Celoslovenský korešpondenčný seminár z fyziky pre žiakov ZŠ a OG

PIKOFYZ

20. ročník www.pikofyz.sk šk. rok 2017/2018

Vzorové riešenia 1. série letnej časti

Úloha 1: Slnečné škvrny - *opravoval Milan Smolík – Jimi*
Veľké škvrny na Slnku dosahujú priemer až 200000 km a sú viditeľné voľným okom. **Akú najväčšiu slnečnú škvrnu už nevidno na Slnku voľným okom, ak špendlík s hlavičkou 1 mm vidno zo vzdialenosti 4 m?** Vzdialenosť Slnka od Zeme je 149600000 km.

Tento príklad bol vlastne jednoduchý ak sa nad ním poriadne zamyslíme. Stačí si uvedomiť, že to, či je teleso viditeľné alebo nie, závisí od toho, aký veľký zorný uhol zaberá. Čo je to ten zorný uhol? Nuž, nakreslime si trojuholník. Dva vrcholy budú dva konce pozorovaného telesa a tretí bude naše oko. Zorný uhol je teda ten uhol pri oku. Rozumieme sa? Výborne, pokračujeme.

Teda z toho, že vieme aká je veľká špendlíková hlavička a ako najďalej ju dokážeme vidieť, sa dá vypočítať najmenší pozorovateľný zorný uhol. Je ale potrebný? Pravdu povediac... nie. Vystačíme si s podobnými trojuholníkmi. Totiž tento uhol je rovnaký, či sa pozeráme na špendlík alebo na Slnko (stále to nerobte). Preto stačí vedieť vypočítať trojčlenku: Koľko je 1 mm ku 4 m, toľko je x ku 149600000 km (ak si x označíme priemer najväčšej pozorovateľnej škvrny). Teraz stačí previesť všetko na metre a vypočítať $\frac{0{,}001\,\mathrm{m}\cdot 149600000000\,\mathrm{m}}{4\,\mathrm{m}} = x$, čím získame $x = 3740000$ m alebo 3740 km.

Teraz už vieme akú najmenšiu škvrnu vieme pozorovať voľným okom. Tie menšie sú už nepozorovateľné.

Bodovanie: *Za správny výsledok vás čakalo 2 b. Za správne rovnice 2 b a za dobré vysvetlenie posledný 1 b.*

Úloha 2: Zloduch Zoltán - *opravovala Zuzana Bogárová – Bum*
Na zapnutom eskalátore trvá Zloduchovi Zoltánovi vybehnúť hore a následne zbehnúť dole presne 15 s. Na vypnutom mu to hore a potom dole trvalo len 10 s. Zoltán vie, že behá rýchlosťou $3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. **Akou rýchlosťou sa ale hýbu schody zapnutého eskalátora?**

Ahojte. Poďme sa na tento príklad pozrieť spolu. Na začiatok si pomenujeme a vypíšeme veci, ktoré vieme. Na zapnutom eskalátore mu to hore a dole trvá $t_\mathrm{z} = 15$ s. Na vypnutom eskalátore $t_\mathrm{v} = 10$ s. Vieme, že Zoltán behá rýchlosťou $v_\mathrm{z} = 3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. My chceme zistiť, ako rýchlo sa hýbe eskalátor $v_\mathrm{e} =?$. Pustime sa do toho.

Najskôr si spočítame dĺžku eskalátora. Vieme, že hore a dole po ňom prejsť, keď je vypnutý, trvá Zoltánovi $t_\mathrm{v} = 10$ s. Prešiel jeho dĺžku dvakrát rýchlosťou $v_\mathrm{z} = 3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Vieme, že dráhu vypočítame vynásobením času a rýchlosti. V tomto prípade prešiel dráhu dvakrát.

Napíšeme si rovnicu a vypočítame ju.

$$2 \cdot s = t_{\mathsf{v}} \cdot v_{\mathsf{z}} = 10\,\mathsf{s} \cdot 3\,\frac{\mathsf{m}}{\mathsf{s}} = 30\,\mathsf{m}$$

$$s = \frac{30\,\mathsf{m}}{2} = 15\,\mathsf{m}$$

Takže vieme, že dĺžka eskalátora je $s = 15\,\mathsf{m}$. Pozrime sa na prípad, keď je eskalátor zapnutý. Môžeme to rozdeliť na dva prípady. Časť, keď Zoltán beží v smere pohybu eskalátora a časť, kde beží proti tomuto pohybu. Súčet časov týchto dvoch prípadov je $t_{\mathsf{z}} = 15\,\mathsf{s}$. Tak si to rozdelíme na $t_{\mathsf{z}} = t_1 + t_2$.

