Celoslovenský korešpondenčný seminár z fyziky pre žiakov ZŠ a OG

PIKOFYZ

19. ročník www.pikofyz.sk šk. rok 2016/2017

Vzorové riešenia 1. série letnej časti

Úloha 1: Megašľahač na vajíčka - *opravovali Timea Szöllősová a Samuel Kočiščák*
Malé ozubené koliesko s polomerom $0{,}32$ m jazdí vnútri väčšieho, zvnútra ozubeného kolesa s polomerom $1{,}28$ m. **Akou rýchlosťou (v otáčkach za minútu) by sa muselo malé koliesko točiť, aby po väčšom obehlo 98-krát za minútu?** Šírka zubu aj medzery je $2{,}5$ cm.

Táto úloha má iné riešenie, než sa na prvý pohľad zdá treba si dať pozor na jeden malý detail, ktorý mení výsledok a ktorý si mnohí z Vás nevšimli.

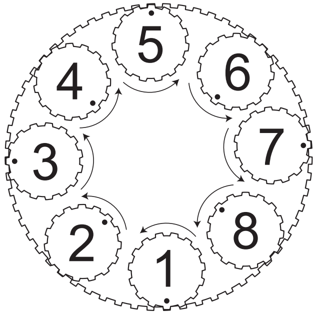
Na začiatok si uvedomme, že šírka zubu je vlastne úplne zbytočný údaj, pretože rovnako to funguje aj s hladkými koliesk ami (ak voči sebe neprešmykujú). Jediné čo nás zaujíma sú obvody týchto koliesok. Vypočítame ich pomocou známeho vzťahu $o = 2 \cdot \pi r$, kde o je obvod a r polomer každého z koliesok. Aby sme zistili koľkokrát sa malé koliesko otočí po dráhe toho väčšieho, tieto dva obvody vydelíme: keďže π sa zjavne vykráti, vydelíme iba ich priemery:

$$2{,}56\,\mathrm{m} : 0{,}64\,\mathrm{m} = 4$$

Ak by sa menšie koliesko kotúľalo po ozubenej koľajničke 4-krát dlhšej, než aký je jeho obvod, muselo by sa zjavne otočiť 4-krát, aby ju celú prešlo. To, že je táto koľajnička zatočená pridáva jednu otáčku zadarmo túto otáčku urobí koliesko už len tým, že bod dotyku oboch koliesok obehne dookola menšie koliesko.

V našom prípade sa teda na jeden obeh musí vnútorné koliesko otočiť okolo svojej osi 3-krát. Musí sa teda okolo svojej osi točiť s 3-krát vyššou frekvenciou než s akou obieha vnútro veľkého.

$$98\,\frac{1}{\mathrm{min}} \cdot 3 = 294\,\frac{1}{\mathrm{min}}$$



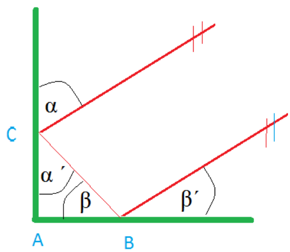
Teda malé koliesko by sa muselo točiť rýchlosťou 294 otáčok za minútu.

Toto je znázornené na obrázku zobrazujúcom koliesk a v skutočnom pomere veľkosti (nie so skutočným počtom zubov, ale na tom, ako sme povedali, nezáleží) vo viacerých polohách, označených postupne 1 až 8. Na menšom je vyznačený jeden zub aby sme videli, čo sa s ním vlastne deje. Keď sa malé koliesko otočí o jeden svoj obvod (čo je vlastne jedna otáčka ak by sme ho gúľali po rovine) tak sa otočí len o tri štvrtiny otáčky okolo svojej osi. Zub, ktorý sme si vyznačili sa dotýka s veľkým kolieskom v polohe 1 aj 3, medzi ktorými sa malé koliesko posunulo po vnútrajšku väčšieho o jeden svoj obvod, ale vyznačený zub už nemieri nadol ale doľava, kam sa dostal naokolo, teda malé koliesko sa muselo zjavne otočiť o $3/4$ obrátky na to, aby sa po vnútrajšku veľkého kolieska posunulo o jeden svoj obvod.

Celá táto úloha je vlastne veľmi podobná zápletke z príbehu Cesta okolo sveta za 80 dní. Phileas Fogg si poctivo pri každom prechode časovým pásmom posunul hodinky o 1 hodinu dopredu a keď sa vrátil späť do Anglicka, ukazovali síce správny čas, ale v skutočnosti boli o celý jeden deň pozadu.

