Celoslovenský korešpondenčný seminár z fyziky pre žiakov ZŠ a OG

PIKOFYZ

18. ročník www.pikofyz.sk šk. rok 2015/2016

Vzorové riešenia 2. série letnej časti

Príklad 1 - Vesmírna rúra *opravoval Ondrej Bogár - Bugy*

Vysvetlenie pokusu so skúmavkou ste mali skoro všetci dobre, čo ma veľmi teší. Poďme sa preto pozrieť, ako je to s tou rúrou. Po dlhých rokoch stavby máme postavenú rúru až do vesmíru. Dvierka, ktoré sú pri zemi sú otvorené. Takže v rúre je vzduch - taký istý ako v okolitej atmosfére. Počkať. Ako vlastne vyzerá naša atmosfére?

Atmosféra je plyn, ktorý je okolo Zeme držaný gravitáciou. Častice vzduchu sa pohybujú náhodným pohybom a každá častica má svoju rýchlosť. Nám sa zdá, že vzduch stojí, ale každá častica sa pohybuje nejakým náhodným smerom a preto vo výsledku to vyzerá, že sa nič nedeje. Pri pohybe každej častice stále pôsobí gravitačná sila Zeme. Tá spôsobí, že všetky častice vzduchu sa rozložia okolo Zeme tak, že pri povrchu ich bude najviac a postupne ich s výškou bude ubúdať. Preto čím budeme ďalej od povrchu Zeme, tým bude hustota vzduchu menšia a menší bude aj tlak. Na hornom okraji atmosféry je už častíc vzduchu tak málo (a teda aj veľmi malý tlak), že už je to rovnaké ako inde vo vesmíre.

Späť k našej rúre. Na vzduch v rúre stále pôsobí gravitácia a tá spôsobí, že postupne v rúre vznikne také isté rozloženie vzduchu ako mimo rúry. Ak by ale vzduchu v rúre bolo málo (dvere by boli len jemne pootvorené veľmi krátky čas) tak častíc vzduchu by bolo v rúre málo a preto by tam bol nižší tlak. Do vesmíru by však určite nebola vysatá ani jedna častica.

Takže odpoveď je, že po zavretí dverí sa nič nezmení a na dvere bude pôsobiť nulová sila. A to preto lebo tlak v rúre a mimo rúry sú rovnaké.

Bodovanie: *Za vysvetlenie experimentu so skúmavkou* $1\ b$*. Za vysvetlenie, že gravitácia drží vzduch v okolí Zeme* $2\ b$*. Za vysvetlenie a zdôvodnenie aké budú tlaky v rúre a mimo rúry* $2\ b$

Príklad 2 - Kozmonauti na úteku *opravovala Zuzana Bogárová - Bum*

Ahojte.
Ako prvé si zistíme veci, čo nevieme a to sú hustoty. Ja som na internete našla tieto hodnoty: $\rho_{\text{klatrát}} = 0{,}9\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 900\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ a $\rho_{\text{kyselina}} = 1{,}8259\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 1825\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

Ďalej si zapíšeme to, čo vieme. $m_{\text{kozmnonaut}} = 90\,\text{kg}$, $g = 13\,\frac{\text{N}}{\text{kg}}$. Objem kryhy si vypočítame ako $V_{\text{kryha}} = a \cdot b \cdot c = 3\,\text{m} \cdot 2\,\text{m} \cdot 0{,}15\,\text{m} = 0{,}9\,\text{m}^3$

Už máme všetko, čo potrebujeme, tak poďme na to. Ak chceme, aby kryha plávala na hladine a neponorila sa, musí sa gravitačná sila F_{g} rovnať sile vztlakovej F_{vzt}. Keďže na kryhu sa chce zmestiť čo najviac kozmonautov, chceme aby bola potopená čo najviac, takže celým svojím objemom.

$$F_{\text{g}} = F_{\text{vzt}}$$

$$M \cdot g = \rho_{\text{kyselina}} \cdot V_{\text{kryha}} \cdot g$$

Do hmotnosti M ale musíme započítať aj hmotnosť kryhy, a aj hmotnosť všetkých kozmonautov.

