Celoslovenský korešpondenčný seminár z fyziky pre žiakov ZŠ a OG

Vzorové riešenia 3. série zimnej časti

Pikofyz, 11. ročník www.p-mat.sk/pikofyz šk. rok 2008/2009

Milá riešiteľka naša, milý riešiteľ náš! *Tak a sú tu. Posledné vzorové riešenia zimnej série. Ako obvykle Ti v nich posielame správne výsledky príkladov a niečo málo o fyzike v nich. Tešíme sa na Teba opäť pri riešení letnej časti alebo možno už skôr na zimnom sústredení Pikofyzu. Dovtedy Ti prajeme krásne prázdniny, veselé Vianoce a šťastný nový rok!*

Príklad 1 - Savosť *opravovala Lucia Komendová - Lusi*

V tejto experimentálnej úlohe bolo treba zistiť, do akej výšky sa nasaje voda v rôznych druhoch papiera, keď ich ponoríme zvislo do nádoby s vodou.

Plán boja je takýto: pobeháme po celom dome a nájdeme čo najviac rôznych druhov papiera - kancelársky, zo zošita, výkres, kartón, servítka, hygienická vreckovka, nepoužitý toaletný papier, krepový, na pečenie, papierová kuchynská utierka, milimetrový, farebný... Každopádne aspoň päť druhov. Nastriháme si z nich pásiky rovnakej šírky, aspoň 3 kusy z každého typu papiera. Označíme si na nich čiaru ponoru, teda čiaru po ktorú ich mienime strčiť do vody. Do vhodnej nádoby si napustíme vodu. Optimálne vodu farebnú, aby bolo na papieri aj vidieť, pokiaľ bol ponorený, takže voda je v skutočnosti napríklad čaj alebo je ochutená atramentom (nepiť!). Pripravíme si stopky, aby sme každú vzorku máčali rovnako dlho a môžeme začať merať.

Ja som robila pokus s kúskami papiera veľkosti 3 cm x 13 cm a ponárala som ich do vody na 1 minútu tak, že vo vode boli ponorené 4 cm. Výsledky sú v tabuľke, všetky dĺžky sú uvedené v milimetroch. Voskový papier na pečenie tam nie je, lebo vodu vôbec nenasal, podobne sa vo vašich experimentoch správal aj fotopapier. Kancelársky papier a výkres sa síce na pár milimetrov namočili aj nad hladinou, ale keďže som pri meraní papier držala len v ruke a nemala som ho pripevnený, tieto údaje by boli zaťažené príliš veľkou chybou, preto ich neuvádzam. Najviac vody nasala hygienická vreckovka, v priemere až 63 mm. Prekvapujúco málo nasal vodu do výšky pijak, iba 4 mm.

typ papiera	1. meranie	2. meranie	3. meranie	priemer	poradie
hygienická vreckovka	62	68	59	63	1
toaletný papier	62	58	60	60	2
kuchynská utierka	49	48	50	49	3
servítka	46	40	52	46	4
noviny	10	15	14,5	13,2	5
kartón	9	8	11	9,3	6
pijak	4	4,5	3,5	4	7

Skúšala som aj zistiť, či výsledok merania závisí od hrúbky použitého papiera alebo od toho, či je odstrihnutý alebo odtrhnutý. Vyzerá to, že nezávisí. Okrem toho niektorí z vás skúmali, či je dôležitá napr. teplota vody a iné veci, máte veľkú pochvalu. Dôležitá vec k samotnému meraniu: výšku pokiaľ nasiakla voda je treba označiť alebo odmerať hneď, lebo vlhkosť sa v papieri rozšíri ešte aj po vytiahnutí z vody. Pre viacvrstvé papiere ako napríklad kartón alebo servítka je veľký rozdiel vo výške pre rôzne počty vrstiev a hlavne papier nenasiakne rovnomerne, takže meranie je nepresnejšie.

