! A opäť sú tu vzorové riešeniami poslednej série, ktorú si nám poslal. Takže ak chceš vedieť, prečo sme Ti riešenia opravili tak, ako sme ich opravili, alebo ako mali vyzerat' riešenia príkladov, ktoré si ešte riešiť nevedel - hor sa do čítania!*

**Príklad 1** - opravoval Ondrej Bogár - Bugj

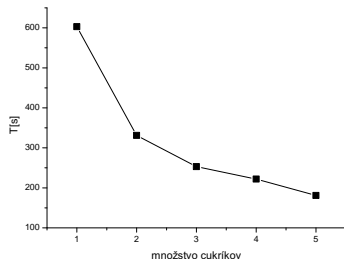
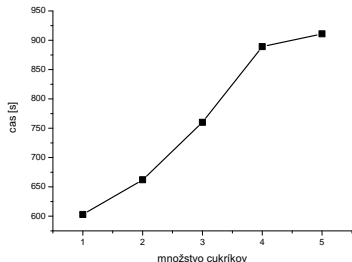
Ahojte. Dúfam, že sa Vám experiment s cukríkmi páčil. Prišlo kopec pekných riešení a niektorí ste poslali aj ochutnávky a vzorky. Ja som sa na tento experiment veľmi tešil a ukážem Vám, aké bolo správne riešenie. Pri experimente mi pomohla sestra, ktorá sa obetovala a v záujme vedy sa podujala k cmúľaniu cukríkov.

Pri experimente sme použili cukríky Bonpari s vitamínom C. Celé balenie váži 100 g a je v ňom 20 cukríkov, preto jeden váži 5 g . Túto časť ste mnohí zabudli napísať. Aký druh cukríkov ste používali je veľmi podstatný fakt, lebo pre iné cukríky dostanete iný výsledok. Sestra si vložila do úst potrebný počet cukríkov a cmúľala ich. Po každom cmúľaní si dala hodinu prestávky aby sa pri cmúľaní neunavila a aby sa obnovili sliny v ústach. V prestávkach bolo dôležité veľa piť. Jedna rada ako napísať popis experimentu dobre. Treba ho vždy písať tak, aby ho mohol niekto ďalší po Vás zopakovať a overiť namerané hodnoty.

V tabuľke vidíte namerané hodnoty času v sekundách. Vypočítam a do tabuľky zapíšem aj čas  $T$ , za ktorý vycmúľam jeden cukrik. Keď vycmúľam 3 cukríky za 760s tak na jeden cukrik pripadá čas  $T = 760\text{s}/3 = 253\text{s}$ .

množstvo cukríkov	hmotnosť [g]	čas [s]	$T$ [s]
1	5	603	603
2	10	662	331
3	15	760	253
4	20	889	222
5	25	911	182

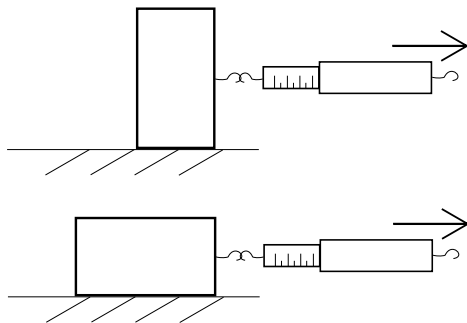
Z údajov v tabuľke urobím grafy.



Vidíme, že celkový čas cmúľania rastie s množstvom cukríkov. Čas potrebný na vymúľanie jedného cukríka však s množstvom cukríkov v ústach klesá. Prečo je tomu tak je Vám nechám na premyslenie.

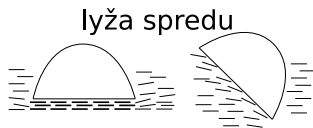
Bodovanie: Za opis experimentu a cukríkov 1 b, tabuľka 2 b, graf 1 b. Za vypočet času pre jeden cukrík 1 b.

