



Vzorové riešenia 1. série zimnej časti

Úloha 1: Vesmírne preteky - opravovala Michaela 'Myšľ' Leinwatherová

Čo ide najvyššou a čo najnižšou rýchlosťou, Slnko okolo stredu našej galaxie, Zem okolo Slnka, Mesiac okolo Zeme alebo lietadlo voči Zemi z Bratislavy do Londýna?

Popíš, ako si k svojmu záveru prišiel.

Úloha to bola celkom ľahká, väčšina z Vás si s ňou poradila rozumne. Stačilo si požadované hodnoty vyhľadať na internete či dopočítať zo známych údajov. Poďme sa na to pozrieť postupne tou trošku zložitejšou metódou:

Rýchlosť lietadla: Na internetovej stránke aerolínií zistíme, že lietadlu trvá let Bratislava - Londýn 2 h 15 min, čo sa rovná 2,25 h. Vzdušná vzdialenosť týchto dvoch miest je približne 1280 km. Bežné, osobné lietadlo sa teda bude pohybovať rýchlosťou $v = \frac{s}{t} = \frac{1280 \text{ km}}{2,25 \text{ h}} \approx 569 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

Rýchlosť Mesiaca okolo Zeme: Môžeme si povedať, že Mesiac sa bude okolo Zeme pohybovať po kružnicovej dráhe s polomerom vzdialenosti od Zeme - $r = 384400 \text{ km}$. Jeho obežnú dráhu potom vypočítame ako $s = 2\pi r$. Mesiac obehne Zem každých 27,3 dňa = 655,2 h.

Jeho rýchlosť bude: $v = \frac{s}{t} = \frac{2\pi r}{t} = \frac{2415256 \text{ km}}{655,2 \text{ h}} = 3686 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

Rýchlosť Zeme okolo Slnka: Rovnako postupujeme aj v tomto prípade. Zem sa bude okolo Slnka pohybovať po približne kružnicovej dráhe s polomerom $r = 149600000 \text{ km}$. Zem obehne Slnko každých 365 dní = 8760 h.

Jeho rýchlosť bude: $v = \frac{2\pi r}{t} = \frac{939964522 \text{ km}}{8760 \text{ h}} = 107302 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

Rýchlosť Slnka okolo stredu galaxie: Pre väčšinu z Vás bola táto informácia novinkou, no naozaj, aj Slnko sa pohybuje spolu s celou našou slnečnou sústavou okolo čiernej diery v strede našej galaxie - Mliečnej dráhy. Slnko sa na jej orbite pohybuje približne rýchlosťou: $v = 828000 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

Teraz, keď máme všetky rýchlosti zistené, dokonca v rovnakých jednotkách, môžeme spokojne porovnávať jednotlivé hodnoty. **Najrýchlejšie sa bude pohybovať Slnko okolo stredu galaxie, najpomalšie lietadlo voči Zemi.**

Bodovanie: 1 b ste mohli získať za správny výsledok, bez udania postupu. 2 b za dôkaz a porovnanie správnych hodnôt, za správny výpočet a až 2 b za postup či prípadné uvedenie zdroja, odkiaľ ste informácie čerpali.

Úloha 2: Ako ryby vo vode - opravovala Adela Mareková - Adel

Olympijský plavecký bazén má dĺžku 50 m, je hlboký 2,5 m a každá jeho dráha je široká 2 m.

Koľko ľudí musí plávať v olympijskom bazéne s 8 dráhami, aby hladina stúpila o 1 cm? Čo ak bude dráh iný počet?

Neznáme údaje čo najlepšie odhadni!

Pri riešení tohto príkladu je potrebné si uvedomiť, že údaj o hĺbke bazéna nehrá pri výpočte žiadnu rolu a že Archimedov zákon hovorí o tom, že objem ponoreného telesa sa rovná objemu vytlačenej kvapaliny.