Bodovanie: *Za správne spravený a pekne okomentovaný experiment bolo* 5 *b. Body som strhla, ak ste urobili s každým papierom len jedno meranie alebo ste neuviedli, aký rozmer pásikov ste použili a ako dlho ste ich nechali vo vode.*

Príklad 2 - Nosič *opravoval Ondrej Bogár - Bugý*

Príklad nebol ťažký, ale dalo sa v ňom ľahko pomýliť. Keď premiestnime teleso z jednej výšky do druhej, zmeníme jeho potenciálnu energiu. Aby sme telesu zmenili jeho potenciálnu energiu, musíme vykonať prácu rovnú zmene energie. Pre potenciálnu energiu platí vzorec $E_\mathrm{p} = mgh$. Keď pôjdeme smerom hore s prevýšením H, je jasné, že musíme vykonať prácu rovnú zmene potenciálnej energie: $E_{1\mathrm{p}} - E_{2\mathrm{p}} = mgH$.

Pozrime sa, čo sa deje, keď ide nosič dole kopcom. Vtedy naňho pôsobí tiažová sila F_g, ktorá ho ťahá dole. Podobne ako guľa spustená z kopca stále zrýchľuje, mal by zrýchľovať aj nosič. On však ide celý zostup rovnomerným pohybom teda rovnakou rýchlosťou. To sa podľa zákona zotrvačnosti dosiahne tak, že na nosiča bude pôsobiť nulová výsledná sila. Preto musí nosič pôsobiť silou F proti F_g a touto silou pôsobí celú trasu (podstatná je len vertikálna zložka, lebo aj F_g má vertikálny smer), preto koná prácu $W = F_\mathrm{g}s = MgH)$. Nosič má hmotnosť $M = 80\,\mathrm{kg}$ a náklad má hmotnosť $m = 100\,\mathrm{kg}$ Prevýšenie je $H = 1100\,\mathrm{m}$. Potom celková práca za deň je:

$$W = E = 3((M + m)gH + MgH) = 8\,580\,\mathrm{kJ}$$

Spočítame, koľko by stála táto práca, ak by ju vykonávala elektrina z našej zásuvky. **POZOR!** kWh je jednotka energie. Poznáme vzorec pre prácu a výkon $W = Pt$. Dosadíme jednotky jednotlivých veličín a dostaneme, že pre jednotku energie platí: $J = Ws$. kWh premeníme na Watty a sekundy a dostaneme

$1\,\mathrm{kWh} = 3\,600\,000\,\mathrm{J}$. Premeníme nosičovu prácu na kWh a spočítame cenu:

$$E \cdot 4{,}50\,\frac{\mathrm{Sk}}{\mathrm{kWh}} = \frac{8\,580\,\mathrm{kJ}}{3\,600\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kWh}}} \cdot 4{,}50\,\frac{\mathrm{Sk}}{\mathrm{kWh}} = 2{,}38\,\mathrm{kWh} \cdot 4{,}50\,\frac{\mathrm{Sk}}{\mathrm{kWh}} = 10{,}71\mathrm{Sk}$$

Keďže od 1.1.2009 sa na Slovensku začína používať Euro, tak cenu premeníme pomocou konverzného kurzu na Eurá. Cena práce je $10,71\mathrm{Sk} = \frac{10{,}71}{30{,}126} \doteq 0{,}3$€.

Čo sme zanedbali: Samotný mechanizmus chôdze je veľmi komplikovaný. Pri výpočte sme úplne zanedbali trenie. A nesmieme zabudnúť na to, že nosič je živý tvor, a teda v ňom prebieha množstvo biologických procesov. A na tie sa spotrebúva energia. Napr. transport krvi, dýchanie, udržiavanie telesnej teploty a mnoho ďalších.

Bodovanie: *Výpočet práce* 2,5 *b. Za premenenie kWh na J bol* 1 *b a za výpočet ceny* 0,5 *b. Za vypísanie faktorov, ktoré sme zanedbali* 1 *b. Ak ste neuvažovali cestu nosiča smerom dole* −1,5 *b.*

Príklad 3 - Sneží *opravovala Katarína Baxová - b1*

Ahojte a hor sa do toho. Keď sa hovorí, že napršalo x milimetrov zrážok, znamená to, že keby som von dala nádobu s plochou S, tak voda, ktorá by do nej napršala, by mala výšku x mm.