Keď Zoltán beží v smere pohybu eskalátora jeho rýchlosť sa sčíta s rýchlosťou eskalátora. Keď beží proti eskalátoru, tieto rýchlosti sa odčítajú. Tak môžeme napísať že, $v_1 = v_{\mathsf{z}} + v_{\mathsf{e}}$ a $v_2 = v_{\mathsf{z}} - v_{\mathsf{e}}$. Vieme, že čas vypočítame ako podiel dráhy a rýchlosti. Teraz si to zapíšeme celé do rovnice.

$$t_{\mathsf{z}} = t_1 + t_2 = \frac{s}{v_1} + \frac{s}{v_2} = \frac{s}{v_{\mathsf{z}} + v_{\mathsf{e}}} + \frac{s}{v_{\mathsf{z}} - v_{\mathsf{e}}}$$

Nepoznáme z toho iba v_{e}, tak to upravíme tak, aby nám ostala táto neznáma sama na jednej strane rovnice, dosadíme hodnoty, ktoré vieme a budeme mať výsledok.

$$t_{\mathsf{z}} = \frac{s}{v_{\mathsf{z}} + v_{\mathsf{e}}} + \frac{s}{v_{\mathsf{z}} - v_{\mathsf{e}}}$$

$$t_{\mathsf{z}} \cdot (v_{\mathsf{z}} + v_{\mathsf{e}}) \cdot (v_{\mathsf{z}} - v_{\mathsf{e}}) = s \cdot (v_{\mathsf{z}} - v_{\mathsf{e}}) + s \cdot (v_{\mathsf{z}} + v_{\mathsf{e}})$$

$$t_{\mathsf{z}} \cdot (v_{\mathsf{z}} + v_{\mathsf{e}}) \cdot (v_{\mathsf{z}} - v_{\mathsf{e}}) = s \cdot v_{\mathsf{z}} - s \cdot v_{\mathsf{e}} + s \cdot v_{\mathsf{z}} + s \cdot v_{\mathsf{e}}$$

Vyškrtáme čo vieme a roznásobíme ľavú stranu rovnice.

$$t_{\mathsf{z}} \cdot (v_{\mathsf{z}} + v_{\mathsf{e}}) \cdot (v_{\mathsf{z}} - v_{\mathsf{e}}) = s \cdot v_{\mathsf{z}} + s \cdot v_{\mathsf{z}}$$

$$t_{\mathsf{z}} \cdot (v_{\mathsf{z}}^2 - v_{\mathsf{e}}^2) = 2 \cdot s \cdot v_{\mathsf{z}}$$

$$t_{\mathsf{z}} \cdot v_{\mathsf{z}}^2 - t_{\mathsf{z}} \cdot v_{\mathsf{e}}^2 = 2 \cdot s \cdot v_{\mathsf{z}}$$

$$-t_{\mathsf{z}} \cdot v_{\mathsf{e}}^2 = 2 \cdot s \cdot v_{\mathsf{z}} - t_{\mathsf{z}} \cdot v_{\mathsf{z}}^2$$

$$t_{\mathsf{z}} \cdot v_{\mathsf{e}}^2 = t_{\mathsf{z}} \cdot v_{\mathsf{z}}^2 - 2 \cdot s \cdot v_{\mathsf{z}}$$

$$v_{\mathsf{e}}^2 = \frac{t_{\mathsf{z}} \cdot v_{\mathsf{z}}^2 - 2 \cdot s \cdot v_{\mathsf{z}}}{t_{\mathsf{z}}}$$

$$v_{\mathsf{e}} = \sqrt{\frac{15\,\mathsf{s} \cdot 3\,\frac{\mathsf{m}}{\mathsf{s}}^2 - 2 \cdot 15\,\mathsf{m} \cdot 3\,\frac{\mathsf{m}}{\mathsf{s}}}{15\,\mathsf{s}}} = \sqrt{3}\,\frac{\mathsf{m}}{\mathsf{s}} \doteq 1{,}73\,\frac{\mathsf{m}}{\mathsf{s}}$$

A máme výsledok. Eskalátor sa hýbe rýchlosťou $v_{\mathsf{e}} \doteq 1{,}73\,\frac{\mathsf{m}}{\mathsf{s}}$.

