Vzorové riešenia 3. série zimnej časti

Úloha 1: Pomáhať a chrániť - *opravoval Peter Dupej*
Na cestnom úseku dlhom 50 m merajú policajti rýchlosť áut. Ich meranie prebieha tak, že zistia, ako dlho autu trvá, kým túto vzdialenosť prejde, a z tohto času zistia rýchlosť auta. Vzdialenosť nemajú ale nijak označenú, a preto sa im stane, že úsek, na ktorom rýchlosť zmerajú, bude mať až o jeden meter viac či menej.
Aké presné musia mať stopky, aby naisto zistili, že auto ide aspoň 55 km/h?

Najprv by som sa chcel v mene autorov ospravedlniť za chybu v zadaní úlohy. Pôvodne mala otázka znieť: **Aké presne musia mať stopky, aby naisto vedeli odlíšiť auto idúce 55 km/h od auta idúceho 50 km/h?** Táto chyba vo formulácii spôsobila, že úloha bola oveľa ťažšia, než sa pôvodne plánovalo. Mnohí ste boli z toho veľmi zmätení a chápali ju rôznymi spôsobmi alebo ste ju nechápali vôbec. Tento fakt som sa snažil zohľadniť v benevolentnejšom bodovaní a uznával som riešenia všetkých pochopení, ktoré dávali aspoň aký taký zmysel. Poďme sa najprv pozrieť na riešenie jednoduchšieho variantu, a potom si ukážeme aj ten zložitejší.

Policajti potrebujú vedieť odlíšiť auto idúce $55\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ od toho, čo ide $50\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Čas, ktorý potrebujú na prejdenie úseku, sa dá vyrátať pomocou vzťahu $t = \frac{d}{v}$. To znamená, že rýchlejšie auto prejde rovnakú vzdialenosť za kratší čas, ale aj kratšia dráha môže spôsobiť kratší čas. Keďže vzdialenosť môže byť o meter dlhšia alebo kratšia ako $50\,\text{m}$, v najhoršom možnom prípade sa môže stať, že rýchlejšie auto odmerajú na dlhšej vzdialenosti a pomalšie na kratšej, čím sa rozdiel časov zmenší.

Aby sme mohli vyrátať tieto časy, najprv musíme premeniť rýchlosti z $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ na $\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

$$1\frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{1\,\text{km}}{1\,\text{h}} = \frac{1000\,\text{m}}{3600\,\text{s}} = \frac{1}{3{,}6}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$55\frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{55}{3{,}6}\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 15{,}278\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$50\frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{50}{3{,}6}\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 13{,}889\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Auto idúce rýchlosťou $55\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ prejde dlhšiu dráhu $51\,\text{m}$ za

$$t = \frac{51\,\text{m}}{55\,\frac{\text{km}}{\text{h}}} = \frac{51\,\text{m}}{15{,}278\,\frac{\text{m}}{\text{s}}} = 3{,}338\,\text{s}$$

Auto idúce rýchlosťou $50\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ prejde kratšiu dráhu $49\,\text{m}$ za

$$t = \frac{49\,\text{m}}{50\,\frac{\text{km}}{\text{h}}} = \frac{49\,\text{m}}{13{,}889\,\frac{\text{m}}{\text{s}}} = 3{,}528\,\text{s}$$

Tu hneď vidíme, že časy v sekundách sa odlišujú hneď na prvom desatinnom mieste. To znamená, že policajtom by stačili stopky s presnosťou na desatiny sekundy. Autu idúcemu rýchlosťou $55\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ by v najhoršom prípade odmerali najviac $3{,}3\,\text{s}$, zatiaľ čo autu idúcemu $50\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ by v najhoršom prípade odmerali aspoň $3{,}5\,\text{s}$.

Poďme sa teraz pozrieť na variant, kde sa pýtame, **Aké presné musia mať stopky, aby naisto zistili, že auto ide aspoň 55 km/h?**

Policajti potrebujú na udelenie pokuty odmerať čas dosť krátky na to, aby mohli vylúčiť, že auto mohlo ísť menej ako $55\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ aj keby bolo odmerané iba na $49\,\text{m}$ dlhom úseku. Tento hraničný čas je

$$t = \frac{49\,\text{m}}{55\,\frac{\text{km}}{\text{h}}} = \frac{49\,\text{m}}{15{,}278\,\frac{\text{m}}{\text{s}}} = 3{,}2072\,\text{s}$$

Ak sa im podarí odmerať čas kratší ako $3{,}2072\,\text{s}$, môžu si byť istí, že dané auto išlo rýchlosťou aspoň $55\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$.