Treba si teda uvedomiť, že táto výška sa udáva na rovnakú plochu, a že hmotnosť vody (alebo aj snehu), ktorá dopadne na istú plochu, sa ušliapaním ani premenou skupenstva nemení. Pokiaľ teda chceme vypočítať hustotu snehu, potrebujeme vzorec $m = \rho \cdot V$ a tiež $V = h \cdot S$, ale najmä poznatok, že hmotnosť snehu m_s je taká istá ako hmotnosť vody m_v napadnutej na plochu S:

$$m_\mathrm{s} = m_\mathrm{v}$$

$$\rho_\mathrm{s} \cdot S \cdot h_\mathrm{s} = \rho_\mathrm{v} \cdot S \cdot h_\mathrm{v}$$

$$\rho_\mathrm{s} = \rho_\mathrm{v} \cdot \frac{h_\mathrm{v}}{h_\mathrm{s}} \doteq 92{,}59\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$$

Po úprave a dosadení údajov zo zadania zistíme, že hustota napadnutého snehu je približne $\rho_\mathrm{s} = 92{,}59\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$. Takto isto môžeme postupovať aj s ušliapaným snehom. Tu dáme do rovnosti hmotnosť neušliapaného snehu m_s s hmotnosťou snehu ušliapaného m_u na rovnakej ploche S:

$$\rho_\mathrm{s} \cdot S \cdot h_\mathrm{s} = \rho_\mathrm{u} \cdot S \cdot h_\mathrm{u}$$

Takto zistíme, že hrúbka ušliapaného snehu h_u je približne 6,10 cm.

Chcela by som pochváliť všetkých Vás, ktorí ste tento príklad vyriešili správne či už takto, pomocou nepriamej úmernosti (čím väčšia výška, tým menšia hustota), trojčlenky, pomerov, alebo pomocného výpočtu hmotnosti na $1\,\mathrm{m}^2$ (aj keď najlepšie je počítať vždy všeobecne).

Bodovanie: *Za správnu odpoveď bolo* 5 *b bodov, strhávala som body za nedokončené výpočty alebo nesprávne úvahy a následne nedobré výsledky.*

Príklad 4 - Lyžovačka *opravoval Martin Veselý - Maves*

Vašou úlohou v tomto príklade bolo zistiť, ktorý z vlekov treba použiť, aby sme boli po zlyžovaní dole a vytiahnutí sa vlekom hore na vrchu kopca čo najrýchlejšie. Je jasné, že jazdu z vrchu kopca po začiatok kratšieho vleku zvládnem za rovnaký čas bez ohľadu na to, ktorý vlek si vyberiem. Takisto jazda dlhším vlekom od miesta, kde sa začína kratší vlek až po vrch trvá rovnako dlho ako jazda kratším vlekom. Z toho je vidno, že sme vôbec nepotrebovali mať zadanú dĺžku vleku, pretože na výsledok nemá vôbec vplyv. Teda keď z vrchu dolyžujem k začiatku kratšieho vleku, musím sa rozhodnúť, či počkám 3 min v rade na kratší vlek, alebo zídem po začiatok dlhšieho vleku (100 m) a nechám sa týchto 100 m vyviezť dlhším vlekom bez čakania. Jedných 100 m by sme teda išli rýchlosťou $3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ (smerom dole) a druhých 100 m by sme sa viezli rýchlosťou $1{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Použijeme vzťah:

$$t = \frac{s}{v}$$

Čas prejdenia týchto $100 + 100$ metrov je:

$$t = t_1 + t_2 = \frac{100\,\mathrm{m}}{3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} + \frac{100\,\mathrm{m}}{1{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = 100\,\mathrm{s} = 1\,\mathrm{min}\ 40\,\mathrm{s}$$

Pri kratšom vleku by sme čakali až $3\,\mathrm{min} = 180\,\mathrm{s}$. Takže ak použijeme dlhší vlek, tak na vrchu budeme o 80 s skôr.