Bodovanie: *Ak ste správne vypočítali dĺžku eskalátora, tak ste dostali $2\ b$. Ak ste správne vyjadrili ako ovplyvňuje rýchlosť Zoltána a rýchlosť eskalátora keď po ňom behá, dostali ste*

1 b. *A ak ste sa správne dopracovali k dobrému výsledku, dostali ste* 2 b.

Úloha 3: Recyklované sviatky - *opravovala Dominika Iždinská*
Aké množstvo vzduchu sa nachádza vo vnútri čokoládového Mikulášika?

Spôsobov, ako zmerať množstvo vzduchu v Mikulášovi je veľa, ja som si vybrala jeden pomerne jednoduchý a intuitívny. Vieme, že vzduch vypĺňa duté vnútro Mikuláša. Merať piramo hmotnosť vzduchu by však bolo s bežnými kuchynskými váhami pomerne problematické. Ak však vyplníme dutinu v Mikulášovi látkou, ktorej hmotnosť vieme jednoduchšie zmerať, budeme schopní veľkosť tejto dutiny lepšie odhadnúť. Ako ideálna sa nám na tento účel ponúka voda. Na experiment som použila čokoládového Mikuláša, injekčnú striekačku, vodu a kuchynskú váhu s presnosťou $5\,\mathrm{g}$. Na obale Mikuláša bola napísaná hmotnosť $60\,\mathrm{g}$, pre istotu som to ale radšej overila. Moja váha ukázala $65\,\mathrm{g}$. Dobre teda, budem pracovať s týmto číslom. Do plochého dna Mikuláša som vydlabala dierku a pomaly začala pomocou injekčnej striekačky plniť Mikuláša vodou. Keď bola voda až po okraj, postavila som ho opäť na váhu a odmerala hmotnosť plného Mikuláša, ktorá bola $115\,\mathrm{g}$. Hmotnosť vody potom dostávame jednoducho ako ich rozdiel, teda $m = 115\,\mathrm{g} - 65\,\mathrm{g} = 50g$. Pri hustote vody $1\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$ je potom objem tejto vody $V = \frac{m}{\rho} = \frac{50}{1} = 50\,\mathrm{cm}^3 = 50\,\mathrm{ml}$. Keďže toto meranie je pomerne nepresné (značne nepresná váha, ťažkosti s určením kedy je Mikuláš naozaj plný...), opakovala som meranie na 3 Mikulášoch, pri každom po 2 merania. Dostala som nasledovné výlsedky:

Objem [ml]	1. Mikuláš	2. Mikuláš	3. Mikuláš
1. meranie	50	50	60
2. meranie	40	45	70
Priemer	45	47.5	65

Vidíme, že i pre dve rôzne merania na rovnakom Mikulášovi dostávame rôzne výsledky, za čo môže zrejme hlavne ľudský faktor, neschopnosť presne určiť, kedy je Mikuláš plný i mierna deformácia čokolády spôsobená jednotlivými experimentami. Celková priemerná hodnota všetkých meraní bola $52{,}5\,\mathrm{ml}$, teda môžeme povedať, že v Mikulášovi sa nachádza približne $52{,}5\,\mathrm{ml}$ vzduchu.

Bodovanie: *Za rozumný a dostatočne dobre popísaný nápad ako odmerať objem vzduchu ste mohli dostatť* $2{,}5$ b*, za samotné zrealizovanie experimentu, uvedenie nameraných hodnôt a popis postupu ďalších* $2{,}5$ b*. Ak ste merania neopakovali, strhávala som* $0{,}5$ b*.*

Úloha 4: Ako sud - *opravoval Ján Bogár – Boogie*
Prvý sud má priemer 92 cm a zmestí sa doň 760 litrov vody. Teraz je však prázdny. Druhý sud, plný vody, bol rovnako vysoký, no oproti prvému mal polovičný priemer. Oba sudy sú na dne spojené malou rúrkou s uzáverom. Samozrejme, Paťo uzáver otvoril a sledoval ako voda pretekala do prvého sudu až kým sa neustálila. **Ako sa zmenila výška hladiny po vytiahnutí zátky? Ako sa zmenila potenciálna energia vody?**

Pri počítaní tohoto príkladu sa dá postupovať veľa spôsobmi. V tomto riešení si ale ukážeme, ako takýto príklad spočítať skoro z hlavy. Aby sme to dokázali, budeme počítať úplne všeobecne - dosadzovať čísla budeme až úplne na konci. Všetky veličiny týkajúce sa širšieho sudu budeme označovať dolným indexom $_1$ a tie týkajúce sa užšieho sudu zas $_2$.

