Celoslovenský korešpondenčný seminár z fyziky pre žiakov ZŠ a OG

PIKOFYZ

18. ročník www.pikofyz.sk šk. rok 2015/2016

Vzorové riešenia 1. série letnej časti

Príklad 1 - Víťazný gól *opravoval Martin Lauko - Logik*

Vážení a milí poslucháči, vítame Vás pri priamom prenose z napínavého futbalového stretnutia. Stav je zatiaľ nerozhodný -- 0:0, fanúšikovia oboch tímov tlačia svojich hráčov dopredu. Časomerači odpočítavajú posledné sekundy dnešného stretnutia, keď tu zrazu rozhodca odpískal oranžovému tímu penaltu. Tomáš sa už postavil pred súperovu bránku a ... Ako to asi dopadne?

Tomáš sa teda postavil 11 metrov pred súperovho brankára. Napriahol a vystrelil loptu rýchlosťou $v_1 = 25\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ smerom do rohu súperovej bránky. Lopta má pred sebou vzdialenosť s_1, ktorú zistíme podľa Pytagorovej vety alebo odmeriame na obrázku:

$$s_1 = \sqrt{11^2 + 3{,}66^2} \doteq 11{,}59\,\mathrm{m}$$

Tým pádom lopta dorazí do rohu bránky za čas $t_1 = s_1/v_1 = 11{,}59/25 \doteq 0{,}4636\,\mathrm{s}$.

Čo však chudák brankár? Stojí v strede svojej brány, keď tu zrazu vidí, že Tomáš kopol do lopty. Ešte ďalších $t_\mathrm{R} = 0{,}12\,\mathrm{s}$ bez pohnutia stojí na mieste (to je ten reakčný čas), keď sa zrazu hodí smerom k tyčke chytať loptu. Jeho rýchlosť je $v_2 = 8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, vzdialenosť tyčky $s_2 = 3{,}66\,\mathrm{m}$ (polovica brány), takže k nej doskočí v čase

$$t_2 = t_\mathrm{R} + \frac{s_2}{v_2} = 0{,}12 + \frac{3{,}66}{8} = 0{,}5775\,\mathrm{s}$$

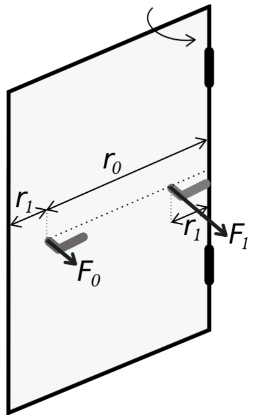
Teraz je to jasné, $t_1 < t_2$, v rohu bránky bude skôr lopta a tak je to GÓÓÓÓÓÓÓÓÓÓÓÓL! Pozor, gól platí, pretože lopta je v rohu skôr ako brankár. To, že lopta je rýchlejšia ($v_1 > v_2$), s tým nesúvisí. Ak by brankár toľko nerozmýšľal, než sa vôbec pohol, teda ak by sme zabudli na reakčný čas, v rohu by bol skôr brankár a gól by chytil.

Bodovanie: *Kompletné a správne riešenie $5\ b$, za drobné chyby alebo chýbajúci komentár $-0{,}5\ b$ až $-1\ b$, neúplné riešenie s dobrými myšlienkami $2-3\ b$.*

Príklad 2 - Druhá strana *opravoval Samuel Sučík - Samo*

Pozdravujem všetkých, ktorí otvárajú dvere pri pántoch. Poďme sa spolu pozrieť na to, prečo je to také ťažké.

1. Vysvetli, prečo je kľučka dverí na tej strane, na ktorej je. Keď otváram dvere, tak ich vlastne otáčam okolo zvislej osi, ktorá prechádza pántmi. A čo dvere roztáča? Pri posuvnom pohybe stačí nejaká sila, a už sa teleso hýbe. Na otáčanie však nestačí len sila. Táto sila musí pôsobiť aj v nejakej nenulovej vzdialenosti r od osi otáčania (od pántov), a tým vytvárať moment sily/točivý moment M. Práve M je pri otáčavom pohybe tým, čím je sila pri obyčajnom posuvnom pohybe.