$$(m_{\text{kryha}} + x \cdot m_{\text{kozmonaut}}) \cdot g = \rho_{\text{kyselina}} \cdot V_{\text{kryha}} \cdot g$$

Kde x je to číslo, ktoré hľadáme. Môžeme si všimnúť, že na oboch stranách rovnice máme gravitačné zrýchlenie a môžeme ho vyškrtnúť. Tak to spravíme a vypočítame naše x.

$$m_{\text{kryha}} + x \cdot m_{\text{kozmonaut}} = \rho_{\text{kyselina}} \cdot V_{\text{kryha}}$$

$$x \cdot m_{\text{kozmonaut}} = (\rho_{\text{kyselina}} \cdot V_{\text{kryha}}) - m_{\text{kryha}}$$

$$x \cdot m_{\text{kozmonaut}} = (\rho_{\text{kyselina}} \cdot V_{\text{kryha}}) - (V_{\text{kryha}} \cdot \rho_{\text{klatrát}})$$

$$x = \frac{(\rho_{\text{kyselina}} \cdot V_{\text{kryha}}) - (V_{\text{kryha}} \cdot \rho_{\text{klatrát}})}{m_{\text{kozmonaut}}}$$

$$x = \frac{V_{\text{kryha}} \cdot (\rho_{\text{kyselina}} - \rho_{\text{klatrát}})}{m_{\text{kozmonaut}}}$$

Tak a teraz už iba dosadíme do rovnice.

$$x = \frac{0{,}9\,\text{m}^3 \cdot (1825\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 900\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3})}{90\,\text{kg}}$$

$$x = 9{,}25$$

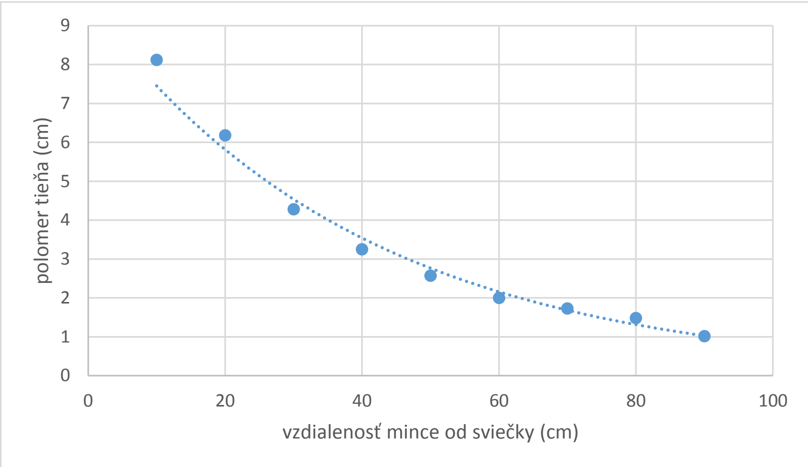
To pre nás znamená, že sa na našu kryhu zmestí iba 9 kozmonautov.

Bodovanie: *Ak ste si zistili hodnoty, čo nám chýbali a dobre ste ich premenili* $1\ b$*. Za opísanie postupu ako ste počítali* $2\ b$*. Za započítanie hmotnosti kryhy* $1\ b$*. A za správny výsledok* $1\ b$*. Ak ste našli iné hodnoty ako ja, ale správne ste to vypočítali, tak som nestrhávala nič.*

Príklad 3 - Výpadok prúdu *opravovala Adela Mareková*

V tomto pokuse sme mali zistiť, ako sa mení polomer tieňa mince v závislosti od vzdialenosti mince od sviečky. Postupovať sme mohli tak, že natiahneme pásmo alebo nejaký iný meter na zem. Vo vzdialenosti m od steny umiestnime sviečku a postupne robíme jednotlivé merania takým spôsobom, že podržíme mincu nad hodnotou na metre, pre ktorú akurát meriame polomer tieňa a priložíme pravítko na stenu a odčítame priemer tieňa, ktorý potom vydelíme dvoma a dostaneme jeho polomer. Pre každú vzdialenosť je potrebné urobiť viac meraní pre väčšiu presnosť. Výsledky zapíšeme do tabuľky a zostrojíme graf:

Vzdialenosť mince od steny (cm)	1. meranie priemer (cm)	2.meranie priemer (cm)	3.meranie priemer (cm)	polomer tieňa (cm)
90	2,0	2,2	1,9	1,02
80	3,0	3,1	2,8	1,48
70	3,5	3,4	3,5	1,73
60	4,0	3,8	4,2	2,00
50	5,1	5,0	5,3	2,57
40	6,5	6,3	6,7	3,25
30	8,6	8,5	8,6	4,28
20	12,4	12,5	12,2	6,18
10	16,3	16	16,4	8,12

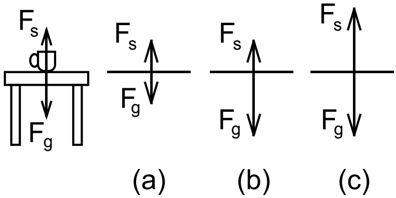


Nepresnosti merania mohli vzniknúť zlým odčítaním veľkosti priemeru tieňa, ktorý bol neostrý. Ako sme si mohli všimnúť, tieň mince je väčší keď je minca bližšie pri sviečke.

Bodovanie: $2{,}5$ b *za správny graf,* 1 b *za dostatočný počet meraní (aspoň 6),* $0{,}5$ b *za vypísané namerané hodnoty,* 1 b *za postup pri meraní.*

Príklad 4 - Fero a Jožo *opravoval Matej „Matt“ Duník*

Úloha je dosť ťažká a vyžaduje si, aby sme mali dosť jasno v tom, ako fungujú niektoré sily a ako sa prejavuje ich pôsobenie. Začnime preto úplne jednoduchým príkladom: Položím svoju šálku na stôl a vidím, že sa nehýbe vzhľadom stôl a miestnosť atď. Nehýbe sa, inými slovami zostáva v pokoji. To znamená, že výslednica síl, ktoré pôsobia na šálku má nulovú veľkosť. Aké sú to sily? Gravitačná sila ťahá šálku dole a stôl pôsobí na šálku hore silou presne rovnakej veľkosti smerom hore. Tieto sily pôsobia oproti sebe, takže ich veľkosti sa odčítajú a dostaneme silu nulovej veľkosti. (a)



No dobre, ale znamená to, že stačí do šálky naliať čaj, tým sa zvýši jej hmotnosť, tým aj gravitačná sila a šálka s čajom začnú zrýchľovať smerom nadol? (b) Nie. Keď zvýšime jej hmotnosť, tak sa okamžite zvýši aj sila, ktorou pôsobí stôl. (c)

Vymeňme stôl za ľudskú ruku. Keď na otvorenú dlaň položím nejaký predmet a chcem, aby sa nehýbal, musím tou rukou pôsobiť smerom hore rovnako veľkou silou, ako je sila gravitačná. Keby som pôsobil väčšou silou, ruka by zrýchľovala smerom hore, keby som pôsobil menšou, ruka by zrýchľovala smerom nadol.

Predstavme si teraz situáciu, že Jožo má naliehavý telefonát, takže Fero čaká sám pri zoťatom smreku a nemá čo robiť. Sám ten kmeň predsa neodnesie. Ale že si chce dokázať, aký je chlapisko, chytí kmeň za prvý trčiaci konár zľava a zdvihne tak, že pravý koniec ostane na zemi. Toto už začína nápadne pripomínať bežné príklady s pákou. Os otáčania je jasná, úplne na pravom konci. Určite na ten strom pôsobí Fero silou F_F smerom nahor $170\,\text{cm}$ od osi otáčania a gravitačná sila smerom nadol $100\,\text{cm}$ od osi otáčania.

