Celoslovenský korešpondenčný seminár z fyziky pre žiakov ZŠ a OG

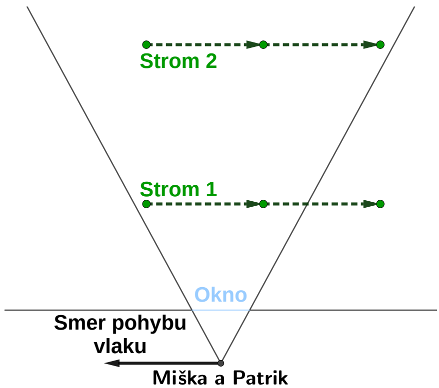
PIKOFYZ

21. ročník www.pikofyz.sk šk. rok 2018/2019

Vzorové riešenia 2. série zimnej časti

Úloha 1: R 607 PIKOFYZ - *opravovala Renáta Klimanová - Renka*
Patrik s Miškou spolu cestovali vlakom. Zrazu sa Patrik nadšene ozval: „Pozri na tie stromy popri trati, ako rýchlo prebehnú popred okno. Veď my musíme fičať ako raketa!“ „Nezmysel, veď ideme úplne pomaly. Pozri sa na tie stromy v diaľke, že sa skoro vôbec nehýbu,“ zakontrovala znudene Miška. **Ako je teda možné, že stromy blízko trate im zmizli z dohľadu rýchlo, ale keď sa pozerali na stromy v diaľke, tak ich videli dlho?**

K vyriešeniu tejto úlohy bolo super si nakresliť obrázok - pohľad zhora na vlak a dva stromy. Z obrázka môžeme vidieť, že naše oko sa na svet pozerá pod uhlom, ktorý sa volá zorný uhol. Strom 1 sa nachádza v zornom uhle oka bližšie k nám a strom 2 ďalej. Vlak sa pohybuje stále rovnakou rýchlosťou vpred a obraz krajiny, ktorú z okna vidíme, sa mení. Z obrázka môžeme vidieť, že po istom čase strom 1 nevidíme ale strom 2 stále vidíme, pretože dráha, ktorú musí v našom zornom uhle oka prejsť, je väčšia oproti stromu 1.



Bodovanie: *Za úplne vysvetlené riešenia som dávala 5 bodov. Za menšie nedostatky vo vysvetlení som strhávala 1 až 2 body podľa vážnosti.*

Úloha 2: Meškajúca maňka - *opravoval Patrik Rusnák*
Feri sa so svojou maňkou dohodol, že ho po ceste z roboty vyzdvihne pred školou autom, no jeho maňka meškala. „Vydrž Ferinko, budem tam o $10\,\mathrm{min}$,“ upokojovala ho. **Koľko času ušetrí, keď pôjde maňke naproti, koľko času ušetrí, ak pôjde smerom domov, oproti prípadu, kedy by maňku bez pohnutia čakal pred školou? Akú vzdialenosť prejde v jednotlivých prípadoch?** Maňka ide v aute rýchlosťou $50\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$, Feri ide rýchlosťou $5\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$.

Na úvod, by sme sa mali zamyslieť nad tým, čo vlastne chceme vyrátať. Chceme zistiť koľko času ušetríme ak sa rozhodneme ísť smerom domov, smerom k maňke alebo stáť a akú dráhu pri tom prejdeme. Keďže sa v zadaní nespomínajú žiadne skratky, ani nič podobné, je logické uvažovať že cesta je úsečka, na ktorej ležia body Dom, Škola a Robota, práve v tomto poradí čo vyplíva zo zadania (Koľko času ušetrí, keď pôjde maňke naproti **(t.j. smerom z ktorého auto príde)**, koľko času ušetrí, ak pôjde smerom domov **(t.j. smerom, ktorým bude auto pokračovať)**).

Skúsme sa najprv zamyslieť, ktorým smerom sa mu oplatí ísť. Tu si musíme uvedomiť, že maňka pôjde vždy rovnakou rýchlosťou, bezohľadu na to či Feri nastúpil, a teda ak dôjde domov autom skôr ako Feri, tak potom je jedno kde ho vyzdvihne pretože maňka dôjde domov v každom prípade za rovnaký čas. Takže odpoveď je že je to Ferimu vlastne jedno.