Bodovanie: *Za určenie správneho pomeru obvodov malého a veľkého kolesa 1 b, za úvahu o odčítaní jednej otáčky 2 b a za určenie rýchlosti (v otáčkach za minútu) 2 b.*

Úloha 2: Vesmírne zrkadlo - *opravovala Barbora Hoffmannová*
Astronauti misií Apollo nechali na povrchu mesiaca súčiastku určenú na meranie vzdialenosti Zeme a Mesiaca. Princíp určenia vzdialenosti je jednoduchý: observatórium na Zemi zasvieti na túto súčiastku laserom, ona lúč odrazí a ten sa vráti na Zem, kde je zaznamenaný. Observatórium určí čas, ktorý lúču trvalo doletieť na Mesiac a späť, z ktorého možno pri znalosti rýchlosti svetla určiť, ako ďaleko od seba observatórium a Mesiac sú. **Prečo je práve tvar písmena „L“ vhodný ako tvar odrazivej súčiastky?** Pri odôvodnení si pomôž napríklad rysovaním.



Prvým krokom pre správne vyriešenie tejto úlohy je uvedomiť si zákon odrazu svetla, ktorý hovorí o tom, že uhol dopadu sa rovná uhlu odrazu, pričom odrazený lúč ostáva v rovine dopadu. Teda ak máme na mesiaci zrkadlo tvaru L, na ktoré dopadá lúč zo zeme, po aplikovaní tohto zákona sa bude lúč šíriť ako je na obrázku. Veľkosť uhla dopadu α sa teda rovná veľkosti uhla odrazu $\alpha\prime$ a následne pre nasledovný dopad platí, že uhol dopadu β sa rovná uhlu odrazu $\beta\prime$. V trojuholníku ABC sa uhol CAB rovná $90°$. Súčet veľkostí zvyšných dvoch uhlov α a β je teda $180 - 90 = 90°$. Teda súčet $\alpha, \alpha\prime, \beta, \beta\prime$ je $180°$, z čoho vyplýva, že priamky sú rovnobežné. Vidíme, že nech dopadne lúč kamkoľvek, tak platí, že prichádzajúci lúč a odchádzajúci lúč sú rovnobežné. Preto je vhodné zrkadlo typu L na mesiaci, pretože sa lúč vráti na miesto odkiaľ bol vyslaný.

Bodovanie: *Za zákon odrazu svetla 2 b, za nakreslenie odrazu na zrkadle 2 b a za vysvetlenie prečo je zrkadlo L najlepšie 1 b.*

Úloha 3: Nafúkanci - *opravoval Matej Novota - Krtko*
Jonáš a Miška sa veľmi nudili, a tak si začali prehadzovať balón. Keď si ho už hádzali naozaj dlho, balón mierne vyfučal a Jonáš si všimol, že balón už nepadá rovnakou rýchlosťou ako predtým. Veľmi ho to zaujalo, preto sa rozhodol zistiť, za aký čas spadne balón na zem v závislosti od toho, ako je nafúknutý. Spúšťal balón rôznych objemov zakaždým z rovnakej výšky a meral čas, za ktorý dopadol na zem. Miška mu samozrejme pomohla, ale zaujímalo by ju, aké výsledky ste namerali vy. **Zisti čas, ktorý balóniku trvá spadnúť na zem v závislosti od toho, ako veľmi je nafúknutý.** Zvoľ si výšku, z ktorej ho budeš púšťať, akú uznáš za vhodnú, ale v priebehu merania ju nemeň.

Ahojte. Už v minulej sérii ste merali objem balóna, takže väčšina z Vás to už zvládala. Ale pre tých ostatných z Vás to znova zopakujem. Asi najjednoduchší z nich je ponoriť nafúknutý balón do dostatočne veľkého vedra s vodou, naplneného po okraj, a odmerať objem vody, ktorý balón vytlačí z vedra von. Potom vytlačený objem sa rovná objemu ponoreného balóna. Ako si veľa z Vás všimlo, táto metóda je nepresná kvôli stlačiteľnosti vzduchu a balónika. Keď balónik ponoríme do vody, voda naň bude zo všetkých strán tlačiť. Bude to síce malý tlak kvôli tomu, že balónik nie je veľmi hlboko pod vodou, ale aj tak tam bude.