Ako ale ovplyvní zmeraný čas presnosť stopiek? Ak je presnosť stopiek menšia ako čas, ktorý chceme odmerať, odmeraná hodnota sa zaokrúhli na najbližší najmenší dielik, ktorý stopky vedia zobraziť. Je jedno či boli stopky analógové alebo digitálne, princíp zaokrúhľovania je rovnaký, preto pre jednoduchosť uvažujme digitálne stopky.

Povedzme, že jedno auto prešlo meraný úsek za $3{,}14\,\text{s}$ a druhé za $3{,}23\,\text{s}$, no stopky sú presné iba na sekundy a pre obidve auta zobrazia iba zaokrúhlenú hodnotu $3\,\text{s}$. Policajti v takom prípade kvôli zaokrúhľovaniu nevedia s určitosťou povedať, či odmerali čas väčší alebo menší ako hraničný čas $3{,}2072\,\text{s}$. Preto ak by používali stopky s presnosťou iba na sekundy, že auto išlo rýchlosťou aspoň $55\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$, by si boli istí len ak by stopky ukázali čas $2\,\text{s}$. Lenže v takom prípade by im unikli všetky autá, ktoré prešli úsek aspoň za $2{,}5\,\text{s}$, lebo stopky by stále zobrazili len zaokrúhlenú hodnotu $3\,\text{s}$. V najhoršom prípade by im tak mohlo uniknúť auto idúce rýchlosťou až $73{,}44\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Túto rýchlosť vypočítame tak, že podelíme najdlhšiu možnú dráhu $51\,\text{m}$ najmenším možným časom, ktorý by sa zaokrúhlil na najmenšiu hodnotu, ktorú vedia stopky zobraziť, pri ktorej by si ale policajti ešte stále nemohli byť istí, že auto išlo rýchlejšie ako $55\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$.

$$\frac{51\,\text{m}}{2{,}5\,\text{s}} = 20{,}4\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 73{,}44\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

To je ale dosť slabé meranie rýchlosti. Pozrime sa preto na stopky s presnosťou na desatiny sekundy.

Ak stopky zobrazia čas $3{,}2\,\text{s}$, nevieme s istotou povedať či bol zmeraný čas väčší alebo menší ako hraničný čas, pretože aj čas $3{,}15\,\text{s}$ ale aj $3{,}24\,\text{s}$ by sa zaokrúhlil na $3{,}2\,\text{s}$. Policajti by tak mohli udeliť pokutu, iba ak by stopky ukázali čas $3{,}1\,\text{s}$ alebo menej. V najhoršom možnom prípade by im tak uniklo auto, ktorému trvalo prejsť úsek $51\,\text{m}$ aspoň $3{,}15\,\text{s}$.

$$\frac{51\,\text{m}}{3{,}15\,\text{s}} = 16{,}19\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 58{,}28\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Policajti by so stopkami s presnosťou na desatiny sekundy vedeli identifikovať všetky autá idúce rýchlosťou aspoň $58{,}28\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$, čo je rozhodne lepšie ako $73{,}44\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Pozrime sa ešte na stopky so stotinami.

Ak stopky zobrazia čas $3{,}21\,\text{s}$, mohol byť odmeraný čas $3{,}205\,\text{s}$ ale aj $3{,}215\,\text{s}$. Že auto išlo aspoň rýchlosťou $55\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ by si mohli byť policajti istí iba ak by stopky zobrazili čas $3{,}20\,\text{s}$ alebo menší. Pri meraní času na stotiny by im prinajhoršom ušlo auto idúce rýchlosťou najviac

$$\frac{51\,\text{m}}{3{,}205\,\text{s}} = 15{,}91\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 57{,}29\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Ak zopakujeme tento výpočet pre stopky merajúce čas s presnosťou vyššou ako na stotiny sekundy, zistíme, že najmenšia rýchlosť, ktorú vedia policajti určite identifikovať ako väčšiu ako $55\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$, sa zmenší len asi na $57{,}24\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Zvyšovať presnosť merania času už viac nepomôže, lebo najväčším limitujúcim faktorom bude vždy chyba merania vzdialenosti. Aby vedeli policajti s určitosťou odhaliť autá idúce rýchlosťou menšou ako $57{,}24\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$, museli by najprv zlepšiť presnosť označenia vzdialenosti $50\,\text{m}$ úseku.