Teraz si skúsme vyrátať aké vzdialenosti Feri prejde. Zo zadania vieme že maňka príde ku Ferimu za $10\,\mathrm{min} = 1/6\,\mathrm{h}$, a že jej rýchlosť je $50\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$. Z toho si vieme vyrátať vzdialenosť s_{c} maňkinej roboty od školy:

$$v = \frac{s_{\mathrm{c}}}{t} => s_{\mathrm{c}} = v \cdot t = 50\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \cdot \frac{1}{6}\,\mathrm{h} = 8{,}\overline{3}\,\mathrm{km}$$

Teraz sa pozrime na prípad, že Feri ide ku maňke. Vieme, že po istom čase t, ktorý je pre maňku aj Feriho rovnaký sa stretnú, iba Feri ide pomalšie a teda prejde menšiu dráhu. Označme si s_{f} ako vzdialenosť, ktorú prejde Feri za čas t a s_{m} ako vzdialenosť, ktorú prejde maňka za čas t. Vieme, že celková dráha od roboty po školu $s_{\mathrm{c}} = 8{,}\overline{3}\,\mathrm{km}$, ale taktiež vieme že táto vzdialenosť je vlastne súčet dráhy ktorú prejde maňka od roboty po bod stretnutia a dráhy, ktorú prejde Feri od školy po bod stretnutia. Vyjadrime si teda tieto dráhy:

$$s_{\mathrm{f}} = 5\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \cdot t$$

$$s_{\mathrm{m}} = 50\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \cdot t$$

$$s_{\mathrm{c}} = s_{\mathrm{f}} + s_{\mathrm{m}}$$

A teraz si za s s_{f} a s_{m} dosaďme hodnoty:

$$s_{\mathrm{c}} = 5\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \cdot t + 50\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \cdot t$$

$$s_c = t \cdot (5\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} + 50\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}) => t = \frac{s_{\mathrm{c}}}{55\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}} = \frac{8{,}\overline{3}km}{55\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}} = 0{,}\overline{15}\,\mathrm{h}$$

(Môžeme vidieť relativitu pohybu, t.j. že keď oproti sebe idú 2 predmety nejakými rýchlosťami, tak je to to isté, akoby jeden predmet stál a druhý išiel súčtom ich rýchlostí.) Teraz už máme rýchlosť, ktorou sa pohybuje Feri a čas, počas ktorého sa pohyboval, takže máme všetko, aby sme vyrátali dráhu, po ktorej sa hýbal:

$$s_f = 5\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \cdot 0{,}\overline{15}\,\mathrm{h} = 0{,}\overline{75}\,\mathrm{km} = 757{,}\overline{57}\,\mathrm{m}$$

Teraz sa pozrime na prípad, že Feri ide smerom domov. Taktiež vieme, že po istom čase t, ktorý je pre maňku aj Feriho rovnaký, sa stretnú, iba Feri ide pomalšie, a teda prejde menšiu dráhu. Označme si s_f ako vzdialenosť ktorú prejde feri za čas t a s_m ako vzdialenosť, ktorú prejde maňka za čas t. Vieme, že celková dráha s_m, ktorú prejde maňka, je vlastne vzdialenosť od roboty do školy (s_c) + dráha od školy do bodu stretu, čo je vlastňe Feriho dráha s_f. Tak si teraz vyjadrime naše dráhy:

$$s_f = 5\,\frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot t$$

$$s_m = 50\,\frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot t$$

$$s_m = s_c + s_f$$

A znovu si za s_f a s_m dosaďme hodnoty:

$$50\,\frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot t = 5\,\frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot t + 8{,}\overline{3}\,\text{km}$$

$$t \cdot (50\,\frac{\text{km}}{\text{h}} - 5\,\frac{\text{km}}{\text{h}}) = 8{,}\overline{3}\,\text{km}$$

$$t = \frac{8{,}\overline{3}\,\text{km}}{45\,\frac{\text{km}}{\text{h}}} = 0{,}\overline{185}\,\text{h}$$

(Opäť vidieť relativitu pohybu, t.j. že keď idú 2 predmety tým istým smerom nejakými rýchlosťami, tak je to to isté, akoby jeden predmet stál a druhý išiel rozdielom ich rýchlostí.) Teraz už máme rýchlosť, ktorou sa pohybuje Feri a čas, počas ktorého sa pohyboval, takže máme všetko na vyrátanie dráhy, po ktorej sa hýbal:

$$s_f = 5\,\frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 0{,}\overline{185}h = 0{,}\overline{925}\,\text{km} = 925{,}\overline{925}m$$