Ďalšia možnosť bola odmerať si objem jedného nádychu, a potom počítať nádychy pri fúkaní balónika. To sa dalo urobiť napríklad napustením zaváraninovej fľaše doplna vodou a zatvorením ho vrchnákom s dvoma dierami. Do oboch strčíme nejaké hadičky alebo slamky (utesnené plastelínou), pričom do jednej fúkneme a druhou vytečie voda s objemom jedného fúknutia. Potom ale treba robiť rovnaké nádychy.

Prípadne ste mohli zmerať obvod z neho vyrátať polomer.

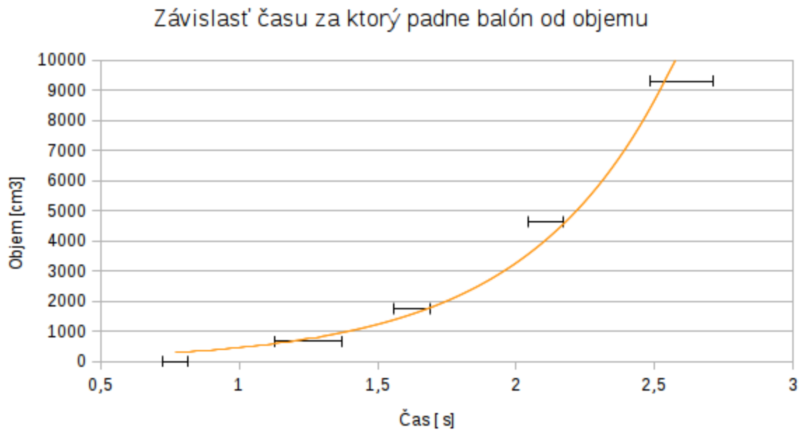
$$O = 2\pi r$$
$$r = \frac{O}{2\pi}$$

A následne polomer dosadiť do vzorca na výpočet objemu gule.

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

Keď už ste zmerali alebo vyrátali objem balóna tak ste si mali určiť výšku z ktorej budete púšťať balónik. Ja som si zvolil $2{,}1$ m. Potom už stačilo iba zopár krát zhodiť balónik a výsledky si zapísať do tabuľky. Z ktorej ste mali spraviť graf. Mne vyšli tieto hodnoty:

O[cm]	V[cm^3]	d$_1[s]$	d$_2[s]$	d$_3[s]$	d$_4[s]$	d$_5[s]$	Priemer [s]
0	0	0,73	0,87	0,78	0,73	0,74	0,77
34	663,721	1,41	1,36	1,02	1,28	1,18	1,25
47	1753,245	1,52	1,58	1,62	1,79	1,61	1,624
65	4637,555	2,13	1,98	2,21	2,08	2,14	2,108
82	9310,876	2,55	2,8	2,68	2,4	2,56	2,598



Ak Vám to vyšlo podobne, tak sa Vám experiment podaril.

Pri tejto úlohe sme od Vás chceli, aby ste sa trochu pohrali s balónikom, nafukovali ho a nechali padať. Body ste dostali, keď ste balón nafukovali na rôzne objemy (teda keď ste merali čas pre rôzne objemy), keď ste merania opakovali, aby ste čo najviac odstránili chyby pri meraní, ako točenie balóna pri lete a podobne. Takisto sme chceli, aby ste napísali, ako ste pri pokuse postupovali, čo sa Vám podarilo/nepodarilo alebo možno nejaké zamyslenie nad tým, prečo Vám to vychádza tak, ako Vám to vychádza. To, že to ovplyvňuje vztlaková sila a odpor vzduchu. Tabuľka a graf sú vlastne výsledky Vášho pokusu, ktoré sme v riešení tiež očakávali.

Bodovanie: *Za pekný popis merania* $1\ b$*, za graf, ktorý vhodne zobrazil Vami namerané údaje* $1\ b$*, za opakovanie merania pri rovnakom objeme* $1\ b$*. Ak ste merali dolet pre aspoň dva rôzne objemy* $1{,}5\ b$ *a ak ste používali v grafe priemernú hodnotu z Vašich meraní, tak* $0{,}5\ b$*.*

Úloha 4: Čistota - pol zdravia - *opravoval Šimon Pajger - Legolas*
Lenka sa chcela okúpať. Napustila si teda do vane $55\ \ell$ teplej vody. Lenka však na vodu vo vani zabudla, a tá pomaly ochladla na $31\ ^\circ$C. Začala dopúšťať vaňu z červeného kohútika, z ktorého ide voda s teplotou $50\ ^\circ$C prietokom $0{,}1\ \ell$ za sekundu. **Ako dlho potrvá, kým teplota vo vani bude** $40\ ^\circ$**C ?** Vaňa je veľká, voda vo vani chladne veľmi pomaly a je stále premiešaná.