Ukázali sme si, že stopky s presnosťou na stotiny sekundy dokážu odhaliť autá idúce rýchlosťou aspoň $57{,}29\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ a zvyšovať presnosť merania času už viac nemá praktický zmysel. Aj stopky s presnosťou len na desatiny sekundy sú dosť dobré na to, aby odhalili autá idúce aspoň $58{,}28\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Obe odpovede sú rovnako dobré, ak boli podložené dobrým argumentom a mohli ste za ne získať plný počet bodov.

Bodovanie: *Keďže úloha mohla mať správnych odpovedí viac, podľa toho, ako ste ju pochopili, $2\ b$ ste mohli získať za akúkoľvek odpoveď, ak ste sa k nej dopracovali ako tak správnym postupom. Zvyšné $3\ b$ som udeľoval podľa celkovej kvality vysvetlenia postupu. Napríklad pre vzorové riešenie by bol $1\ b$ za uvedomenie si, že kratšia vzdialenosť limituje presnosť viac ako dlhšia, $1\ b$ za premenu jednotiek, $1\ b$ za správne vyrátané časy a nakoniec $2\ b$ za správne určenie potrebnej presnosti.*

Úloha 2: Akvaristka - *opravoval Šimon Pajger - Legolas*
Terka vymyslela tunel pre rybičky, no trápi ju obava či nebude príliš ľahký a nevypláva na hladinu. Terka pozná tlaky na úrovniach jednotlivých podstáv a ich plochy. Plocha oboch väčších podstáv je $S_\text{v} = 50\,\text{cm}^2$ a plocha vnútorných, menších podstáv je $S_\text{m} = 20\,\text{cm}^2$. Tlaky na úrovniach jednotlivých podstáv sú $p_1 = 103\,\text{kPa}$, $p_2 = 104\,\text{kPa}$, $p_3 = 110\,\text{kPa}$ a $p_4 = 111\,\text{kPa}$. **Akú minimálnu hmotnosť musí mať tunel, aby nevyplával?**

Zdravím všetkých čitateľov! Ideme sa spoločne pozrieť na to, ako sa mala správne riešiť druhá úloha. Väčšina z vás úlohu riešila tak, že ste si z rozdielu tlakov a vzorca pre hydrostatický tlak vyrátali výšku kvádra a výšku diery. Z toho (a obsahu podstáv) ste spočítali objem celej veci, ktorý ste následne dosadili do Archimedovho zákona a povedali, že gravitačná sila musí byť aspoň taká ako vztlaková. Hotovo.

Tento postup má dva závažné problémy. **Prvý problém**: Potrebujete v ňom použiť hustotu kvapaliny, v ktorej to je ponorené. No v zadaní sa nič také nespomína. Všetci ste použili hustotu vody a výsledok vám vyšiel správne. Ako to? Hustota kvapaliny vo výpočte vôbec nebola potrebná! Keby bola, tak ju zadáme, alebo iba povieme, že nájdite si ju. Čiže bez ohľadu na to akú hustotu by ste použili, výsledok by vyšiel rovnako. **Druhý problém**: Príklad sa dal zrátať aj oveľa jednoduchšie! Ako? Takto:

Povedzme si, čo je to tlak. Je to fyzikálna veličina, ktorá hovorí aká sila pôsobí na plochu. Presnejšie povedané, koľko Newtonov pripadá na jeden meter štvorcový. Paráda, mám plochy aj tlaky pri každej z nich, silu dostanem jednoducho tak, že tieto 2 čísla vynásobím (a predtým ich premením na m^2 a Pa). Sily teda budú (odhora dole):

$$F_1 = S_\mathrm{v} \cdot P_1 = 0{,}005\,\mathrm{m}^2 \cdot 103000\,\mathrm{Pa} \qquad F_2 = S_\mathrm{m} \cdot P_2 = 0{,}002\,\mathrm{m}^2 \cdot 104000\,\mathrm{Pa}$$

$$F_3 = S_\mathrm{m} \cdot P_3 = 0{,}002\,\mathrm{m}^2 \cdot 110000\,\mathrm{Pa} \qquad F_4 = S_\mathrm{v} \cdot P_4 = 0{,}005\,\mathrm{m}^2 \cdot 111000\,\mathrm{Pa}$$