Takže potrebujeme vypočítať objem 1 cm vody v bazéne s 8 dráhami a objem ľudského tela a zistiť, koľko ľudí dokopy má rovnaký objem ako voda v našom bazéne s 8 dráhami a hĺbkou 1 cm.

Objem vytlačenej vody vypočítame ako objem kvádra s rozmermi $50 \text{ m} \times (2 \text{ m} \cdot 8) \times 0,01 \text{ m}$, takže $V_v = 8 \text{ m}^3$.

Objem ľudského tela sa dá zistiť rôznymi spôsobmi. Ja som použila ten najjednoduchší. Vygooglila som priemernú hustotu ľudského tela - $1100 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, a priemernú váhu človeka - 60 kg. Pomocou vzorca $V_{lt} = \frac{m}{\rho}$ vypočítam objem $\rho = 0,054 \text{ m}^3$. Pre zjednodušenie výpočtu budeme uvažovať, že všetci ľudia v bazéne sú úplne ponorení.

Teraz už viem všetko potrebné na vypočítanie počtu ľudí v bazéne. Ak podelím objem vody objemom ľudského tela, dostanem počet ľudí, ktorí musia plávať v bazéne, aby sa hladina dvihla o 1 cm.

$$\frac{V_v}{V_{lt}} = 148,148$$

ľudí. Aby som nemusela nikoho pokrájať, tak potrebujem aspoň 149 ľudí.

Netreba však zabúdať, že v zadaní je ešte jedna otázka: Čo ak bude počet dráh iný? No na to je jednoduchá odpoveď: ak počet dráh bude menší ako 8, tak aby sa hladina dvihla o 1 cm potrebujeme menej ľudí, lebo aj plocha bazéna sa zmenší. V opačnom prípade zase viac ľudí.

Bodovanie: Za vypočítaný objem vody 1 cm 1 b, za vypočítanie alebo zistenie objemu človeka 1,5 b, za odpoveď na obidve otázky 2 b, za napísanie postupu riešenia 0,5 b.

Úloha 3: Skákajúce perá - opravovala Sára Kutková

Zuzka sa nudila počas hodiny fyziky a ležiac na lavici neustále pozorovala svoje perá. Skúšala, ako po zatlačení gombíkom dole o lavicu skáču a rozmyšľala nad tým, čo všetko ovplyvňuje spôsob odskoku pera. Zamysli sa aj Ty nad Zuzkiným problémom.

Otestuj aspoň 3 rôzne perá. Pokús sa čo najpresnejšie odmerať výšku odskoku pera. Pre každé pero opakuj meranie aspoň 15-krát a nezabudni dobre popísať, ako si pri meraní postupoval. Vytvor tabuľku, v ktorej porovnáš výšku doskoku použitých pier a nezabudni vymenovať faktory, ktoré podľa Teba ovplyvňujú odskok.

Vo svojom meraní som otestovala 3 rôzne perá. Pero 1 bolo kovové, oválne a ťažké. Pero 2 bolo plastové, oválne a veľmi ľahké. Pero 3 bolo z tvrdého papiera, oválne a stredne ťažké.

Výšku výskoku som merala pomocou pravítka prilepeného k stene. Merala som výskok zo zapnutého pera na vypnuté. Pri meraní som mala oči vo výške pravítka, aby som naň videla kolmo - len vtedy je údaj presný a neskreslený. Samozrejme, od nameranej výšky bolo potrebné odrátať veľkosť pera, aby som dostala len výskok pera.

Následne som si vyrobila tabuľku s rôznymi perami a 15 meraniami, z ktorých som na konci urobila aritmetický priemer. Bolo dôležité robiť tak veľa meraní hlavne kvôli chybe v postrehu, ktorá mohla nastať. Vďaka tomu, že sme z meraní spravili priemer, je táto chyba menšia.