## Príklad 2 - Lyžovanie opravoval Matej Duník - M@tt



Ahojte. Nechcem byť na vás zlý, ale táto úloha nedopadla vôbec dobre. Okrem toho, čo sa naučíte na hodinách fyziky, by ste mali používať aj zdravý rozum, vďaka ktorému by ste určite eliminovali chyby, ktoré ste narobili. Najčastejšou bola veľmi neoriginálna myšlienka, že zväčšením plochy sa zväčší trecia sila. Môžete si vyskúšať experiment na obrázku, ak mi neveríte. Ďalšia zaujímavá chyba je, že ide podľa vás o to, že pri oblúčikoch človek lýbe nohami a tým zrýchľuje. Toto

neplatí - totiž zrýchľovať v smere klesania svahu sa na lyžiach len tak nedá. Dá sa lýbať do strán, ale to rýchlosť pohybu smerom nadol nezvýši. Tak prečo sú teda tie oblúčiky dobré? Čo brzdí toho lyžiara, ktorý oblúčiky nerobí? Niektorí ste správne podotkli, že ide o odporové sily, ale čo ich spôsobuje? Spôsobuje ich to, že taký sneh nie je úplne utlačený. Je sypký a keď po ňom chceme prejsť, musí sa niekam "uhnúť" a na to sa míňa energia, ktorú majú lyžiari. Na stlačenie snehu nadol treba viac energie ako na to, aby sa sneh uhol do strany, keď "krájame" kopec hranami lyží. Ilustrované je to na obrázku, ktorý predstavuje pohľad na lyžu spredu a okolo nej je sneh. Hrubé čiary predstavujú sneh, ktorý lyža utláča, keď prechádza

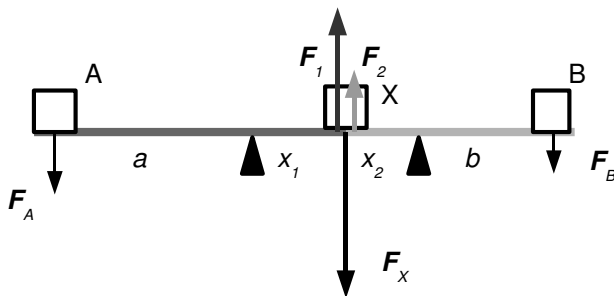


po snehu rovno (v prvom prípade) alebo po hrane (v druhom prípade). Čím menej utláčaného snehu, tým menší odpor, t.j. menej strát (energie) rýchlosti.

Bodovanie: Za správnu odpoveď (bola len jedna) 5 bodov. Rôzne trenie 2 b, zabáranie sa lyže bez obrázku alebo akéhokoľvek vysvetlenia okolo 3,5 b, za rozumné nápady ako rôzny súčiniteľ trenia, odpor vzduchu (opodstatnene rôzny) a iné som pridával okolo 0,2 b.