Bodovanie: *Za úplne správnu odpoveď bolo samozrejme* 5 *b. Ak ste dospeli k správnemu výsledku, no zvolili ste si nejakú pevnú dĺžku vleku, dostali ste* 4 *b. Ak ste zabudli, že lyžiar musí ísť od začiatku kratšieho vleku* 100 *m nielen hore, ale aj dole, dostali ste* 3 *b Ak ste počítali s nesprávnym vzťahom na výpočet času, nedostali ste viac ako* 3 *b. Za drobné chyby v riešení ste stratili* 0,5 *b.*

Príklad 5 - Kozmonaut *opravoval Anna Zahoranová - Anka*

Aj v tomto príklade cestujeme za riešením do vesmíru. Osobná váha funguje ako silomer, ktorého pružinu nenaťahuješ, ale stláčaš. Čiže meriaš gravitačnú silu $F_\mathrm{g} = m \cdot g$. Z nej potom váha určí hmotnosť, pričom ráta s pozemskou hodnotou g. Od čoho závisí veľkosť g (**gravitačné zrýchlenie**)? Povedzme si niečo o gravitačnej sile. Dôležité je vedieť, že **všetky** telesá na seba pôsobia gravitačnou silou, len často ju nebadať (je príliš slabá), ak majú telesá príliš malú hmotnosť alebo sú od seba príliš vzdialené. Gravitačná sila je tým väčšia, čím väčšia je hmotnosť telesa vyvolávajúceho túto silu a zmenšuje sa so štvorcom vzdialenosti od tohto telesa (štvorec vzdialenosti$= r \cdot r$). Veľkosť gravitačnej sily si vyjadríme pomocou g, lebo to je pre všetky telesá na danej planéte rovnaké a nezávisí od hmotnosti telesa, ktoré je na váhe (zároveň stále platí, že na ťažšie teleso pôsobí väčšia gravitačná sila). Čiže

$$g_{\text{zem}} = k \cdot \frac{M_{\text{zem}}}{R_{\text{zem}} \cdot R_{\text{zem}}},$$

kde k je konštanta, ktorá nám výsledok neovplyvní, preto si ju v tomto prípade netreba všímať (ži a nechaj žiť:). Podobne

$$g_{\text{mesiac}} = k \cdot \frac{M_{\text{mesiac}}}{R_{\text{mesiac}} \cdot R_{\text{mesiac}}}$$

Potrebné hodnoty sa dajú nájsť napríklad v odbornej literatúre alebo na internete:

$$R_{\text{mesiac}} = 0{,}27 \cdot R_{\text{zem}}$$

$$M_{\text{mesiac}} = 0{,}01225 \cdot M_{\text{zem}}$$

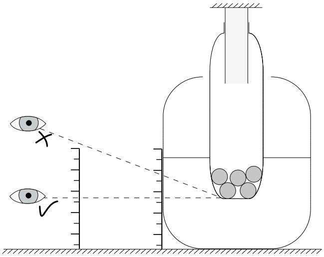
A z toho vyplýva:

$$g_{\text{mesiac}} \doteq \frac{1}{6} g_{\text{zem}}$$

Hmotnosť na Mesiaci máme síce rovnakú ako na Zemi, ale g je šesťkrát menšie, preto váhy budú ukazovať šesťkrát menej ako na Zemi.
Taktiež bolo úlohou napísať spôsob zistenia hmotnosti na neznámej planéte. Keďže je neznáma, predpokladáme, že hodnotu g nepoznáme. No stačí odvážiť niečo, čoho hmotnosť na Zemi s istotou poznáme a z pomeru váhy telesa na Zemi a cudzej planéte a z g na Zemi trojčlenkou dostaneme hodnotu g na cudzej planéte.

Bodovanie: *Ak ste uviedli, že hmotnosť na Mesiaci je 6krát menšia ako na Zemi a aj ste ju správne vypočítali (12 kg), získali ste 1 b, ak ste ako dôvod uviedli gravitáciu, opäť 1 b, za zdôvodnenie, prečo je iná (toto uviedol len málokto)- stačilo napísať, že závisí od hmotnosti a vzdialenosti od stredu planéty (polomeru planéty) 1 b. Nebolo treba počítať mesačné hodnoty ako ja vo vzorovom riešení, uviedla som ich, aby to nevyzeralo, že si vymýšľam:). Za spôsob určenia hmotnosti na neznámej planéte 2 b. Zaujímavý spôsob súvisel s objemom vody (vychádzajúc z toho, že 1 ℓ váži 1 kg na Zemi, tu však treba dať pozor, hustota vody sa mení s meniacim sa tlakom, teplotou..*