Meranie	1. pero	2. pero	3. pero
1	2,0	6,0	15,1
2	1,5	7,2	14,3
3	2,2	7,4	14,2
4	1,4	7,1	15,2
5	2,0	7,0	14,5
6	1,9	6,3	14,6
7	1,9	6,6	14,5
8	1,8	7,0	14,9
9	2,0	6,5	14,6
10	1,4	6,7	14,3
11	2,0	7,1	15,0
12	1,7	6,9	14,9
13	1,9	6,8	14,9
14	2,0	7,0	14,5
15	1,7	7,3	14,8
Priemer:	1,8	6,9	14,7

V tabuľke si môžeme všimnúť, že výskok pera závisí od hmotnosti pera a tuhosti pružiny vo vnútri pera. Pero 3 skákalo najvyššie aj keď bolo druhé najťažšie. Zato však malo pružinu, ktorá sa ťažko stláčala. Pero 1 bolo najťažšie a skákalo najmenej.

Toto som pozorovala ja pri mojich perách. Čo všetko ste videli Vy? Mohli ste si všimnúť rôzne tvary pier, od ktorých potom závisí odpor vzduchu, vrchnáky, od ktorých sa odrážalo pero - či už ich plocha alebo výška, ktorá sa berie ako odrazová vzdialenosť. Najdôležitejšie bolo, že ste faktory mali odvodiť z nameraného experimentu.

Niektorí z Vás nám do riešenia písali aj faktory prostredia - hustota vzduchu, vlhkosť vzduchu, gravitačné zrýchlenie... Chválim :) Áno, aj toto vplýva na výskok pera, ale nevieme experimentálne zistiť, ako presne, pretože pri meraní máme stále rovnaký vzduch a polohu v rámci Zeme. Primárne sme sa chceli zamerať na vlastnosti samotného pera, prípadne sa dalo pouvažovať nad vlastnosťami podložky, na ktorej sme testovali.

Keďže je to experiment, je veľmi dôležité, aby ste vo svojom riešení uviedli postup, akým ste robili merania. Taktiež treba uviesť pomôcky. Predstavte si, že podľa Vášho riešenia sa niekto pokúsi experiment zopakovať, a preto je dôležité, aby vedel, ako ste postupovali.

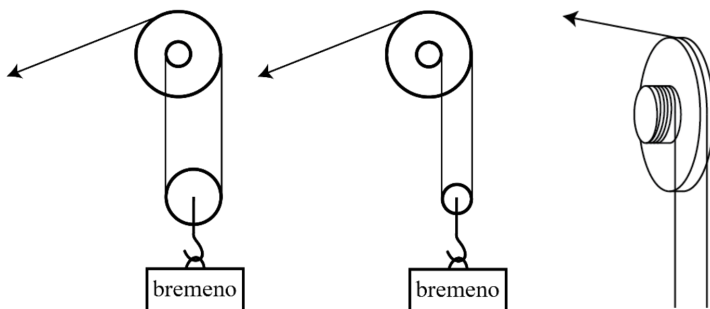
Bodovanie: Za napísanie postupu merania výskoku pera 1 b. Ak ste opísali, aké perá ste použili a prečo mohli mať rôzne výsledky 1 b. Za vyhotovenú tabuľku so všetkými meraniami 3 pier s minimálne 15 meraniami na každé z nich 2 b. Ak ste zo svojich nameraných údajov správne vyvodili faktory, ktoré ovplyvňujú výšku výskoku pera 1 b.

Úloha 4: Žeriavnícka - opravovali Hanka Mertanová a Samuel Kočiščák

Gregor sa na fyzike učil o kladkostrojoch, a že o fyzike rád veľa premýšľa, tak cestou domov sediac v električke sám vymyslel dva kladkostroje. Má však problém spočítať, ako sa pomocou týchto kladkostrojov budú bremená dvíhať. Na oboch kladkostrojoch je menšie koleso pevne pripravené o väčšie a má tretinový polomer oproti väčšiemu kolesu. Takto vzniknuté dvojité koleso je pripravené pevne na stenu tak, že sa môže voľne otáčať. Kladkostroje sa však líšia v tom, akým smerom je na menšom kolese namotaný jeden koniec lana.