Obr. 1: *Kľučka v pôvodnej a premontovanej polohe.*

Na to, aby som po drsnej podložke tlačil tehlu, potrebujem pôsobiť nejakou najmenšou silou, aby som prekonal trenie. Podobne je to aj s dverami: V pántoch je trenie, a tak na otváranie dvier treba nejaký najmenší moment M_0. Tento moment sa meniť nebude, nech je kľučka kdekoľvek. Závisí iba od odporových síl, ktoré dverám bránia v otáčaní.

Keď je kľučka namontovaná normálne, vo vzdialenosti r_0 od pántov, na otvorenie dvier musím tlačiť/ťahať nejakou najmenšou silou F_0. No a keďže moment sily je súčinom veľkosti sily a vzdialenosti pôsobiska sily od osi otáčania ($M = F \cdot r$), viem najmenší potrebný moment sily vyjadriť ako:

$$M_0 = F_0 \cdot r_0$$

Čo sa stane, ak sa zmenší vzdialenosť kľučky od pántov z r_0 na r_1? M_0 sa nemení, takže nová sila F_1 sa bude musieť zväčšiť, aby stále platilo

$$F_1 \cdot r_1 = M_0 = F_0 \cdot r_0$$

Platí teda, že približovaním kľučky k pántom potrebná sila rastie, zatiaľčo vzďaľovaním klesá. No a kam sa kľučky na dverách montujú? Prefíkane čo najďalej od pántov — tak, aby sila potrebná na otváranie dvier bola čo najmenšia. Aj keď sú totiž dvere zakaždým roztáčané rovnakým momentom M_0, človek na ne pôsobí *silou*, a tá sa mení. *Viacerí z vás správne poznamenali, že keby bola kľučka namontovaná priamo na osi otáčania, dvere neotvoríme, ale vylomíme :-)*

2. Odhadni, ako by sa najmenšia potrebná sila zmenila oproti pôvodnej sile F, keby si kľučku na svojich dverách premontoval na opačnú stranu (k pántom). Dvere na mojej izbe sú široké 84 cm a kľučka je od okraja vzdialená 5 cm (takže od pántov je $r_0 = 79$ cm). Keby som ju premontoval k pántom, do vzdialenosti $r_1 = 5$ cm, stále by platila rovnica $F_1 \cdot r_1 = F_0 \cdot r_0$. Aj keď veľkosti síl nepoznám, pretože som doma nenašiel silomer, z rovnice viem zistiť, že sila potrebná pri pántoch bude pre moje dvere takmer *16-násobne väčšia* oproti pôvodnej sile F_0:

$$F_1 = F_0 \frac{r_0}{r_1} = F_0 \frac{79\,\text{cm}}{5\,\text{cm}} = 15{,}8 \times F_0$$

Bodovanie: *Dvere sú otáčavý mechanizmus/páka, osou otáčania sú pánty* $1\ b$*, dvere otáča moment sily, ktorý sa nemení* $1\ b$*. Kľučka bližšie k pántom znamená kratšie rameno a väčšiu* *silu, preto sa montuje čo najďalej $1\ b$. Za správny odhad, či už koľkonásobne sa sila po premontovaní zväčší, alebo aká veľká bude, $2\ b$*