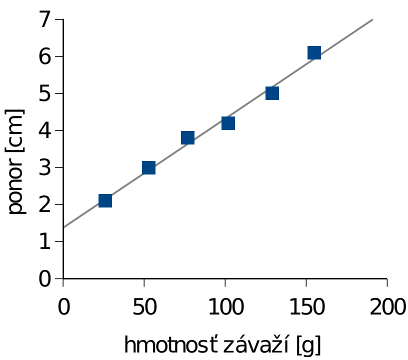
Príklad 6 - Záťaž v nádobe *opravoval Matej Duník - Matt*



Úloha bola veľmi pekná, pretože bolo hneď vidno, čo sa deje počas experimentu, navyše nebolo treba veľmi čakať (ako pri chladnutí, vyparovaní atď.), takže sa dalo vykonať veeeľa meraní.

Na **moje meranie** som použil veľkú sklenenú nádobu, pollitrovú fľašu (priemer podstavy 6,6 cm, hmotnosť 23 g) so širokým hrdlom, takže som ju nemusel rezať. Ako závažia poslúžili guličky (také, ktorými sa hrajú guličky). Tieto som pridával po 5 a vždy pred vhodením som danú päticu odvážil. Do hrdla fľaše som tiež vložil trubičku z papiera s rovakým priemerom ako priemer hrdla - tá fľašu udržiavala v zvislej polohe a zároveň neobmedzovala vo vertikálnom pohybe (teda v pohybe hore a dole). Rozhodol som sa nekresliť stupnicu na fľašu (je vo vode - mohla by sa zmyť) a tiež nepripevňovať na ňu pravítko. To by zmenilo hmotnosť a objem fľaše. Teda som pravítko pripevnil na sklenenú fľašu a ešte jedno som umiestnil asi 30 cm od nádoby, čím som zaručil, že budem čítať správne hodnoty (viď. obrázok).

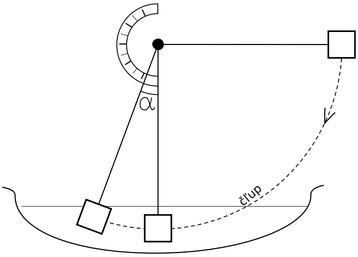
Uvediem ešte tabuľku a graf pre jedno meranie. V grafe je tiež predĺžená čiara na hmotnosť závaží 0 g, takže sa dá vyčítať, koľko by mala byť ponorená prázdna fľaša. Z grafu je zrejmé, že prázdna fľaša sa ponorí približne 1,5 cm.



počet guličiek	hmotnosť guličiek [g]	ponor [cm]
5	26	2,1
10	53	3
15	77	3,8
20	102	4,2
25	129	5
30	155	6,1

Bodovanie: *Väčšina z vás na niečo viac či menej podstatné zabudla a podľa toho som aj hodnotil. Takže strhával som* 1,5 *b bodu expertom, ktorých vôbec nezaujímala hmotnosť závaží,* 1 *b ak ste popísali dosť dobre experiment (t.j. tak, že som nevedel, čo ste presne robili. Často práve obrázok je výborným východiskom),* 1,5 *b ak ste nenakreslili graf a teda neurčili z neho, ako veľmi sa ponorí prázdna fľaša a potom samozrejme za málo (menej ako* 5*) meraní a za iné drobnosti.*

Príklad 7 - Uaua kyvadlo *opravoval Matej Duník - Matt*



Ďalší pekný experimentálny príklad, pri ktorom sa dá čvachtať vo vode. Nebol úplne najjednoduchší na realizáciu, ale o to krajší.

Na prípravu chutných výsledkov experimenu budeme potrebovať: Jednu nádobu s vodou (vandlík celkom postačí), laboratórny držiak (alebo čokoľvek, kam sa dá upevniť šnúrka), šnúrka, závažie (napríklad kľúč od hradu alebo v mojom prípade hrdzavá skrutka), uhlomer, kopa lepiacej pásky. Celé zostavíme do takej podoby, akú je vidieť na obrázku a meriame do chrumkava.