Prvý dôležitý poznatok je že, **že väčší sud má štvornásobnú plochu podstavy a teda aj štvornásobný objem oproti menšiemu sudu.** Je to kvôli tomu, že obsah podstavy je priamo úmerný druhej mocnine polomeru, ktorý je pre jeden sud dvakrát väčší. Tu je matematické odvodenie: Obsah kruhovej podstavy valca je, že $S = \pi r^2$, kde r je jej polomer. Väčší sud má pritom dvojnásobný polomer oproti menšiemu, teda $r_1 = 2r_2$. Z toho dostaneme, že menší sud má podstavu $S_2 = \pi r_2^2$ a väčší zas $S_1 = \pi r_1^2 = \pi(2r_2)^2 = 4\pi r_1^2 = 4S_1$. Objem valca je $V = hS$, h je jeho výška a S obsah podstavy. Keď dosadíme že $S_1 = 4S_2$, dostaneme že $V_1 = hS_1 = 4hS_2 = 4V_2$.

Ďalší dôležitý fakt je, že **po otvorení kohútika bude výška hladiny v oboch valcoch rovnaká**, nazvime si ju h_v. Platí to tak pre každé spojené nádoby, dôvod je ten, že keď sú hladiny rozdielne, hydrostatický tlak vody pod vyššou hladinou je väčší a začne pretláčať vodu do nádoby s nižšou hladinou, až kým sa hladiny nevyrovnajú.

Po otvorení kohútika sa teda voda preleje z tvaru jedného valca s objemom $V_{pred} = hS_2$ do dvoch valcov s podstavami S_1 a S_2 a rovnakou výškou h_v. Celkový objem týchto dvoch valcov bude $V_{po} = h_vS_1 + h_vS_2 = h_v(S_1 + S_2)$. Keďže objem vody sa preliatím nezmení, tieto dva objemy dáme do rovnosti a dostaneme:

$$V_{pred} = V_{po}$$

$$hS_2 = h_v(S_1 + S_2)$$

Dosadíme fakt, že väčší sud má štvornásobnú podstavu ($S_1 = 4S_2$) a vykrátime S_2:

$$hS_2 = h_v(4S_2 + S_2)$$

$$h = \frac{1}{5}h_v$$

Výška vody po preliatí teda bude pätinová oproti svojej pôvodnej výške.

Ak chceme aj nejaké čísla, výšku sudov ľahko vypočítame z objemu vyššieho sudu $V_1 = h\pi r_1^2$, keďže $r_1 = \frac{92\,\text{cm}}{2} = 46\,\text{cm} = 0{,}46\,\text{m}$ a $V_1 = 760\,\ell = 0{,}76\,\text{m}^3$. Po dosadení dostaneme, že výška sudov (a teda aj pôvodná výška hladiny) bola približne $1{,}14\,\text{m}$ a po preliatí teda $0{,}23\,\text{m}$.

Ako je to s potenciálnou energiou? Vzorec pre potenciálnu energiu nejakého telesa je $E_p = mgh_T$, kde h_T je výška ťažiska telesa (v našom prípade vody). Hmotnosť vody pred a po preliatí je rovnaká, a tak jediné, čo sa zmení po preliatí je výška ťažiska. Pred preliatím má voda tvar valca, a pre valec je výška ťažiska presne v polovici jeho výšky. Vo všeobecnosti, **pre akýkoľvek tvar, ktorý má vodorovnú podstavu a zvislé steny platí, že jeho ťažisko je v polovici jeho výšky** (neplatilo by to napr. pre poľguľovú nádobu). Po preliatí má voda tvar dvoch valcov s rovnakou výškou, takže výška ťažiska bude zas v polovici výšky hladiny. Keďže teda hladina klesla po preliatí vody na jednu pätinu, klesla na jednu pätinu aj výška ťažiska a teda aj **potenciálna energia klesla na jednu pätinu**.