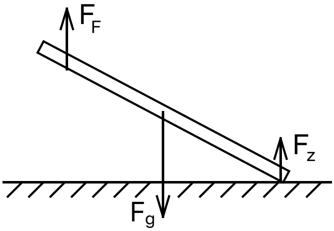
$$170\,\text{cm} \cdot F_F = 100\,\text{cm} \cdot F_g = 100\,\text{cm} \cdot 150\,\text{kg} \cdot 10\,\frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

$$F_F = 1500 \cdot \frac{100}{170}\,\text{N} = 882\,\text{N}$$

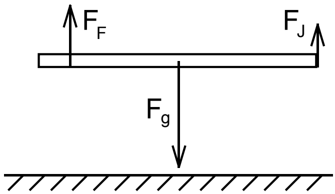
Fero teda pôsobí silou $882\,\text{N}$ smerom hore. Teraz využijeme prípravu so stolom a šálkou, pretože sa pýtam: Akou silou pôsobí zem na pravý koniec stromu? Vieme, že strom sa nehýbe, takže výslednica všetkých síl, ktoré pôsobia na strom, musí byť nulová sila. Smerom dole pôsobí sila $F_g = 1500\,\text{N}$, smerom hore pôsobí Fero silou $F_F = 882\,\text{N}$. Aká je veľkosť sily F_z, ktorou tlačí zem na smrek na pravom konci — tam kde sa smrek opiera o zem? (d)

$$F_z + F_F = F_g$$

$$F_z = F_g - F_F = 1500\,\text{N} - 882\,\text{N} = 618\,\text{N}$$



(d)



(e)

Kým sme toto vyrátali, Jožo už dotelefonoval, pribehol k Ferovi a vraví: „Super, už ho dvíhaš! Tak vydrž chytím ho za ten pravý koniec!“. A plný elánu zdvihol smrek aj Jožo. Za ten konár na pravom konci. Takže predstavme si, že ho už drží. Z Ferovho pohľadu sa veľa nezmenilo. Smrek sa stále rovnako nehýbe a Ferovi môže byť jedno, či ten pravý koniec podopiera zem alebo Jožo. Takže Fero stále pôsobí silou 882 N. Akou silou ale pôsobí Jožo (e)? No, musí pôsobiť takou silou, ako predtým zem, inak by konár zrýchľoval nahor alebo nadol. Preto Jožo pôsobí silou 618 N.

Skúsme na to ísť ešte z opačného konca. Ľavý konár niekde zavesíme, takže os otáčania páky bude presne 30 cm od ľavého okraja kmeňa. Jednoducho Fero si dá na chvíľu pauzu a zrátajme akou silou musí pôsobiť Jožo, ak chce držať smrek za pravý koniec. Ťažisko je od osi otáčania 70 cm, Jožo pôsobí silou F_J vo vzdialenosti 170 cm.

$$70\,\text{cm} \cdot F_g = 170\,\text{cm} \cdot F_J$$

$$F_J = \frac{70}{170} \cdot 1500\,\text{N} = 618\,\text{N}$$

Paráda, vyšlo to isté! Tak to máme aj so skúškou správnosti.

Označme konáre zľava doprava A, B, C, D. Preskúmali sme, že ak drevorubači chytia strom za konáre A a D, tak pôsobia silami 618 N a 882 N. Chceli by sme, aby pracovali rovnomerne, takže aby rozdiel medzi týmito silami bol čo najmenší. V prípade A a D je rozdiel $882\,\text{N} - 618\,\text{N} = 264\,\text{N}$.

Mali by sme nejak šikovne zrátať ostatných 5 možností, aby sme si boli istí, ktorá je najvýhodnejšia.

Čo keby chytili konáre A a B. Všimnite si, že ťažisko nie je medzi týmito konármi. To znamená, že keby obaja drevorubači pôsobili smerom hore, kmeň by nedokázali zdvihnúť do vodorovnej polohy. V skutočnosti jediná možnosť by bola ťahať konár B smerom hore a A smerom dole. Tým pádom je jasné, že jeden z drevorubačov by musel pôsobiť silou väčšou o 1500 N. To neznie veľmi nádejne. Rovnaký problém je pri dvojici C a D.