Ako rýchlo sa bude dvíhať bremeno zavesené na jednom a na druhom kladkostroji, ak budeme za lano (v smere šípky - ako na obrázku) ťahať rýchlosťou 0,5 m/s?

Lano voči kolesám vôbec neprešmykuje. Na obrázku 1 a 2 vidno jednotlivé kladkostroje aj s bremenom pri pohľade z boku, na obrázku 3 vidno predobočný detail na kolesá kladkostroja z obrázka 2.



Rozdeľme si úlohu na 2 časti. Pozrime sa najprv na prvý kladkostroj.

Čo sa bude diať, keď budeme za lano ťahať? Veľké koleso sa bude otáčať a navíjať lano rýchlosťou, ktorou ťaháme. Keďže malé koliesko je s veľkým pevne spojené, bude sa otáčať tiež, lenže zatiaľ čo na veľké koleso sa lano navíja, z malého sa odvíja. Malé koliesko má však iba tretinový polomer, teda aj tretinový obvod, takže pri otočení o rovnaký uhol sa z malého kolieska odmotá tretina toho, čo sa na veľké namotá.

Z toho vyplýva, že na veľké koleso sa lano navíja rýchlosťou ťahania a z malého sa odvíja tretinovou rýchlosťou ťahania. Bremeno nie je k lanu pevne pripavené, a teda sa bude správať podľa toho, čo sa celkovo deje s úsekom lana, na ktorom bremeno visí. Z tohto úseku kvôli namotávaniu sa lana na väčšie koleso ubúda rýchlosťou $0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ a kvôli menšiemu kolesu pribúda rýchlosťou $\frac{1}{3} \cdot 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Lano teda ubúda rýchlosťou $0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} - \frac{1}{3} \cdot 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Je potrebné uvedomiť si, že lano je cez kladku s bremenom preložené na polovicu, a teda rýchlosť, ktorou sa bude bremeno dvíhať, bude iba polovičná oproti rýchlosti, ktorou lano ubúda, pretože ak z lana ubudne napríklad 10 cm, tak 5 cm ubudne naľavo od bremena a 5 cm napravo od bremena a to sa teda dvihne o 5 cm. Výsledná rýchlosť bremena bude teda

$$\frac{0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} - \frac{1}{3} \cdot 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2} = 0,1\bar{6} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Pozrime sa teraz na to, čím je druhý kladkostroj (obrázok 2) odlišný od prvého kladkostroja. Je veľmi podobný s prvým, avšak na malé koliesko sa lano namotáva. Rovnako ako v prvom prípade, na malé koliesko sa lano namotáva tretinovou rýchlosťou ako na veľké. Teda celková rýchlosť ubúdania lana je $0,5 + \frac{1}{3} \cdot 0,5$.

Rovnako ako v prvom prípade výslednú rýchlosť iba vydělíme dvomi, aby sme dostali rýchlosť bremena. V tomto prípade bude výsledná rýchlosť bremena

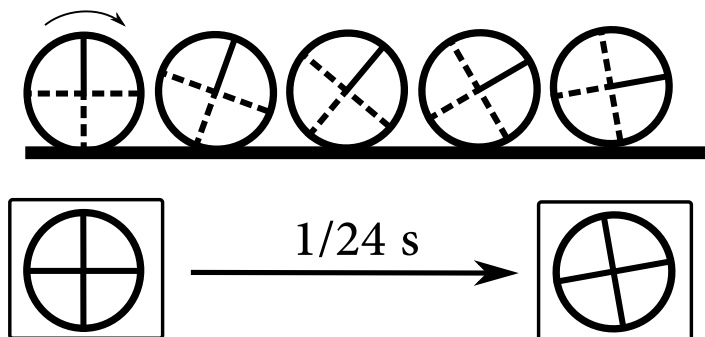
$$\frac{0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} + \frac{1}{3} \cdot 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2} = 0,3\bar{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Bodovanie: Za vyriešenie každej z dvoch podúloh bolo možné získať 2,5 b, z toho 2 b za postup (menej za nedotiahnutý alebo inak chybný postup) a 0,5 b za správne dopočítaný výsledok. Za zaujímavé úvahy, ktoré však nevedli k správne riešeniu, bolo možné získať do 0,5 b.