Ak chceme nejaké čísla, celkový objem vody je predsa rovnaký ako objem malého sudu, čo je štvrtina z veľkého sudu, čiže $190\,\ell$. Keďže hustota vody je $1\,\frac{\text{kg}}{\ell}$, hmotnosť vody je $m =$

$190\,\text{kg}$. Po dosadení dostaneme, že pôvodne bola potenciálna energia $E_{pred} = mgh\frac{1}{2} = 190\,\text{kg} \cdot 10\,\frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 1{,}14\,\text{m} \cdot \frac{1}{2} = 1083\,\text{J}$ a po preliatí $E_{po} = \frac{1}{5}E_{pred} = 216{,}6\,\text{J}$

Bodovanie: *Za dostatočne zdôvodnené výsledky bolo takéto ohodnotenie: Výška hladín po preliatí je rovnaká:* $0{,}5$ b*. Objem menšieho sudu je štvrtinový oproti väčšiemu:* 1 b*. Výška hladiny po preliatí je pätinová:* 2 b*. Potenciálna energia po preliatí je pätinová:* $1{,}5$ b*.*

Úloha 5: Za tmy je nakrajší - *opravoval Bohdan Jóža – Boďo*
Keď sa Jakub pozeral von cez okno počas dňa, videl iba záhradu, ale seba nie. Zistil však, že keď sa von pozerá v noci, keď je vonku tma, vidí aj sám seba. **Vieš povedať, prečo sa Jakub počas dňa v okne nevidí a počas noci áno?**

Aby sme prišli na kĺb tejto záhade, musíme si najprv uvedomiť, ako sa správa svetlo a ako je možné, že nejaký obraz vidíme. Vzduch aj sklo sú optické prostredia a teda okno sú iba dve rozhrania medzi optickými prostrediami, konkrétne vonkajší vzduch – sklo a sklo – vnútorný vzduch (Optické prostredie je v podstate hocijaký materiál, či prepúšťa svetlo, alebo nie).

Keď teda svetlo prechádza zvnútra von a zvonka dnu, prejde týmito rozhraniami. Keď svetlo narazí na rozhranie optických prostredí, nejaká časť prejde ďalej a nejaká časť sa odrazí. Sklo je priehľadný materiál, čo znamená, že oveľa viac svetla ním prejde, ako sa odrazí.

Čo sa teda deje v Jakubovom prípade? Jakub stojí v izbe a pozerá sa cez okno na záhradu. Predpokladajme, že nejaké svetlo sa stále odráža od Jakuba a izby a smeruje na okno, či už je to denné svetlo zvonka alebo má Jakub v miestnosti zasvietené (ak by bola aj vnútri aj vonku tma, nič by nevidel). Keďže sklo je priehľadné, väčšina svetla prejde sklom von, ale nejaká malá časť sa odrazí naspäť do Jakubových očí. Takto vzniká obraz na okne, ktorý Jakub vidí, vytvára ho práve to odrazené svetlo. Toto sa deje nezávisle od toho, či je vonku svetlo, alebo tma.

Teraz sa pozrieme na to, čo sa deje vonku. Ak je aj vonku svetlo, deje sa to isté, čo vnútri. Väčšina svetla prejde zvonka dnu do Jakubových očí a nejaká malá časť sa odrazí naspäť. Svetla prejdeného zvonka dnu je oveľa viac, ako svetla odrazeného od okna zvnútra, preto Jakubove oči vnímajú prevažne to svetlo a nedokážu pri ňom rozoznať jemný odraz. Keď je však vonku tma, skoro žiadne svetlo zvonka dnu neprechádza, preto v podstate jediné svetlo, ktoré Jakub vidí, je to odrazené a jeho oči sa prispôsobia a dokážu ho rozoznať.

Niektorí riešitelia spomínali podobnosť so zrkadlom. To nie je úplne korektné, lebo cez zrkadlo žiadne svetlo neprechádza a tma za oknom nepôsobí ako zrkadlo, lebo svetlo sa od okna odráža nezávisle na tom, či je za ním tma.