### Príklad 3 - Váhy opravovala Lucia Komendová - Lusi

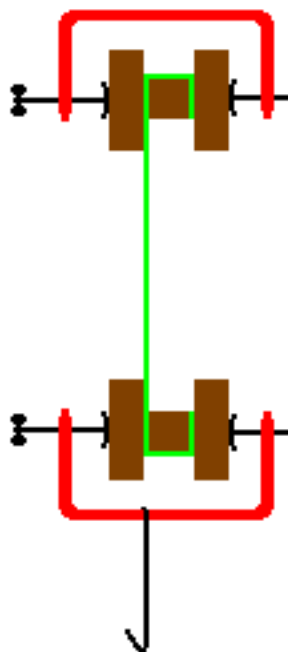
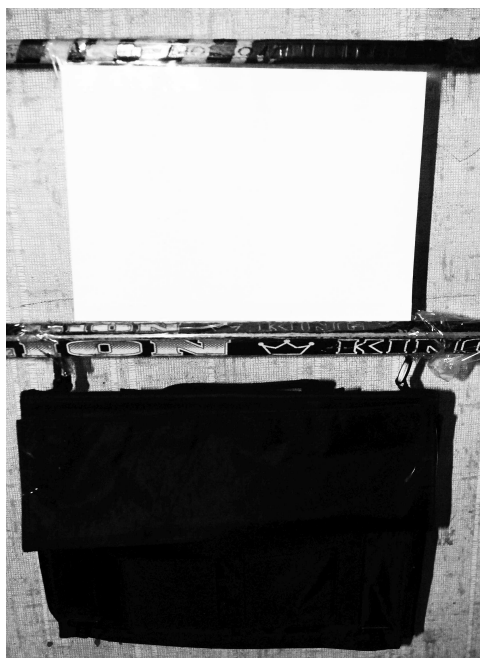
Predstavme si najskôr, že závažie X na váhach vôbec nie je. Závažie A zaťažá ľavú stranu ľavej váhy, takže jej pravá strana bude tlačaná nahor. Zrátané a zapísané: na závažie A s hmotnosťou  $m_A = 2 \text{ kg}$  pôsobí tiažová sila veľkosti  $F_A = m_A g = 2 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 20 \text{ N}$ . Rameno tejto sily, teda vzdialenosť jej pôsobiska od osi otáčania (miesto, kde je ľavá páka podopretá), je  $a = 0,32 \text{ m}$ . Moment tejto sily je teda  $M_A = F_A \cdot a = 6,4 \text{ Nm}$ . Vďaka tomuto momentu bude v bode X pôsobiť sila s veľkosťou  $F_1 = M_A/x_1 = (6,4/0,17) \text{ N} = 37,65 \text{ N}$  pôsobiacu smerom nahor (funguje princíp páky: sila sa približne zdvojnásobila, pretože rameno sily je približne polovičné). Teraz podobnú úvahu spravíme pre pravú páku. Tiažová sila pôsobiaca na závažie B je  $F_B = m_B g = 1 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 10 \text{ N}$ . Rameno sily je  $b = 0,25 \text{ m}$ . Moment tejto tiažovej sily je teda  $M_B = F_B \cdot b = 2,5 \text{ Nm}$ . Tento moment sily zase vyvolá v bode X silu  $F_2$  veľkosti  $F_2 = M_B/x_2 = (2,5/0,1) \text{ N} = 25 \text{ N}$ . Sila  $F_2$  rovnako ako sila  $F_1$  pôsobí smerom nahor, preto je výsledná sila  $F_X$  daná ich súčtom  $F_X = F_1 + F_2 = 62,65 \text{ N}$ . Pôsobenie tejto sily má byť kompenzované závažím X. Lahko zistíme, že potrebné závažie musí mať hmotnosť  $m_X = F_X/g = (62,65/10) \text{ kg} = 6,3 \text{ kg}$ .



Bodovanie: Za úplné riešenie s obrázkom, výpočtom a fyzikálnym zdôvodnením, prečo má mať závažie hmotnosť danú súčtom hmotností, potrebných na uvedenie jednotlivých pák do rovnováhy bolo 5 b. Za neuvedenie meracích jednotiek, chýbajúci obrázok alebo neoznačené vzdialenosti a sily som strhávala 0,1 b až 1,5 b.

#### Príklad 4 - Roztrhnutý papier opravoval Tomáš Tomino Jediný

Príklad sa zdal byť celkom jednoduchý, no pre veľa z vás nebol. Problém bol so stavbou aparatury a upevnením papiera. Aby sme chceli papier naozaj napnúť napríklad po dĺžke, bolo potrebné upevniť celú stranu. Nestačilo spraviť dierku do papiera a vešať naň závažia. Takto sme totiž pôsobili iba na veľmi malú časť papiera a roztrhol sa pri úchyte. Ak sme ho chceli naozaj napnúť po šírke, tak sme museli papier upevniť hore aj dolu po celej šírke.