Nastal tu už len jeden malý problém, že zo zadania vyplýva, že Feri za 10 minút nedôjde domov, ale môže sa stať, že by Feri došiel domov skôr ako auto? Z prípadu kedy ide Feri domov vyplýva, že do bodu zrážky ide Feri $0{,}\overline{185}$ h a že za 10 min $= 1/6$ h prejde:

$$s_f = 5\,\frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 0{,}1\overline{6}h = 0{,}8\overline{3}km = 833{,}\overline{3}\,\text{m}$$

Z toho vyplýva, že keby dom ležal v rozpätí $833{,}\overline{3}$ m až $925{,}\overline{925}$ m, tak by bola podmienka, že Feri za 10 min domov nedôjde splnená a časovo by sa mu to oplatilo viac, no zámer tejto úlohy nebolo prísť na toto, ale skôr vyrátať tie vzdialenosti a dostať sa k tomu, že keď neberieme do úvahy tento prípad, tak domov dôjde vždy v rovnaký čas.

Bodovanie: *Za napísanie, že je Feri dôjde domov stále za rovnaký čas ste dostali $1\ b$, za vyrátanie dráhy smerom k maňke $2\ b$, za vyrátanie dráhy smerom domov $2\ b$, ak ste vyrátali dráhu len približne (rozvojom) tak sa strhávalo po $0{,}5\ b$*

Úloha 3: Želatínka - *opravoval Matej Novota – Krtko*

Odmerajte aká sila je potrebná na roztrhnutie kyslej dážďovky.

Najprv si bolo treba zohnať nejaké gumené dážďovky. Aby som neprezentoval konkrétnu značku, uvediem iba to, že ja som použil aj dážďovky, aj také tie gumené cukríky s dierou uprostred, volajme ich bravčovinky. Na ne sa totiž dalo jednoduchšie pripevniť závažie.

A ako teda budeme merať?

Keďže v bežnej výbave riešiteľa nie je silomer, budeme musieť silu merať inak. Jednou možnosťou je zavesiť na bravčovinku nádobu, do ktorej budeme prilievať vodu. Druhou je mať ťažký predmet(volajme ho závažie) položený na váhe. Ten sa budeme snažiť zdvihnúť pomocou nášho želatínového cukríka. Závažie môžeme ku bravčovinke pripevniť všemožnými spôsobmi, ideálne však je aby sa pri potiahnutí neprerezala šnúrkou alebo niečim podobným. Napríklad lepiaca páska fungovala dobre. V tomto prípade budeme iba sledovať hmotnosť, ktorú nám ukazuje váha. A jednoducho od hmotnosti závažia odčítame hmotnosť, ktorú váha ukazovala tesne pred pretrhnutím.

Ako výsledok dostaneme „hmotnosť“, o ktorú sme pomocou bračovinky nadľahčovali závažie. My však potrebujeme silu. Tú vypočítame tak, že nadľahčovanú „hmotnosť“ vynásobíme tiažovým zrýchlením.

A prečo to môžme spraviť?

Váha meria hmotnosť na základe tiažovej sily Zeme, teda sily, ktorou sme všetci priťahovaný k Zemi. A teda rozdiel týchto dvoch hmotností nie je v skutočnosti nič iné ako rozdiel dvoch síl. A teda vieme ho vyrátať ako:

$$F = (m_0 - m_1) \cdot g$$

$$\begin{aligned} F &= \text{výsledná sila} \\ m_0 &= \text{hmotnosť závažia} \\ m_1 &= \text{hmotnosť závažia nadľahčovaného pomocou bravčovinky} \\ g &= \text{tiažové zrýchlenie} = 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \end{aligned}$$

Viacerí ste sa potýkali z nemilým problémom. Ak ste totiž bravčovinku trhali príliš pomaly, výsledná sila bola nižšia, ako keby ste ju trhali rýchlo. Toto bolo spôsobené tým, že slabšia sila oslabila štruktúru bravčovinky a jej dlhším pôsobením sme boli schopný bravčovinku roztrhnúť. Aby ste predišli tomuto problému mohli ste si stanoviť čas za koľko sa bravčovinka musí pretrhnúť. Ak sa za tento čas neodtrhla meranie ste jednoducho mohli pokladať za neplatné.

Z nameraných hodnôt môžeme vyrátať priemernú silu $7{,}663571$ N, ktorá je potrebná na pretrhnutie cukríku.