Úloha 5: Zarád' spiatocku - opravoval Ondrej Bogár - Bugy

Jožko minule pozeral v kine film a všimol si zaujímavú vec. Zdalo sa mu, že sa kolesá auta točia vzad, napriek tomu, že auto v scéne išlo vpred. Zisti, ako rýchlo mohlo ísť auto na zábere, ak vieš, že štandardný film má 24 snímok za sekundu a auto má koleso polomeru 25 cm so štyrmi lúčmi.

Pri akých rýchlostiach auta sa nám bude zdať, že sa kolesá tohto auta točia vzad?



Aby sme vedeli, čo máme počítať, najskôr musíme vysvetliť, kedy tento dej nastáva. Na obrázku je ukázané, čo sa deje s kolesom medzi dvomi po sebe idúcimi snímkami filmu.

Aby sa koleso akože otáčalo dozadu, musia snímky vyzeráť tak, ako na obrázku. Teda jeden zvýraznený lúč sa za dobu jedného snímku pootočí takmer o $\frac{1}{4}$ kruhu. Tak poďme spočítať, akú musí mať auto rýchlosť. Budem počítať presne so štvrtkruhom a budeme si pamätať, že koleso sa musí pootočiť o kúsok menej, a teda aj rýchlosť bude o trošku menšia ako to, čo vypočítame. Obvod štvrtkruhu $O_{1/4} = \frac{1}{4} \cdot 2\pi r = 0,39 \text{ m}$

Túto dráhu prejde auto za dobu $\frac{1}{24}$ s. Rýchlosť je potom

$$v = \frac{s}{t} = \frac{O_{1/4}}{t} = \frac{0,39 \text{ m}}{\frac{1}{24} \text{ s}} = 9,42 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 34 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Väčšina z Vás si všimla, že rovnaký efekt by nastal, ak by sa koleso potočilo o $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ alebo skoro o celý kruh, čo je o $\frac{4}{4}$. A takto by to pokračovalo aj ďalej po štvrtinách. Všetky lúče kolesa sú totiž rovnaké, a preto sa nám pri pootočení presne o jednu štvrtinu zdá, že žiadne pootočenie sa nekonalo. Vytvoríme si vzorec pre akékoľvek pootočenie, aby sme potom mohli z neho počítať rýchlosti.

$$v = n \cdot \frac{\frac{1}{4} \cdot 2\pi r}{\frac{1}{24}} = 12 \cdot \pi \cdot r \cdot n$$

Za n potom len dosádzame čísla 1, 2, 3, 4, 5... a dostávame postupne všetky prípustné rýchlosti. Vypočítali sme, že tento jav nastane pri rýchlostiach o trochu menších ako $34 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, $68 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, $102 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, $136 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ a tak ďalej.

Hmm, keď už máme vzorec pre rôzne pootočenia, nevedeli by sme si spraviť vzorec aj pre kolesá s rôznym počtom lúčov a pre rôzne kamery s rôznym počtom snímkov? Vedeli a vyzeral by takto:

$$v = n \cdot \frac{O}{\frac{1}{b}} = n \cdot \frac{2\pi r b}{a}$$

a je počet lúčov a b je počet snímkov za sekundu. To už je ale len zaujímavosť na záver a v riešení sme to nečakali a ani nebodovali.

Bodovanie: 2 b ste mohli získať za vysvetlenie ako a kedy tento jav vzniká. 2 b za výpočet jednej rýchlosti a 1 b za nájdenie aj násobkov rýchlosti.