Vyskúšajme A a C. Zvolíme si ako os otáčania bod C, drevorubač, ktorý drží A, pôsobí teda 90 cm od osi silou F, gravitačná sila pôsobí 20 cm od osi.

$$90\,\text{cm} \cdot F = 20\,\text{cm} \cdot F_g$$

$$F = \frac{20}{90} \cdot 1500\,\text{N} = 333\,\text{N}$$

Druhý drevorubač teda drží silou $1500\,\text{N} - 333\,\text{N} = 1167\,\text{N}$. Rozdiel ich síl je $1167\,\text{N} - 333\,\text{N} = 834\,\text{N}$

Vyskúšajme B a C. Os otáčania necháme bod C. Drevorubač, ktorý drží konár B pôsobí silou F vo vzdialenosti 70 cm od osi, gravitačná sila pôsobí 20 cm od osi.

$$90\,\text{cm} \cdot F = 20\,\text{cm} \cdot F_g$$

$$F = \frac{20}{70} \cdot 1500\,\text{N} = 429\,\text{N}$$

Druhý drevorubač teda drží silou $1500\,\text{N} - 429\,\text{N} = 1071\,\text{N}$. Rozdiel ich síl je $1071\,\text{N} - 429\,\text{N} = 642\,\text{N}$

A posledná možnosť B a D. Os otáčania nech je D. Drevorubač, ktorý drží konár B pôsobí silou F vo vzdialenosti 150 cm od osi, gravitačná sila pôsobí 100 cm od osi.

$$150\,\text{cm} \cdot F = 100\,\text{cm} \cdot F_g$$

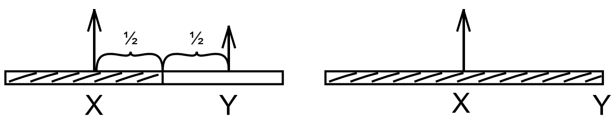
$$F = \frac{100}{150} \cdot 1500\,\text{N} = 1000\,\text{N}$$

Druhý drevorubač teda drží silou $1500\,\text{N} - 1000\,\text{N} = 500\,\text{N}$. Rozdiel ich síl je $1000\,\text{N} - 500\,\text{N} = 500\,\text{N}$

Z týchto výsledkov vyplýva, že najmenší rozdiel síl dosiahli drevorubači v situácii, keď jeden držal konár A a druhý konár D.

Všimnite si tiež tri možnosti AD, BD a CD. Vo všetkých troch prípadoch drevorubač držiaci za konár D ťahá menšou silou, takže chytiť konár D je pre lenivého Fera ideálna stratégia.

Mnohí z vás mali pocit, že keď dvaja ľudia držia ten kmeň v miestach X a Y, tak je to akoby sme rozdelili kmeň v strede medzi X a Y a každý drevorubač vlastne nesie jednu z tých častí. (f) Ale v skutočnosti to tak vôbec nie je a ako protipríklad uvádzam takúto situáciu: X je v strede stromu a Y je úplne na konci (g). Keby táto úvaha o strede medzi X a Y platila, tak jeden drevorubač nesie tri štvrtiny hmotnosti a druhý štvrtinu hmotnosti. Ale v skutočnosti ten, ktorý drží strom pri ťažisku, by ho niesol celý a ten druhý ho vlastne len sprevádza a prinajlepšom ho poteší peknou pesničkou.



(f) (g)

Bodovanie: *Za prvú časť maximálne* $3{,}5$ b. *V prípade, že ste použili postup z predchádzajúceho odseku, dostali ste od* $1{,}5$ b *do* $2{,}3$ b *podľa toho, či ste v ňom ešte urobili chyby. V druhej časti za správnu odpoveď* $0{,}5$ b *a za jej zdôvodnenie* 1 b.