Bodovanie: 2 b *za vysvetlenie odrážania svetla od okna,* $1{,}5$ b *za vysvetlenie prípadov cez deň a cez noc. Čiastočné body som dával za čiastočne správne vysvetlenia.*

Úloha 6: Dvojkopčeková - *opravovala Hana Mertanová*
Odhadni, na koľké poschodie by musel Peťo vystúpať, aby nepribral zo zmrzliny. Na akú teplotu by Peťo musel zmrzlinu schladiť, aby z nej nepribral? Hmotnostná tepelná kapacita zmrzliny je $1{,}67\,\frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}}$. Skupenské teplo topenia je $186\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$.

Najskôr zistíme, koľko energie sa vlastne skrýva v 2 kopčekoch zmrzliny. Peťo má najradšej čokoládovú. Potrebujeme ešte poznať Peťovu hmotnosť, aby sa Peťo neurazil, nech je to 60 kg. Čokoládová zmrzlina v obchode udáva 847 kJ na 100 g ($8{,}47$ kJ na g), 900 ml, 515 g. Za predpokladu, že jeden kopček má 50 ml, tak 2 kopčeky vážia $57{,}2$ g. Potom energia, ktorú získa Peťo z tejto zmrzliny je $57{,}2\,\mathrm{g} \cdot 8{,}47\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{g}} = 484{,}48$ kJ. Časť tejto energie sa spotrebuje aj na zohriatie zmrzliny na 36℃, na základné funkcie tela (ako dýchanie), mozog tiež spotrebuje veľa energie (hlavne pri riešení Pikofyzu). Túto energetickú stratu môžeme skúsiť odhadnúť (podľa internetovej kalkulačky[1] pre 60 kg chlapca je táto energia $6{,}3$ kJ za deň, takže túto energiu môžeme zanedbať).

Prvá časť: Koľko poschodí musí Peťo prejsť, aby spálil $484{,}48$ kJ? Najjednoduchší spôsob je zistiť, ako sa zmení Peťova potenciálna energie E_p.

$$E_\mathrm{p} = m \cdot h \cdot g$$

kde m je hmotnosť Peťa, g gravitačné zrýchlenie a h výška ktorú Peťo vystúpa. Úpravou $h = \frac{E_\mathrm{p}}{m \cdot g}$

Chceme, aby zmena tejto potenciálnej energie bola rovná energetickému príjmu zo zmrzliny. Teda $h = 484480\,\mathrm{J}/(60\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}8\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}})$. Peťo musí teda vyjsť $823{,}95$ m. Ak jedno poschodie má 3 m, je to skoro 275 poschodí, chudák. Pri chôdzi po schodoch však človek robí veľa zbytočných pohybov, takže Peťo má nádej, že zmrzlinu spáli omnoho rýchlejšie.

Druhá časť: Na akú teplotu treba ochladiť zmrzlinu, aby jej zohriatie na telesnú teplotu akurát minulo prijatú energiu? Koľko energie sa spotrebuje na zohriatie zmrzliny o 1℃ nám určuje merná tepelná kapacita. Tú máme zadanú. Ale roztopená zmrzlina má už iné vlastnosti a inú kapacitu (podobne ako je to s ľadom a s vodou). Pre jednoduchosť povedzme, že kapacita bude podobná kapacite mlieka ($3{,}82\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}℃}$). Zmrzlina sa topí približne pri -1℃. Roztopenú zmrzlinu musíme teda ohriať o 37℃ na telesnú teplotu 36℃. Na to spotrebujeme tepelnú energiu $Q = m_\mathrm{z} \cdot c \cdot \Delta T$

$$Q = 0{,}0572\,\mathrm{kg} \cdot 3{,}82\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}℃} \cdot 37℃ = 8{,}08\,\mathrm{kJ}$$

Zostáva mu teda spáliť $484{,}48$ kJ–$8{,}08$ kJ $= 476{,}4$ kJ. Na premenu skupenstva spotrebujeme 186 kJ na kilo zmrzliny, teda $0{,}0572\,\mathrm{kg} \cdot 186\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}} = 10{,}639$ kJ pre našu hmotnosť zmrzliny. Zostáva nám teda spáliť $465{,}76$ kJ. Do už použitého vzorca dosadíme známe hodnoty.

$$465{,}76\,\mathrm{kJ} = 0{,}0572\,\mathrm{kg} \cdot 1{,}67\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}℃} \cdot \Delta T$$

Z toho musíme zmrzlinu ochladiť ešte o $4875{,}84$℃. To však nie je možné, keďže táto teplota je nižšia ako absolútna nula. Teda Miškina rada Peťovi nepomôže.