V tomto príklade máme vypočítať čas potrebný na to, aby voda dopúšťaná z kohútika oteplila vodu vo vani. Tak sa zamyslím, pozriem sa do zadania, kde vidím, že za sekundu mi pritečie $0{,}1\ \ell$. Takže mi stačí vypočítať, aký objem vody mi musí z kohútika pritiecť. To sa dá zistiť z kalorimetrickej rovnice. Čo táto rovnica hovorí? Nič zložité, len že keď dáme k sebe 2 predmety, tak ten teplejší bude odovzdávať teplo (v dôsledku čoho bude chladnúť) tomu chladnejšiemu, ktorý ho bude prijímať, vďaka čomu sa bude zohrievať. Toto bude prebiehať až dovtedy, kým sa ich teploty nevyrovnajú. Ďalej platí, že to teplo, ktoré odovzdá teplejší predmet, je to isté teplo, ktoré prijíma chladnejší predmet. Ako teda tá rovnica vyzerá?

$$m_1 * c_1 * \Delta T_1 = m_2 * c_2 * \Delta T_2$$

Čo všetky tie písmenká znamenajú? m je hmotnosť daného predmetu, c je merná tepelná kapacita, čiže číslo, ktoré mi hovorí, koľko Joulov (energie) musím dodať jednému kilogramu danej látky, ak ho chcem ohriať o jeden stupeň Celzia. Pri vode je to cca $4200\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg}℃}$, to však teraz nie je podstatné, lebo obe látky sú voda. Takže c je rovnaké pre obe strany, čiže ho môžeme vykrátiť. Δ je grécke písmeno delta, ktoré vo fyzike väčšinou znamená "zmena". Takže ΔT znamená zmena teploty - čiže o koľko stupňov Celzia sa predmet zohrial respektíve ochladil.

Takže postupne: hmotnosť síce nepoznáme, ale máme zadaný objem, tak si ju vyjadríme ako $m = V * \rho$. Merná tepelná kapacita je na oboch stranách rovnaká, takže ju vykrátime. Voda z kohútika má $50\,℃$ a ochladí sa na $40\,℃$, takže $\Delta T_1 = 50\,℃ - 40\,℃ = 10\,℃$. Chladnejšia voda má na začiatku $31\,℃$ a ohereje sa na $40\,℃$, takže sa ohreje o $\Delta T_2 = 40\,℃ - 31\,℃ = 9\,℃$. Dosadíme to do rovnice

$$V_1 * \rho * 10\,℃ = 55\,\ell * \rho * 9\,℃$$

hustota vody je v oboch prípadoch rovnaká, takže ju zasa môžeme vykrátiť. Vydelíme celú rovnicu $10\,℃$ a dostaneme

$$V_1 = \frac{55\,\ell * 9\,℃}{10\,℃} = 49{,}5\,\ell$$

Iné postupy: Keďže sme zmiešavali vodu s vodou, mohli sme namiesto kalorimetrickej použiť takzvanú zmiešavaciu rovnicu

$$50\,℃ * V + 31\,℃ * 55\,\ell = 40\,℃ * (V + 55\,\ell)$$

ktorá je vlastne to isté ako váhovaný aritmetický priemer

$$40\,℃ = \frac{50\,℃ * V + 31\,℃ * 55\,\ell}{V + 55\,\ell}$$

Krása fyziky spočíva v tom, že úpravami oboch týchto rovníc dostanete ten istý výsledok ako pri kalorimetrickej rovnici, takže je úplne jedno, ktorý z týchto troch postupov ste si vybrali.

Keď už máme potrebný objem, vieme jednoducho dopočítať čas, za ktorý natečie ako

$$t = \frac{49{,}5\,\ell}{0{,}1\,\ell/\,\text{s}} = 495\,\text{s}$$

čo je 8 a štvrť minúty, respektíve 8 minút 15 sekúnd. Hotovo.