Samotný pokus prebieha tak, že odmeriam množstvo vody, z nejakej konštantnej výchylky napr. 90° pustím kyvadlo a sledujem ako ďaleko na opačnú stranu sa až dostane. To, ako ďaleko sa dostane, meriame ako uhol (na obrázku ozačený α), ktorý sa tiež vo fyzikálnych kruhoch nazýva výchylka. Túto hodnotu si zapíšem, prilejem vodu. Posup opakujem dostatočný počet krát. Ako merať množstvo vody? No napríklad ako rozdiel výšky najnižšieho bodu kyvadla a hladiny. Je celkom nezmyselné merať množstvo vody ako objem, keďže tu potom tvar nádoby zohráva úlohu. Namerané výsledky sú v tabuľke.

hĺbka ponoru	výchylka
0 cm	58°
0,6 cm	46°
0,9 cm	44°
1,4 cm	34°
1,6 cm	26°
2,1 cm	27°
2,6 cm	22°
3,4 cm	20°
4,1 cm	14°

Z výsledkov vidno, že experiment potvrdzuje predpoklad, teda čím je viac vody v nádobe, tým je výchylka menšia.

Bodovanie: *Ak ste aspoň zhruba namerali, čo bolo treba, dostali ste* 5 *b. Za chýbajúci popis experimentu som vám zobral* 1 *b, za menej ako* 5 *meraní som strhol* 0,3 *b krát počet meraní, ktoré chýbali do* 5. *Ak ste merali dĺžku namiesto uhla, tak* 0,2 *b dole, ak niečo ešte iné, tak* 0,7 *b.*

Príklad 8 - Špagety *opravoval Vladimír Boža - USAma*

Pri riešení tejto úlohy je dôležitý jeden pojem a to je: teplo (alebo tepelná energia). Na začiatku máme vodu s teplotou 100℃. Do nej vložíme špagety s teplotou 20℃. Takže hneď v tomto momente máme vodu a špagety (s tými teplotami, čo na začiatku). Teraz sa pozrime, čo máme na úplnom konci. Máme vodu a špagety s teplotou 100℃. Zmenila sa nám vnútorná energia vody? Nie, nezmenila. Čiže jediné, čo nám stačí je uvažovať zmenu vnútornej energie špagiet a teda teplo, ktoré prijali špagety. Toto teplo sa musí rovnať teplu, ktoré nám dodal varič:

$$\text{energia dodaná varičom} = \text{energia prijatá špagetami}$$

$$Pt = mc(T_2 - T_1)$$

$$c = \frac{Pt}{m(T_2 - T_1)}$$

$$c = 3\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}℃}$$

Teraz sa trochu zamyslíme nad riešením štýlu: „Ustáli sa nám to na nejakej teplote t (podľa klasickej kalorimetrickej rovnice), a potom varič zohreje vodu a špagety z teploty t na 100℃.“ Toto riešenie dáva správny výsledok, ale nie je úplne korektné. Najprv prečo nie je úplne korektné, potom si pohovoríme o tom, prečo dáva správny výsledok (a ako ho dobrý rečník ukecá ako korektné :)). Totiž my už v čase, keď sa teplota špagiet a vody ustaľuje na tú teplotu t, zohrievame vodu aj špagety, čiže teplotu t v podstate nedosiahneme.

Teraz, že prečo to dáva správny výsledok. Totiž celý čas platí zákon zachovania energie. A v konečnom dôsledku nech si vymyslíme hocijakú cestu medzi začiatkom a koncom, tak sa tie rovnice v tom vybuchájú tak, že podstatný bude len ten začiatočný a koncový stav. Teda cesta cez teplotu t síce nikdy nenastane, ale dá rovnaký výsledok ako reálna cesta (ale načo si komplikovať život, keď sa stačí pozrieť na stav na začiatku a na konci).

Bodovanie: *Za postup, ktorý bol úplne korektný, som samozrejme dával* 5 *b. Za postup, ktorý využíval teplotu t, som dával* 4,7 *b.*