Bodovanie: *Za prvú časť ste mohli získať max $2{,}5$ b; za druhú takisto. Za nájdenie energetickej spotreby niekde na internete bez postupu bolo možné získať z prvej časti max 1 b ,za*

[1] `https://www.bodybuilding.com/fun/bmr_calculator.htm`

nezmenenú tepelnú kapacitu $-0{,}3\ b$.

Úloha 7: Zo života vedúceho Pikofyzu - *opravoval Martin Svetlík – Panda*
Pandova kanvica zobrazuje aktuálnu teplotu vody na displeji. V príručke má napísané 240 V, 2200 W. Do kanvice nalial presne $1{,}5\,\ell$ vody, ukazovala teplotu 24℃. Zapol kanvicu a stopky a zohrial vodu na 84℃. V tom momente zastavil stopky a displej ukázal 4:12. **Aké napätie je v Pandovej elektrickej zásuvke?**

Tak, na začiatok sa priznám, že som pako. Totiž celé je to pravdivý príbeh, a napriek tomu, aké divné napätie vychádza, tak je to skutočne to, čo som nameral. Akurát keď som si to počítal, tak mi v hlave prešlo, že rozdiel medzi 84 a 24 stupňami je 80 stupňov, a peknekrásne som narátal výkov 2 kW a z toho napätie 228 V. A tešil som sa, aké pekné čísla, a ešte aj keď som voltmeter pichol do zásuvky, tak mi ukázal 228 V, a bol som úplne unesený, akú dobrú bezstratovú kanvicu tí inžinieri vyrobili, a hneď som to utekal spísať ako úlohu do Pikofyzu. Pozornému čitateľovi však neunikne to, čo mne došlo až keď som si čítal vaše riešenia, že ten rozdiel teplôt je len 60℃, a teda vyjde niečo úplne iné. Kam sa podela zvyšná energia, si povieme na konci tohto textu, zatiaľ sa pozrime, čo nám teda malo vyjsť z údajov, ktoré som nameral.

Ako prvé sa pozrieme, koľko tepla musela voda prijať, aby sa zohriala. Použijeme na to známu kalorimetrickú rovnicu $Q = m \cdot c \cdot \Delta T$. Po správnosti by sme ešte mali vyjadriť, že $m = \rho \cdot V$, ale keďže sa jedná o vodu, tak som toleroval, keď ste sem rovno dosadili $1{,}5$ kg vody. Toto prijaté teplo vydelíme časom, za ktoré ho voda prijala, a dostaneme výkon.

$$P = \frac{Q}{t} = \frac{\rho \cdot V \cdot c \cdot \Delta T}{t} = \frac{1\,\frac{\text{kg}}{\ell} \cdot 1{,}5\,\ell \cdot 4{,}2\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg℃}} \cdot 60\text{℃}}{4{,}2\,\text{min}}$$

Áno, toto bol ten bod, keď som si prvýkrát povedal, že z toho bude úloha do Pikofyzu, keď som videl, ako náhodou sa pekne kráti ten čas s tou mernou tepelnou kapacitou. Dokonca teraz (keď rátam so správnym ΔT) sa nám to ešte krajšie pokráti, lebo $4{,}2$ min $= 4{,}2 \cdot 60$ s, čo sa vykráti so $4{,}2$ a 60 v čitateli a dostaneme

$$P = \frac{1{,}5\,\text{kg} \cdot 4{,}2\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg℃}} \cdot 60\text{℃}}{4{,}2 \cdot 60\,\text{s}} = 1{,}5\frac{\text{kJ}}{s} = 1{,}5\,\text{kW}$$

Dobre teda, máme výkon $1{,}5$ kW, a otázka je, aké by bolo napätie. Je jasné, že napätie bude menšie ako to udávané, lebo sme s ním aj dosiahli menší výkon. Tu sa však viacerým z vás stalo, že ste použili priamu úmeru alebo trojčlenku, že keď pri 240 V to má byť 2200 W, tak 1500 W to bude pri $\frac{1500\,\text{W}}{2200\,\text{W}} \cdot 240\,\text{V} \doteq 163$ V. Lenže **takto to nie je**.