Príklad 3 - Savý papier *opravovala Dominika Iždinská*

Vo svojich riešeniach ste otestovali veľa zaujímavých druhov papiera, ja som si vybrala klasický kancelársky papier, toaleťák a papier z katalógu. Z každého z nich som si vystrihla prúžky s dĺžkou 12,5cm a šírkou 5 cm. Zaznačila som si na nich hĺbku ponoru - 3cm, pripevnila k trojuholníkovému pravítku a vložila do nádoby s vodou. Keďže v ďalšej otázke mám povedať, čo sa stane, ak nechám papierik v nádobe dlhšie, meriam priebežne, o koľko vystúpi voda po každej minúte a celkovo meriam 4 minúty. Aby som dostala čo najlepšie výsledky, pre každý papier meranie opakujem 3 krát. V tabuľke sú priemerné výsledky pre každý typ papiera. Vidíme, že najlepšie saje s prehľadom toaleťák, kým kancelársky papier za 4 minúty sotva nasaje pár milimetrov.

Výška vody (cm)	1 min	2 min	3 min	4 min
Toaletný papier	5,10	6,93	8,03	8,97
Kancelársky papier	0,03	0,17	0,33	0,43
Katalóg	1,20	1,48	1,67	1,80

Porovnanie papierov máme za sebou, tak môžeme prejsť na ďalšiu otázku. Zmenila by sa výška, do ktorej voda vystúpa, ak by Jožko nechal papier vo vode dlhšie? Už v predchádzajúcom experimente vidíme, že počas 4 minút výška nasatej vody stúpa, vynára sa tu však otázka - dokedy? Preto som spravila dlhšie meranie - pravítko som zaťažila, aby držalo v zvislej polohe, pripevnila naň papierik a merala výšku po 1 a po 2 hodinách. Dostala som tieto výsledky:

Výška vody (cm)	1 hod	2 hod
Toaletný papier	celý	celý
kancelársky papier	0,7	1,0
Katalóg	1,9	2,5

Nakoniec máme za úlohu zistiť, čo sa stane, ak zmeníme veľkosť ponorenej časti papierika. Opäť som použila rovnaké 3 typy papiera, no tentokrát som miesto 3 cm ponorila iba 2 cm. Dostala som tieto výsledky:

Toaletný papier	$9{,}00$ cm
Kancelársky papier	$0{,}46$ cm
Katalóg	$1{,}90$ cm

Ako vidíme, dostávame veľmi podobné výsledky ako v prvom prípade, takže hĺbka ponorenej časti zrejme výšku vystúpenej vody neovplyvňuje. Odchýlky merania mohli byť spôsobené drobnými nepresnosťami pri meraní, nepresnosťou aparatúry aj reakčným časom. Časť papiera sa opierala o pravítko a to, hlavne pri katalógovom papieri, dosť pomáhalo stúpaniu vody, takže voda nestúpala úplne rovnomerne.

Bodovanie: $3\ b$ *za nameranie výšky výstupu vody pre jednotlivé druhy papiera,* $1\ b$ *za meranie závislosti výstupu vody od času,* $1\ b$ *za meranie závislosti výstupu vody od hĺbky ponoru.*

Príklad 4 - Prepálená žiarovka *opravoval Milan „Jimi“ Smolík*

Napadlo vám viacero ciest, ako riešiť tento príklad, ale najschodnejšia bola tá, v ktorej rátame odpory žiaroviek. No tak sa do toho pustime! Zadanie hovorí, že použité žiarovky majú výkon 20 W pri napätí $4{,}5$ V. Spomenieme si na vzorec $P = U \cdot I$ a z toho by sme už vedeli vypočítať prúd... Ale iba v jednej žiarovke! Totiž ak ich zapojím viac za seba, tak sa mi napätie bude medzi nimi deliť, a $4{,}5$ V nenájdem nikde. Nuž, tak pripojím ešte Ohmov zákon v tvare $I = U/R$, a vyjde mi praktický vzorec $P = U^2/R$. Z neho si vyjadríme odpor ako $R = U^2/P$, čo po vypočítaní dá $1{,}0125\,\Omega$.