Jeden zo spôsobov bol zobrať rovné doštičky (hokejky, metly, ...) a prilepiť celú stranu papiera lepiacou páskou o ne. Vrch niekam zavesiť (napríklad medzi stoličky) a na spodok vešať závažia. Keďže väčšina asi doma nemá závažia, dá sa použiť napríklad taška a do nej dávať hocičo, čoho hmotnosť poznáme (alebo vieme odmerať). Balíky s cestovinou, malé činky, čokoládu, fľašu s vodou, ... A nezabudnúť, že aj spodná doštička niečo váži. Vrchnú nepočítame, pretože papier visí na nej a nie opačne. Namiesto ilustrácie prikladám fotku.

Každý pokus som zopakoval trikrát a priemerný výsledok zapísal do tabuľky. Na moje prekvapenie papier zniesol oveľa viac než som čakal a častejšie sa trhala lepiaca páska. V tabuľke uvádzam silu v N, ktorá bola potrebná na prerušenie papiera pri rovnomernom zaťažení pozlž celej strany. Ak bolo uchytenie menšie, papier sa trhal pri menšej sile, no toto zaťaženie bolo koncentrované na menšiu časť papiera, nie po celej šírke/dĺžke/uhlopriečke.

rozmer	pokus 1	pokus 2	pokus 3	priemer
dĺžka	131	140	137	136
šírka	177	168	189	178
uhlopriečka	90	85	89	88

Pravdepodobne každý používal iný druh papiera. Preto bol dôležitý hlavne spôsob, akým ste údaje namerali a ako ste zostrojili aparátúru na meranie. Hoci sa teda namerané údaje líšili, nezmanená to, že boli zlé.

Bodovanie: *Za správne riešenie s náčrtom a popisom meracej aparátúry 5 b. Za zatažovanie papiera len v bodoch, nie po celej dĺžke/šírke –1,5 b. Ak ste pokus nezopakovali viackrát –1 b, za iné chyby zrážky podľa závažnosti.*

### Príklad 5 - Topenie polievky opravoval Martin Lauko - Logik

Tento príklad nebol ťažký - najdôležitejšie bolo prečítať si otázky v zadani a odpovedať na ne. Najskôr sme sa pýtali, po akom čase sa ľad potopí. Správne odpovede sú dve.

1. Ľad ako pevné skupenstvo vody má menšiu hustotu ako voda, zostane teda plávať na hladine. Aj keď sa časť kocky roztopí, zvyšná časť ľadu stále pláva na hladine
2. Ľadom môžeme rozumieť molekuly, ktoré na začiatku tvorili kocku ľadu. Táto sa „potopí“, keď sa roztopí (molekuly pôvodnej kocky sa „zamiešajú“ medzi do vody). Takto otázku pochopila väčšina z vás - bolo potrebné vypočítať čas, za aký sa ľad roztopí.

Označíme si  $P = 600 \text{ W}$  výkon ohrievača,  $Q = L_t$  skupenské teplo potrebné na roztopenie ľadu s hmotnosťou  $m = 0,2 \text{ kg}$ . Pritom zo zadania poznáme merné skupenské teplo topenia  $l_t = 334 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 334000 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$  (koľko energie treba na premenu 1 kg ľadu na 1 kg vody). Využijeme základné vzťahy:

$$Q = L_t = l_t \cdot m$$

$$P = \frac{W}{t} = \frac{L_t}{t} = \frac{l_t \cdot m}{t}$$

Čas  $t$  do roztopenia ľadu teda vypočítame ako:

$$t = \frac{l_t \cdot m}{P} = \frac{334000 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \cdot 0,2 \text{ kg}}{600 \text{ W}} = 111,3 \text{ s} = 1,85 \text{ min}$$

Zodpovieme aj druhú otázku. Keďže ľad má menšiu hustotu ako voda, kus ľadu bude mať väčší objem ako voda s rovnakou hmotnosťou. Preto sa voda z hrnca nevyleje, ale dokonca poklesne. Chyba! Ľad predsa vytŕča nad hladinu vody úplne plnom hrnci.