Treba si uvedomiť, že výkon elektrického spotrebiča sa ráta ako súčin napätia a prúdu. Prúd síce nepoznáme, ale ten tiež závisí od napätia. A odporu ($I = \frac{U}{R}$), ten je však konštantý, lebo to je vlastnosť daných súčiastok, a tie nemeníme, keď kanvicu pripájame na rôzne napätia... Teda môžme napísať, že

$$P = U \cdot I = U \cdot \frac{U}{R} = \frac{U^2}{R}$$

Keď dáme tie výkony (nameraný a udávaný) do pomeru, tak sa nebudú rovnať pomeru napätí, ale pomeru napätí na druhú[2]. Tu sa nám hneď aj vykráti odpor, ktorý nepoznáme.

$$\frac{P_{\text{namerané}}}{P_{\text{udávané}}} = \frac{\frac{U^2_{\text{počítané}}}{R}}{\frac{U^2_{\text{udávané}}}{R}} = \frac{U^2_{\text{počítané}}}{U^2_{\text{udávané}}}$$

Teraz už ľahko vyjadríme a vypočítame hľadané napätie:

$$U_{\text{počítané}} = \sqrt{\frac{P_{\text{namerané}}}{P_{\text{udávané}}} \cdot U^2_{\text{udávané}}} = \sqrt{\frac{1{,}5\,\text{kW}}{2{,}2\,\text{kW}} \cdot 240^2\,\text{V}^2} \doteq 198\,\text{V}$$

Potiaľto ste mali prísť vy, ďalej len pár úvah z mojej strany.
$198\,\text{V}$. To je dosť málo, toľko určite v zásuvke nemám, to by elektrárňam neprešlo. Kam sa teda podela zvyšná energia (keďže som nameral $228\,\text{V}$ pri zapnutej kanvici [3] , a nie $198\,\text{V}$)? Časť z nej sa rozptýlila do okolia, keďže materiál kanvice nie je dokonalý tepelný izolant, ale časť sa vôbec nerozptýlila, je stále v kanvici! Jednak sa použila na zohriatie samotného výhrevného telesa (špirály)[4], a okrem toho, keď kanvicu vypnem, neprestane okamžite zohrievať vodu. Ešte tak o 5 stupňov teplota stúpne. To je preto, že výhrevné teleso sa muselo zohriať na vyššiu teplotu ako voda, aby mohlo ohrievať vodu. Keď teda vypnem prívod elektriny, nejaké teplo ešte prechádza do vody, až kým sa teploty nevyrovnajú...

Okrem toho, veľmi pravdepodobne som spravil systematickú chybu pri meraní, že som nalial studenú vodu do kanvice a zapol, a nepočkal som, kým sa ustáli teplota. Keď tak nad tým rozmýšľam, 24℃ mi z kohútika nemohlo tiecť, teraz som to skúšal, a po ustálení to ukazovalo 19℃

A časť energie spotrebovala samotná elektronika kanvice...

Takže nie som hlupák preto, že som zle odčítal dve teploty, to sa môže stať každému. Som hlupák preto, že keď mi vyšlo, že mám 100% účinnosť, a ešte po vypnutí zohrievam ďalej, tak som sa nad tým nezamyslel a nezačal tú chybu hľadať.

Bodovanie: 2 *b za zrátanie dodaného tepla a výkonu.* 2 *b za zrátanie napätia - ak ste tu počítali priamu úmeru medzi napätím a výkonom, tak za toto ste mohli dostať max* $0{,}5$ *b. Zvyšný* 1 *b za vysvetlenie čo a prečo rátate a spojenie toho celého dokopy.*

[2] napr. keby sme mali polovičné napätie, tak výkon by nebol polovičný, ale polovica na druhú, čiže štvrtinový.

[3] pri vypnutej kanvici - teda pri nezaťaženom zdroji - som nameral $232\,\text{V}$, avšak pri zaťaženom zdroji je to menej, lebo aj samotný zdroj má nejaký vnútorný odpor, všetko to vedenie a ističe, atď... Keď má kanvica výkon $2200\,\text{W}$ pri $240\,\text{V}$, znamená to, že ňou tečie prúd $9{,}167\,\text{A}$, takže má odpor len $26{,}18\,\Omega$, čo je dosť málo na to, aby tých pár desatím Ohmu, čo majú káble, spravilo pár Voltov rozdiel v napätí na kanvici...

[4] zohriatie vody o prvých 10℃ trvalo asi o pol minúty viac ako každých ďalších 10℃