Dobre, to by bol odpor jednej žiarovky. Poďme si ich zapojiť! Pred vypálením sme mali zapojené dve paralelne, a tretiu za ne sériovo. Odpor dvoch paralelných vypočítam ako $R' = \frac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2}$, ku ktorému prirátam odpor tretej a vyjde celkový odpor obvodu $R = 1{,}519\,\Omega$. Tento odpor vtlačím do Ohmovho zákona a vytiahnem z neho prúd v obvode ako $I = U/R = 2{,}963$ A. Pozor, v paralelnom zapojení sa prúd delí, a keďže odpory žiaroviek sú rovnaké, tak sa rozdelí rovnomerne. Preto paralelnými žiarovkami tečie prúd $I_1 = 1{,}481$ A a sériovou tečie prúd $I_2 = 2{,}963$ A.

No a čo po vypálení? Vtedy máme len jedno sériové zapojenie a to dve žiarovky za sebou. Tieto žiarovky majú stále rovnaký odpor, takže odpor obvodu bude súčet odporov žiaroviek a to $R = 2{,}025\,\Omega$. Zapojme to do Ohmovho zákona a dostaneme prúd $I = 2{,}22$ A. Pre prvú žiarovku, čo bola zapojená paralelne to znamená jasnejšie svetlo, pre druhú to znamená že bude svietiť menej.

Bodovanie: *Za správne rátanie s výkonom som udeľoval* $1\ b$*, ak ste sa dostali ku dobrému medzivýsledku tak vás čakal* $1\ b$*. Ak ste ponúkli porovnanie so situáciou pred vypálením, dostali ste* $1\ b$*. Za správne dorátanie (aj s delením napätia, alebo cestou okolo) boli* $2\ b$*.*

Príklad 5 - Signály *opravoval Samuel Kočiščák*

Najprv je dobré uvedomiť si, že aby fotorezistor nameral nejaký výkon lasera, nesmie mu nič stáť v ceste. Rotujúca prekážka mu stojí v ceste, ak je akurát otočená plnou časťou do cesty lúču svetla. V takom prípade je jedno, či laser akurát svieti alebo nie, fotorezistor to nerozozná a situáciu vyhodnotí ako keby laser nesvietil, teda nenameria žiaden výkon (0 W). Fotorezistor teda nameria skutočný priebeh výkonu lasera, keď je prekážka otočená tak, že nezavadzia a nenameria nič, keď je otočená tak, že lúč nedorazí do fotorezistora.

Podobný graf, ako je v zadaní môžme vyrobiť aj pre pre rotujúcu prekážku. V grafe v zadaní je vidno, či laser v danom čase svieti. Od grafu rotujúcej prekážky požadujeme, aby v ňom bolo vidno, či prekážka v danom čase svetlo tieni, alebo prepúšťa. Poznáme však len frekvenciu (počet otáčok za sekundu) s akou prekážka rotuje, potrebujeme teda čas, po ktorý prekážka zacláňa a čas, po ktorý prekážka svetlo prepúšťa dopočítať.

Zo vzťahu

$$T = \frac{1}{f}$$

kde f je frekvencia (počet opakovaní nejakého javu za jednotku času, štandardne za 1 s, v takom prípade frekvenciu meriame v Hz (*Hertzoch*), 1 Hz znamená, že niečo sa stane raz každú sekundu) a T je perióda (ak je frekvencia f zadaná v Hz, tak perióda vyjde v sekundách a udáva čas, za ktorý sa periodicky sa opakujúci dej znova zopakuje, napríklad tikanie hodín má periódu 1 s, striedanie ročných období má periódu 365 dní) vieme postupne dosadením hodnôt z podúloh $a)$, $b)$ a $c)$ určiť periódu rotácie prekážky.