Príklad 5 - Stroj na zmrzlinu *opravoval Ján Boogie Bogár*

Ahojte. Tento príklad väčšina z vás zvládla na výbornú. Päťbodové riešenie mohlo mať pár riadkov alebo niekoľko strán, podľa toho ako ste sa rozpísali, ale v podstate stačilo toto:

Keďže koleso B sa musí točiť rovnakým smerom ako koleso A, musí byť medzi nimi nepárny počet kolies (1,3,5...). Dôvodom je, že susediace kolesá sa otáčajú opačnými smermi. Ďalej, keďže koleso B sa musí točiť 5-krát pomalšie ako A, musí mať 5-krát väčší počet zubov aj polomer ako A (keďže polomer je priamo úmerný obvodu, a teda aj počtu zubov). Koleso A má polomer 2 štvorčeky a 16 zubov, a teda koleso B bude mať polomer $5 \times 2 = 10$ štvorčekov a $5 \times 16 = 80$ zubov. **Od rozmerov kolies medzi A a B pritom rýchlosť otáčania B nezávisí** (o chvíľu si povieme prečo). Stačí mi teda vložiť medzi A a B jedno koleso, ktoré vyplňuje medzeru medzi nimi. Medzi A a B mi ostáva 16 voľných štvorčekov a teda sa tam zmestí koleso s polomerom 8 štvorčekov (čomu zodpovedá 64 zubov). Sú samozrejme aj iné možnosti, kolies medzi A a B môže byť viac (napr. 3) alebo nemusia vôbec ležať na spojnici stredov kolies A a B. Všetky takéto riešenia sú rovnako dobré. Hotovo.

Pár dodatkov pre zvedavcov. Dôvodom, prečo platí nepriama úmera medzi otáčkami kolesa a jeho počtom zubov (a teda aj polomerom) je, že zuby medzi sebou nepréšmykujú – keď sa o jeden zub pootočí jedno koleso, pootočí sa o jeden zub aj druhé koleso. Takže keď sa napr. na 16 zubové koleso otočí o 16 zubov, susediace 64 zubové koleso sa otočí tiež o 16 zubov, čo je ale len $\frac{16}{64} = \frac{1}{4}$ otáčky. Prečo nezávisia otáčky (alebo uhlové rýchlosti) dvoch kolies v prevode od toho, aké kolesá sú medzi nimi, je zrejmé z toho, že bez ohľadu na to, aké kolesá sú v prevode, pre všetky platí, že sa za rovnaký čas pootočia o rovnaký počet zubov (majú rovnakú obvodovú rýchlosť). Všetky predsa do seba zapadajú a nemôžu medzi sebou prešmykovať. Tento záver sa dá ukázať aj matematicky. Pre susediace kolesá platí $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_2}{n_1}$ (to je tá nepriama úmera), pričom ω sú uhlové rýchlosti kolies a n sú počty zubov. Keď je v prevode i kolies, tak pre otáčky i-teho kolesa platí

$$\frac{\omega_1}{\omega_i} = \frac{n_2}{n_1}\frac{n_3}{n_2}\cdots\frac{n_{i-1}}{n_{i-2}}\frac{n_i}{n_{i-1}}$$

Vidím pritom, že počty zubov všetkých kolies medzi prvým a i-tym kolesom sú aj v čitateli aj v menovateli, a tak sa vykrátia a ostane mi len $\frac{\omega_1}{\omega_i} = \frac{n_i}{n_1}$. Toto platí vždy, ak v prevode nie je viac kolies na jednej oske.

Bodovanie: *Za správne určenie a zdôvodnenie počtu kolies a ich polomerov bolo po* $2{,}5\ b.$

Vyhlasujeme 4. ročník medzinárodnej súťaže krátkych filmov o fyzike. Natoč svoj film a prihlás ho na festival.

festival
fyzikálnych
filmov

http://www.fyzikalnefilmy.sk
http://www.youtube.com/fyzikalnefilmy