Musíme použiť Archimedov zákon - teleso ponorené do kvapaliny je nadfahčované silou rovnajúcou sa tiaži kvapaliny telesom vytlačenej. Teda hmotnosť vytlačenej vody (objem ponorenej časti ľadu krát hustota vody) je rovnaká ako hmotnosť ľadu. Preto keď sa ľad roztopí, bude mať rovnaký objem ako pôvodne ponorená časť ľadu.

To isté môžeme zapísať aj rovnicami:

$$F_g = F_{vz}$$

$$m \cdot g = V_{\text{ponor}} \cdot \rho_{\text{voda}} \cdot g$$

$$m = V_{\text{ponor}} \cdot \rho_{\text{voda}}$$

Preto roztopená voda zaplní priestor, ktorý pod hladinou uvoľnil ľad. Hladina vody v hrnci nezmení - voda sa nevyleje.

*Bodovanie: Za správnu odpoveď na prvú otázku 3 b, na druhú otázku 2 b. Strata 0,5 b bola za nespomenutie, kedy sa ľad „potopí“. Výpočtové a drobné chyby –0,2 b až –1 b.*

### Príklad 6 - Veslári na Níle *opravoval Vladimír Boža - USAma*

Najprv by sme si mohli ujasniť, akým spôsobom tečie rieka. V porovnaní s takým horským potokom, tečie pomerne ustáleným a pokojným spôsobom (čiže nevyskytujú sa tam turbulencie a podobné veci). V odbornej terminológii tomu hovoríme laminárne prúdenie. Čo sa ešte o prúde rieky dá povedať? V každej reálnej kvapaline funguje aj trenie. Či už trenie vody o breh (a dno), alebo trenie vody o vodu (tzv. vnútorné trenie). Trenie o breh spôsobuje to, že okrajové vrstvy sú spomaľované. Samozrejme funguje aj vnútorné trenie, a teda sú spomaľované aj vnútorné vrstvy, ale nie až tak ako okraje. Dôsledok: Rieka na okraji tečie pomalšie ako v strede.

Odtiaľto je už úvaha jasná. Pokiaľ ideme po prúde, chceme sa plaviť v čo najrýchlejšom prúde. Pokiaľ ideme proti prúdu, chceme ísť proti najslabšiemu prúdu. Serióznejšie fyzikálne zdôvodnenie by bolo asi takéto: Lodka je schopná vzhľadom na vodu dosiahnuť nejakú rýchlosť, nezávislé od toho, ako rýchlo sa voda pohybuje (to sa dá zdôvodniť tým, že odporová sila vody závisí od vzájomnej rýchlosti vody a lodky). Keď ideme po prúde, tak najväčšiu rýchlosť vzhľadom na breh dosiahneme, keď pôjdeme v najrýchlejšom toku (lebo rýchlosť vody sa sčítava s našou rýchlosťou vzhľadom na vodu). A zase keď ideme proti prúdu, tak najväčšiu rýchlosť dosiahneme, keď pôjdeme v najpomalšom toku (rýchlosť lodky vzhľadom na vodu a vody sa odčítajú).

*Bodovanie: Za to, že ste prišli na súvislosť s rýchlosťou toku ste mohli získať 3 b. Za zdôvodnenie, prečo je to v strede najrýchlejšie a na okraji najpomalšie, boli zvyšné 2 b.*

## Príklad 7 - Ťažkotonážny kváder opravoval Matúš Rybák - Tumaš

Ahoj, ešte predtým než prejdeme k vašim riešeniam sa musím ospravedlniť za nepríjemnú chybu, ktorá sa objavila v tomto príklade. Nešťastným nedopatrením ste v zadaniach našli dĺžku kvádra 5,6 m, hoci v skutočnosti mala byť 5,4 m. To v kombinácii s ostatnými údajmi spôsobilo, že nebolo možné „rozostaviť“ pražce pod skalou... ak ste sa snažili improvizovať, dopadlo to väčšinou zle. Prečo, to si ukážeme hneď o chvíľu.