Túto periódu možno určiť aj pomocou trojčlenky (napríklad v prípade $a)$)

1 sekunda .... $41{,}7$ otáčky

x sekúnd .... 1 otáčka

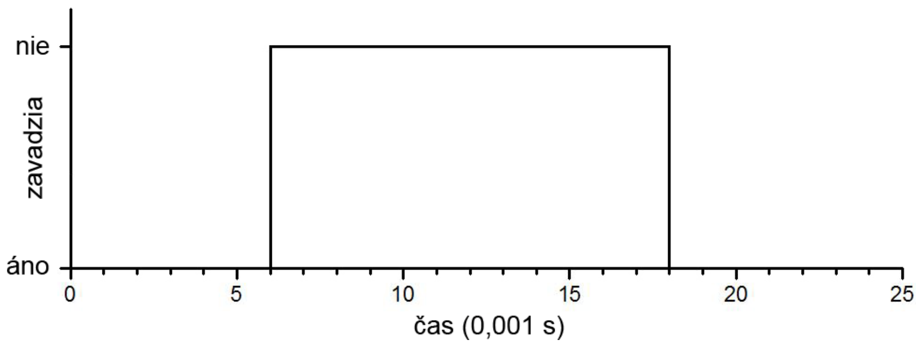
Z ktorej vidno, že $x = \frac{1}{41{,}7}$, čo je vlastne to isté, ako $T = \frac{1}{f}$. V časti $b)$ a $c)$ môžme postupovať rovnako a či už tak alebo onak, zistíme, že perióda bude:

$$a)\ T_a = \frac{1}{41{,}7\,\text{Hz}} \approx 0{,}024\,\text{s}$$

$$b)\ T_b = \frac{1}{2500\,\text{Hz}} \approx 0{,}0004\,\text{s}$$

$$b)\ T_c = \frac{1}{298\,\text{Hz}} \approx 0{,}0034\,\text{s}$$

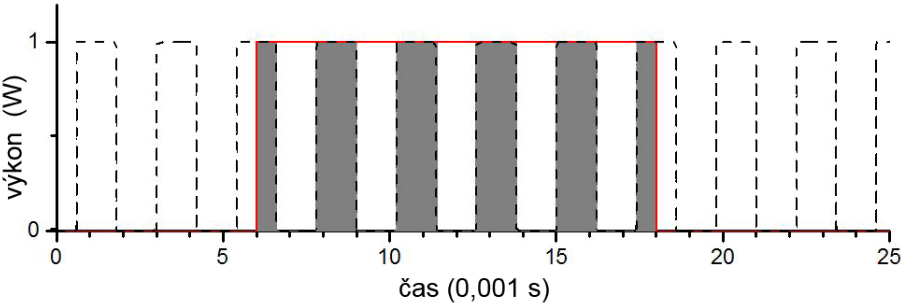
Keďže prekážka má tvar polkruhu a točí sa rovnomerne rýchlo, presne polovicu času bude lúč prepúšťať a polovicu času tieniť. Graf, ktorý sme chceli zostrojiť bude potom vyzerať (v prípade $a)$) takto:



Graf 1: tienenie lúča prekážkou v čase

Teda bude svetlo $0{,}012\,$s tieniť a $0{,}012\,$s prepúšťať. Prečo som graf nenakreslil tak, že prekážka začne svetlo prepúšťať v čase $0\,$s? Mohol som, tak isto mohlo začať prepúšťať v $0{,}001\,$s alebo $0{,}314\,$s, ale nezáleží na tom. Celý dej sa odohráva veľmi rýchlo a veľakrát dookola, nie je praktický rozdiel v tom, od ktorého okamihu začnem čas merať - celý graf by som len posunul doľava alebo doprava a nič dôležité by sa nezmenilo.