Teraz sa treba zamyslieť, ktorými smermi budú tie sily tlačiť tunel. Ako už z pomenovania celkom inštinktívne vyplýva, tlaková sila veci tlačí od seba. Takže sila pôsobiaca na prvú podstavu tlačí tunel dole, tá druhá zas hore, tretia dole a štvrtá hore. My chceme zistiť, aká je vztlaková sila, ktorá pôsobí na tunel. Takže sčítame sily, ktoré tlačia tunel nahor (2. a 4.) a odčítame od nich sily, ktoré ho tlačia dole (1. a 3.). Vyjde nám, že vztlaková sila bude: $F_2 + F_4 - F_1 - F_3 = 0{,}002\,\mathrm{m}^2 \cdot 104000\,\mathrm{Pa} + 0{,}005\,\mathrm{m}^2 \cdot 111000\,\mathrm{Pa} - 0{,}005\,\mathrm{m}^2 \cdot 103000\,\mathrm{Pa} - 0{,}002\,\mathrm{m}^2 \cdot 110000\,\mathrm{Pa} = 28\,\mathrm{N}$

Ak sme leniví hádzať do kalkulačky, môžeme pekne vyňať pred zátvorky. Dostaneme, že kváder tlačí nahor vztlaková sila $28\,\mathrm{N}$. Z vzorca na gravitačnú silu už jednoducho dostaneme:

$$m = \frac{28\,\mathrm{N}}{g} \doteq 2{,}8\,\mathrm{kg}$$

Bodovanie: *Ak ste počítali cez Archimedov zákon, tak za určenie rozmerov kvádra bolo $1{,}5\ b$, za vypočítanie objemu $1\ b$, za dosadenie do Archimedovho zákona $1{,}5\ b$. Ak ste počítali cez tlakové sily, tak za zrátanie ich veľkostí bolo $1{,}5\ b$ a za určenie ktorá pôsobí ktorým smerom a následný súčet $2{,}5\ b$. Za záverečné dosadenie do vzorca na tiaž $1\ b$.*

> **Úloha 3: Izbová vzducholoď** - *opravovali Matej Novota - Krtko a Bohdan Jóža - Boďo*
> Pripevni na balónik lepiacou páskou slamku. Cez slamku prevleč špagát, ktorý natiahneš vodorovne cez miestnosť. Potom nafúkni balónik a nechaj ho kĺzať sa vlastným pohonom po špagáte.
> **Zmeraj vzdialenosť, ktorú prešiel.**
> Túto vzdialenosť odmeraj pre rôzne nafúknutý balónik, pre každý objem vzduchu v balóniku opakuj meranie viackrát. Nakresli graf závislosti vzdialenosti, ktorú balónik prešiel, od toho, ako si ho nafúkol.

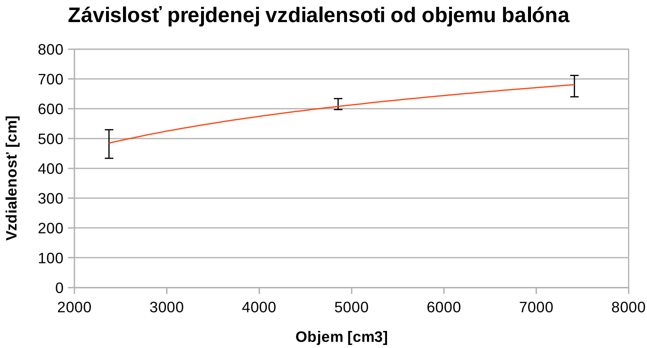
Ahojte. Ako prvé musíme vymyslieť spôsob, ako odmerať objem balóna. To sa dalo urobiť viacerými spôsobmi. Asi najjednoduchší z nich je nafúknutý balón proste ponoriť do dostatočne veľkého vedra s vodou naplneného po okraj a odmerať objem vody, ktorý balón vytlačí z vedra von. Potom vytlačený objem sa rovná objemu ponoreného balóna. Ako si veľa z Vás všimlo, táto metóda je nepresná kvôli stlačiteľnosti vzduchu a balónika. Keď balónik ponoríme do vody, voda naň bude zo všetkých strán tlačiť. Bude to síce malý tlak kvôli tomu, že balónik nie je veľmi hlboko pod vodou, ale aj tak tam bude.

Ďalšia možnosť bola odmerať si objem jedného nádychu, a potom počítať nádychy pri fúkaní balónika. To sa dalo urobiť napríklad napustením zaváraninovej fľaše doplna vodou a zatvorením ho vrchnákom s dvoma dierami. Do oboch strčíme nejaké hadičky alebo slamky (utesnené plastelínou), pričom do jednej fúkneme a druhou vytečie voda s objemom jedného fúknutia. Potom ale treba robiť rovnaké nádychy.