Pri riešení ste potrebovali vhodne aplikovať III. Newtonov zákon (tzv. zákon akcie a reakcie) a starý dobrý sedliacko-fyzikálny rozum (prípadne to, čo si pamätáte z učiva o pákach). Sila, ktorou pôsobia pražce na kváder, je reakčná silou na tiažovú silu, ktorou na ne kváder „tlačí“ (tiažovú, nie gravitačnú - nie je to to isté!). Príklad vieme pekne porátať, ak je rozmiestnenie kvádrov rovnomerné - teda na každý pražec pripadá rovnaký kus kameňa (tvarom a hmotnosťou), pričom situácia by mala byť symetrická (pozri obrázok).



Potom už len zistíme tiaž celého kvádra, rozrátame ju na jednotlivé pražce a máme výsledok :). Nerovnomerné rozloženie je zložité, pretože aby sme si mohli povedať, že pražec nesie iba hmotnosť kusu skaly priamo nad ním, musí byť umiestnený presne pod stredom tohto kusu. Ak sa pokúsime rozdeliť kváder na síce nerovnaké kusy, ale so stredmi pekne nad pražcami, zistíme, že nám zostal kus kvádra, ktorý „nepatrí“ žiadnemu pražcu. Tiaž tohto kusu je treba rozdeliť na všetky zostáva-

júce pražce s ohľadom na vzájomnú polohu tohto kusu a všetkých ostatných pražcov - a to je tá zložitá časť.

*Bodovanie: Tí z vás, ktorí napísali, že v zadaní je chyba, mohli dostať 5 bodov. Ak ste sa pomýlili v matematike (vyšlo vám pekné rozloženie pražcov) a fyzikálne ste to mali dobre, mohli ste získať až 4,5 bodu. Ak ste sa snažili chybu v zadaní obísť rôznymi vlastnými verziami podloženia, pri ktorých sa sila nerozkladala rovnomerne, maximálny bodový zisk predstavoval 4 body.*

### Príklad 8 - Sud s ropou *opravoval Martin Veselý - Maves*

Na začiatok je potrebné si uvedomiť, že keď má sud objem 2,5 barela, tak sa do neho zmestí ropa s objemom 2,5 barela :-). Barel (bbl) je jednotka, s ktorou sa až tak dobre nepracuje, a tak si premeníme objem suda na litre.  $2,5 \text{ bbl} = 2,5 \text{ bbl} \cdot 159 \frac{\ell}{\text{bbl}} = 397,5 \ell$ . Vypočítajme si hmotnosť ropy v sude. Podľa známeho vzťahu  $m = V \cdot \rho$ :

$$m = 397500 \text{ cm}^3 \cdot 0,8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 318000 \text{ g} = 318 \text{ kg}$$

Celková hmotnosť teda je súčet hmotnosti ropy a hmotnosti prázdneho suda, a teda  $m_c = 318 \text{ kg} + 60 \text{ kg} = 378 \text{ kg}$  Priemerná hustota sa dá vypočítať najjednoduchšie tak, že vydáme celkovú hmotnosť suda s ropou celkovým objemom suda. Celkovú hmotnosť už máme. Celkový objem je súčet objemu ocele v sude a objemu ropy. Nepoznáme jedine objem ocele. Vieme ale jej hustotu a hmotnosť, a tak si pomôžeme tým istým vzťahom:  $V_o = \frac{M_o}{\rho_o} = \frac{60 \text{ kg}}{7800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 0,007692 \text{ m}^3 = 7,692 \ell$ . Priemernú hustotu teda vypočítame takto:  $\rho = \frac{m_c}{V_c} = \frac{378000 \text{ g}}{405192 \text{ cm}^3} = 0,933 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  Správna odpoveď teda je, že celková hmotnosť suda je 378 kg a priemerná hustota je  $0,933 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$

Bodovanie: *Za pochopenie zadania bol 1 b, za vypočítanie hmotnosti ropy bol 1 b, za vypočítanie celkovej hmotnosti suda 1 b, za vypočítanie objemu ocele v sude 1 b a ešte 1 b za vypočítanie priemernej hustoty suda. Za drobné chyby, alebo nepresnosti ste stratili od 0,1 b do 0,5 b*