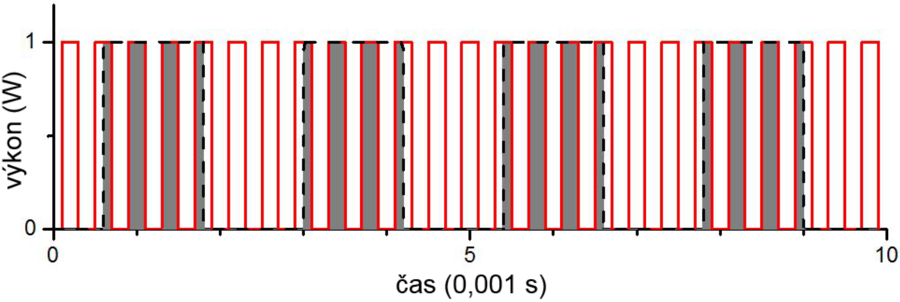
Ako sme si v úvode vyjasnili, fotorezistor nameria $1\,$W ak zároveň laser svieti a prekážka nestojí lúču v ceste. Ak teda nakreslíme cez seba graf výkonu lasera v čase (ten zo zadania) a graf tienenia prekážky (Graf 1), tak výsledným nameraným priebehom bude tá nižšia z čiar, lebo stačí, aby laser nesvietil alebo aby prekážka zavadzala. Takto to bude teda vyzerať:



Graf 2: prípad $a)$

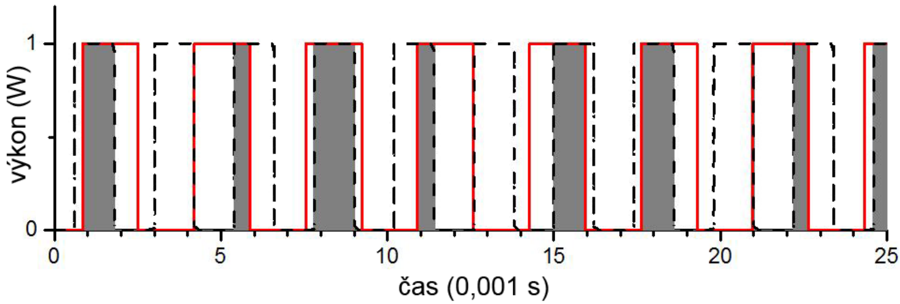
Čiernou čiarkovanou čiarou je nakreslený graf výkonu lasera (zo zadania) a červenou plnou čiarou je obmedzenie prekážkou (Graf 1). Sivou je vyznačený výkon nameraný fotorezistorom v tomto prípade ($a)$). Všimnime si, že prvý a posledný pulz sú o niečo užšie, než ostatné pulzy. To je spôsobené tým, že prekážka odkryla laser akurát keď svietil a teda fotorezistor nemohol namerať celý tento pulz. Ak by boli prekážka a laser zosinchronizované trochu inak (a nevieme, ako v skutočnosti sú), tak by prvý pulz mohol byť širší alebo užší a posledný naopak užší alebo širší tak, aby ostala zachovaná šírka pulzu odkrytia prekážkou (červená čiara). To nás však zas tak netrápi, celkový obrazec to príliš nezmení. Hlavné je, že fotorezistor vidí laser chvíľu rýchlo blikať a chvíľu sa mu zdá, že nesvieti. To je spôsobené tým, že frekvencia rotácie prekážky je oveľa väčšia ako frekvencia svietenia lasera.

Ako to bude vyzerať v prípade $b)$? Keďže frekvencia je vysoká, vytvoríme graf v jemnejšej mierke - stačí, že na x-ovej osi bude vidno prvých 10ms. Táto mierka je vhodnejšia jednak pre to, že príliš úzke pásy sa zle rysujú a jednak preto, že kvôli vysokej frekvencii uvidíme periodické opakovanie vzorky aj na kratšom časovom úseku. Mnohí z Vás si z rovnakých dôvodov mierku tiež upravili. Pri rysovaní postupujeme vlastne rovnako ako v $a)$ a dostaneme takýto výsledok:



Graf 3: prípad $b)$

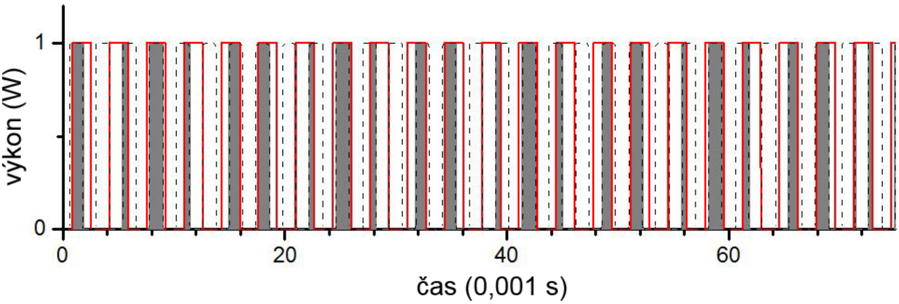
Vidíme, že každý pulz lasera je veľmi rýchlo rotujúcou prekážkou rozdelený na niekoľko kratších pulzov. Obrazec je tak podobný ako v prípade $a)$, teda fotorezistor opäť vidí laser chvíľu rýchlo blikať a chvíľu nesvietiť vôbec, ale tentokrát na oveľa menšej časovej mierke. Ani v tomto prípade však celkový vzhľad krivky príliš nezávisí od presnej synchronizácie prekážky a lasera. Ako bude vyzerať prípad $c)$?



Graf 4: prípad $c)$

Tento prípad je iný, priebeh výkonu sa správa zvláštne - pri každej otáčke prekážky fotorezistor zosníma inak široké časti jedného alebo dvoch pulzov lasera. Tie sa začnú opakovať až po pomerne dlhom čase. Môžte si rozmyslieť, ako by sa tieto pulzy zmenili, keby bola frekvencia rotácie prekážky ešte o niečo vyššia alebo o niečo nižšia (teda keby mala červená krivka trochu viac alebo menej zubov).

Mnohí z Vás si zmenili mierku x-ovej osi, aby videli, ako sa bude priebeh v tomto prípade správať na väčšej mierke. Prikladám preto ešte graf s trojnásobne dlhým časovým úsekom, na ktorom krajšie vidno, ako sa priebeh správa.



Graf 5: prípad $c)$ vo väčšej mierke

Niektorí z Vás na to išli viac teoreticky a pri výpočte použili frekvenciu alebo periódu netieneného lúča (graf zo zadania). Na určenie periódy svietenia lasera je potrebné nájsť na x-ovej osi grafu v zadaní také 2 body, kde začiatok alebo koniec pulzu presne sedí so značkou na osi. Takéto body sú $0{,}003$ s, $0{,}009$ s, $0{,}015$ s a $0{,}021$ s. Napríklad v čase $0{,}003$ s začína jeden pulz a v čase $0{,}015$ s začína ďalší, medzi týmito časmi je 5 celých cyklov, teda pulzy sa opakujú s periódou

$$\frac{(0{,}015 - 0{,}003)\,\text{s}}{5} = 0{,}0024\,\text{s}$$

Polovicu tohoto času laser svieti a polovicu nesvieti, čo vidno napríklad z toho, že medzi $0{,}003$ s a $0{,}009$ s sú tri pulzy a dve medzery.

Bodovanie: *Za úplne vyriešený príklad som považoval taký, ktorý obsahuje všetky 3 grafy (správne, prehľadne čitateľné a v dostatočnej mierke, aby bolo rozumne vidno, ako sa priebeh bude správať) a postup, ako boli vytvorené. Za výpočet periódy (a správne skonštatovanie, že nás zaujíma polperióda) $2\ b$, za každý správny graf $1\ b$. Ak bol graf nesprávny, neúplný alebo inak nie úplne vyhovujúci, dostali ste zaň niečo medzi $0\ b$ a $1\ b$, podľa úrovne spracovania. Za logické a výpočtové chyby, ktoré výrazne ovplyvnili výsledok som strhával body podľa závažnosti chyby a naopak, nejakými desatinami bodu ste si mohli prilepšiť za zaujímavé myšlienky, postrehy a podobne.*