Keď ste objem zmerať nevedeli, bolo v podstate v poriadku uvádzať ho iba v počte nádychov. V grafe a tabuľke potom aj tak tú závislosť celkom vidno.

Ďalej bolo treba postupovať podľa zadania, teda natiahnuť si špagát na rozumnú vzdialenosť a smelo púšťať balónik. Nám vyšli nasledovné hodnoty:

V [cm^3]	d_1 [cm]	d_2 [cm]	d_3 [cm]	d_4 [cm]	Priemer [cm]
2374,428	475,1	392,5	510,0	549,1	481,68
4854,906	631,3	600,0	594,4	636,2	615,48
7412,928	652,4	680,8	627,3	742,5	675,75



Ak Vám to vyšlo rádovo takto, experiment sa podaril.

Pri tejto úlohe sme od Vás chceli, aby ste sa trochu pohrali s balónikom, nafukovali ho a púšťali po špagáte. Body ste dostali, keď ste balón nafukovali na rôzne objemy (teda keď ste merali dolet pre rôzne objemy), keď ste merania opakovali, aby ste čo najviac odstránili chyby pri meraní, ako točenie balóna pri lete alebo zle zalepený balón, ktorý sa kýval a podobne. Takisto sme chceli, aby ste napísali, ako ste pri pokuse postupovali, čo sa Vám podarilo/nepodarilo alebo možno nejaké zamyslenie nad tým, prečo Vám to vychádza tak, ako Vám to vychádza. Tabuľka a graf sú vlastne výsledky Vášho pokusu, ktoré sme v riešení tiež očakávali.

Bodovanie: *Za pekný popis merania* 1 b*. Za graf, ktorý vhodne zobrazil Vami namerané údaje* 1 b*. Za opakovanie merania pri rovnakom objeme* 1 b*. Ak ste merali dolet pre aspoň dva rôzne objemy* $1{,}5$ b*. A ak ste používali v grafe priemernú hodnotu z Vašich meraní tak* $0{,}5$ b*.*

Úloha 4: Zima prichádza - *opravovali Matej Duník - Matt a Adam Šánta - Santa*
Vyhrievací drôt v zadnom skle auta má elektrický odpor $5\,\Omega$. Potrebujeme, aby za 2 minúty roztopil $0{,}5$ mm hrubú vrstvu ľadu teploty 0 na okne rozmeru 50 cm $\cdot$ 110 cm. Skupenské teplo topenia ľadu je $334\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ a hustota ľadu pri 0 je $900\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.
Aké napätie naň potrebujeme priviesť?

Toto je pekný príklad, pri ktorom netreba veľmi rozmýšľať, všetky použité vzťahy sú priamočiare.

Na to, aby sa ľad roztopil, potrebuje prijať energiu E_l, ktorá závisí od hmotnosti ľadu m a merného tepla topenia l.

$$E_l = m \cdot l$$

Túto energiu treba ľadu dodať počas 120 sekúnd ($t = 120\,\text{s}$). Potrebný výkon drôtu označím P. Hmotnosť ľadu nemáme, ale vieme ju vypočítať z objemu a z hustoty ρ.

$$P = \frac{E_l}{t} = \frac{m \cdot l}{t} = \frac{V \cdot \rho \cdot l}{t} = \frac{a \cdot b \cdot c \cdot \rho \cdot l}{t}$$

Výkon drôtu P závisí od prúdu I a napätia U.

$$P = I \cdot U$$

V tomto vzťahu sú výkon, prúd a napätie. Napätie potrebujeme vypočítať, výkon už vieme z predchádzajúceho vzťahu, ešte sa potrebujeme zbaviť prúdu. Použijeme Ohmov zákon:

$$I = \frac{U}{R}$$

Keď prúd dosadím do predchádzajúcej rovnice, dostanem:

$$P = \frac{U}{R} \cdot U = \frac{U^2}{R} = \frac{a \cdot b \cdot c \cdot \rho \cdot l}{t}$$

$$U = \sqrt{\frac{R \cdot a \cdot b \cdot c \cdot \rho \cdot l}{t}}$$

$$U = \sqrt{\frac{5\,\Omega \cdot 0{,}5\,\text{m} \cdot 1{,}1\,\text{m} \cdot 0{,}0005\,\text{m} \cdot 900\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 334\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}}{120s}} = \sqrt{\frac{413325\,\Omega\,\text{J}}{120s}} = 59\sqrt{\frac{\Omega\,\text{J}}{\text{s}}}$$