Bodovanie: *Za zostavenie rovnice na výpočet objemu $2{,}5\ b$, za následné úpravy a dosadenie $1{,}5\ b$. Za záverečné dopočítanie času $1\ b$.*

Úloha 5: Ďaleká cesta - *opravoval Bohdan Jóža - Boďo*
Prví kolonizátori Marsu si budú môcť zo Zeme vziať jednu osobnú vec, ktorá im bude spríjemňovať cestu a pobyt na nehostinnej planéte. Kolonizátorka Lucka miluje bublifuky, chce si teda cestu zobrať práve bublifuk. Zaujíma ju však, ako budú bublinky reagovať na rôzne prostredie, ktorému budú vystavené. Jednu bublinku si nafúkne ešte na Zemi a vloží ju do vzduchotesnej krabičky. **Čo sa stane s bublinkou nafúknutou na Zemi, ktorú zavrieme do krabičky a túto krabičku otvoríme: a) v rakete cestou na Mars? b) v otvorenom vesmíre? c) na povrchu Marsu?**

V nafúknutej bublinke je uväznený vzduch. Keďže na Zemi na blanu bublinky tlačí zvonka vzduch a bublinka je v rovnováhe, teda ani sa nezväčšuje, ani nezmenšuje, vzduch vnútri na blanu musí tlačiť rovnako. V skutočnosti trochu viac, lebo pre povrchové napätie aj blana pôsobí tlakom smerom dovnútra bubliny. V bublinke nafúknutej na Zemi je teda tlak približne rovný atmosférickému tlaku Zeme. V rakete cestou na Mars musia prežiť kozmonauti. Na to potrebujú hlavne dýchať. Ľudské pľúca na to, aby správne nasávali vzduch, potrebujú, aby na ne tlačil atmosférickým tlakom Zeme, takže môžeme predpokladať, že v rakete je tiež tlak rovný atmosférickému tlaku Zeme. V rakete sa teda bublinka bude správať tak ako na Zemi.

Keby sme bublinku umiestnili do otvoreného vesmíru, začala by sa zväčšovať, až by pukla. Plyny všeobecne fungujú tak, že ak sa pri približne rovnakej teplote zväčší objem, zmenší sa tlak a opačne. Vo vesmíre nie je vzduch, a teda tam na bublinku nepôsobí žiaden tlak. Vzduch vnútri však stále pôsobí a v snahe vyrovnať svoj tlak tomu vonkajšiemu sa začne rozpínať. Rozdiel tlakov je veľký, konkrétne 101325 Pa, preto bude rozpínanie prudké a bublinka to nevydrží a praskne. Vďaka absencii tlaku sa kvapalina tvoriaca blanu tiež veľmi rýchlo vyparí. Na Zemi sa voda ťažšie vyparuje, lebo na ňu tlačí atmosféra, ktorá molekulám bráni oddeľovať sa. Na oddelenie potom potrebujú extra energiu na prekonanie tlaku. Vo vesmíre však tento tlak nie je a molekuly vody sa potom ľahšie oddeľujú od ostatných a voda sa samovoľne vyparuje.

Na Marse to bude niečo podobné. Keďže atmosféra Marsu je oveľa redšia ako atmosféra Zeme, bude tam oveľa menší atmosférický tlak. Konkrétne na Marse je tlak 600 až 1000 Pa, teda asi stokrát menej ako na Zemi. Takže bublinka sa bude opäť rozpínať, v snahe vyrovnať vnútorný tlak s atmosférickým tlakom Marsu, čo ale jej blana nevydrží a bublinka aj v tomto prípade praskne.

Veľa z Vás písalo, že bublinka praská kvôli tomu, že pôsobením gravitácie voda, z ktorej je blana tvorená, steká dole a dochádza k stenčovaniu blany vo vrchnej časti. Chcel by som preto ešte podotknúť, že pri malej bubline a tenkej blane je podstatné hlavne povrchové napätie a tlak, ktoré udávajú pevnosť bubliny. Stenčovaním stien sa sila, ktorú spôsobuje povrchové napätie skoro vôbec nemení, preto kvôli tomuto javu bublina nepraskne.

Bodovanie: *Za správny popis stavu bublinky ste pre každú možnosť mohli získať $1\ b$. Zo zvyšných $2\ b$ som strhával podľa správnosti odôvodnenia. Plný počet sa dal získať za vysvetlenie rovnováhy tlakov v bubline a mimo nej.*