Dobre, ale čo už je to za jednotku? Poďme ju trošku rozmeniť: $1\,\Omega = \frac{1\,\text{V}}{1\,\text{A}}$. Jeden Volt je energia potrebná na presunutie náboja 1 C, takže 1 V $= \frac{1\,\text{J}}{1\,\text{C}}$. Jeden Ampér je množstvo náboja za 1 sekundu, takže 1 A $= \frac{1\,\text{C}}{1\,\text{s}}$.

$$\sqrt{\frac{1\,\Omega \cdot 1\,\text{J}}{1\,\text{s}}} = \sqrt{1\frac{\frac{\text{V}}{\text{A}}\,\text{J}}{\text{s}}} = \sqrt{1\frac{\text{V}\,\text{J}}{\text{A}\,\text{s}}} = \sqrt{1\,\text{V}\frac{\text{J}}{\text{C}}} = \cdot\sqrt{1V^2} = 1\,\text{V}$$

Takže potrebné napätie je $59\,\mathrm{V}$

Bodovanie: *Ak sa vám nepodarilo vypočítať napätie, strhli sme $2\ b$, ak ste nezrátali teplo tak ďalší $1\ b$ a keď vám v riešení chýbal aj výpočet hmotnosti, tak ďalší $1\ b$.*

Úloha 5: Do rytmu - *opravovala Hana Mertanová*
Johann a Gustáv snívajú, že raz budú šamanmi v indiánskej osade. Preto trénujú na indiánsky rituál oslavy Slnka. Ten vyzerá tak, že dvaja šamani sedia na zemi 200 m od seba a obaja pravidelne udierajú na bubon. Udierajú vždy naraz, raz za pol sekundy. Ich tretí kamarát, Richard, nie je vidinou šamanstva až taký nadšený a znudene sa prechádza medzi nimi. Všimol si, že údery nepočuje v jednom momente aj napriek tomu, že Johann a Gustáv udierajú na bubon naraz.
Existujú miesta na spojnici Johanna a Gustáva, kde by Richard počul oba bubny naraz? Ktoré sú to?
Rýchlosť zvuku vo vzduchu je $340\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

Údery na bubon je počuť naraz na miestach, kam zvukové impulzy od Gustáva aj Johana dorazia v rovnaký čas.
Existujú 3 takéto miesta na spojnici Gustáva a Johana. Prvé je v strede (čo cítime aj intuitívne), keďže impulzy vyslané v rovnakom čase z oboch strán prejdú tú istú vzdialenosť za ten istý čas. Ďalšie 2 miesta sú 15metrov od Gustáva a $15\,\mathrm{m}$ od Johana. Ako sme na to prišli?
Pointa je v tom, že sa môže stretnúť impulz vyslaný v čase t_0 s impulzom vyslaným o pol sekundy neskôr, v čase t_0 + $0{,}5\,\mathrm{s}$.
Pozrime sa na prvý impulz G_0, ktorý od seba vyšle Gustáv. V strede sa stretne s úderom J_0 od Johana, ale letí ďalej. Po polsekunde od vyslania sa impulz G_0 nachádza 170 metrov od Gustáva. Túto vzdialenosť vypočítame jednoducho ako rýchlosť zvuku ($340\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$) krát čas ($0{,}5\,\mathrm{s}$). Keďže prešla polsekunda, Johan úderom na bubon vysiela ďalší impulz J_1. Vzhľadom na to, že letí rovnakou rýchlosťou ako náš impulz G_0, stretne sa s ním opäť v polovici zostávajúcej vzdialenosti. Teda $\frac{(200-170)}{2}$ metrov od Johana.
Podobne sa to isté udeje aj na druhej strane, teda rovnaká situácia nastane aj 15metrov od Gustáva.
Zamyslime sa na záver, či sa môžu stretnúť aj impulz G vyslaný v čase t od Gustáva s impulzom J vyslaným v čase t+1 s od Johana. Po uplynutí jednej sekundy sa impulz G nachádza 340 metrov od Gustáva, teda nemá šancu stretnúť sa medzi Gustávom a Johanom s impulzom, ktorý vtedy generuje Johan.

Bodovanie: $1\ b$ *za nájdenie bodu v strede vzdialenosti alebo* $2{,}5\ b$ *za nájdenie všetkých troch bodov. Zvyšné body ste mohli získať za správne zdôvodnenia, vysvetlenia a výpočty.*