Bodovanie: *Za spísanie postupu a popis meracieho zariadenia (aparatúry) sa dalo získať* $1{,}5\ b$*. Za uskutočnenie merania a uvedenie nameraných dát sa dalo získať* $2{,}5\ b$ *a za vyvodenie všetkých záverov sa dal získať* $1\ b$*.*

meranie	m_1[kg]	F[N]
1	$1{,}212$	$7{,}73028 = (2{,}000 - 1{,}212) \cdot 9{,}81$
2	$1{,}237$	$7{,}48503 = (2{,}000 - 1{,}237) \cdot 9{,}81$
3	$1{,}226$	$7{,}59294 = (2{,}000 - 1{,}226) \cdot 9{,}81$
4	$1{,}198$	$7{,}86762 = (2{,}000 - 1{,}198) \cdot 9{,}81$
5	$1{,}221$	$7{,}64199 = (2{,}000 - 1{,}221) \cdot 9{,}81$

Úloha 4: Lietajúce kakavko - *opravovala Zuzana Bogárová – Bum*
Ako je možné, že kozmonauti v rakete, hoc blízko Zeme, necítia žiadnu tiaž?

Ahojte.
Celé je to vlastne jednoduché, len sa nad tým treba zamyslieť. Niektorí ste písali, že na nich nepôsobí gravitačná sila. Nie je to pravda. Gravitačné pole Zeme je dosť silné a jeho vplyv nemizne s hranicou atmosféry Zeme. Aj Mesiac sa nachádza v gravitačnom poli Zeme a vlastne aj preto ho máme. Ale ako je potom možné, že kozmonauti sú v stave beztiaže? Gravitačná sila spôsobuje, že ako vesmírna loď, tak aj kozmonauti sú v nepretržitom voľnom páde. Ale vesmírna loď sa po obežnej dráhe hýbe veľkou rýchlosťou. Takže na vesmírnu loď pôsobí aj odstredivá sila z jej rovnomerného krivočiareho pohybu. Tieto sily sú rovnaké a preto sa zdá, že na nich nepôsobí žiadna gravitačná sila. Ak by leteli okolo planéty oveľa rýchlejšie, dostredivá sila, ktorá by bola potrebná na ich udržanie na obežnej dráhe, by bola väčšia ako gravitačná a odleteli by teda od nás preč. Ak by bola táto rýchlosť menšia, vesmírna stanica by spadla na Zem. To je dôvod, prečo nie je také jednoduché si naliať na vesmírnej stanici mliečko do pohára.

Bodovanie: *Ak ste správne napísali, že na kozmonautov gravitácia pôsobí dostali ste $2\ b$. Za správne napísanie, že pohyb vesmírnej stanice je kombináciou voľného pádu a rovnomerného priamočiareho pohybu ste dostali $1\ b$. Ak ste to celé aj pekne vysvetlili, tak $2\ b$.*

Úloha 5: Zlatá strela - *opravovali Michaela Ždímalová a Michaela Rusnáková*
Zlatá strela plávala na vode tak, že je ponorená presne polovica. **Aká hrubá bola zlatá stena strely?** Vieme, že polomer zlatej strely je $3{,}5\,\text{cm}$ a hustota zlata je $19{,}32\ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$. Hustota vody je $1\ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$. Pre jednoduchosť môžete rátať, že vo vnútri lopty je vákuum.

Z Archimedovho zákona vieme, že na každé teleso v kvapaline, teda aj na zlatú strelu vo vode, pôsobia opačnými smermi gravitačná a vztlaková sila. A keďže strela na vode ostala plávať, tak sú tieto sily vyrovnané, rovnako veľké. Čiže:

$$F_\text{g} = F_\text{vz}$$

$$m_\text{vytlačená voda} \cdot g = V_\text{ponorená časť} \cdot \rho_\text{voda} \cdot g$$

Na zlatú strelu pôsobí smerom k hladine vztlaková sila a opačným smerom ešte, samozrejme, gravitačná sila. Keďže strela pláva a sily sú vyrovnané, tak táto gravitačná sila pôsobiaca na strelu sa rovná vztlakovej sile. Vztlaková sila sa rovná aj gravitačnej sile pôsobiacej na vytlačenú vodu, z čoho vyplýva, že hmotnosť strely sa rovná hmotnosti vytlačenej vody. A teda:

$$m_{\text{zlatá strela}} \cdot g = V_{\text{ponorená časť}} \cdot \rho_{\text{voda}} \cdot g$$

Rovnicu si môžeme zjednodušiť vydelením gravitačným zrýchlením:

$$m_{\text{zlatá strela}} = V_{\text{ponorená časť}} \cdot \rho_{\text{voda}}$$

Hmotnosť zlatej strely si už len jednoducho dopočítame. Hustotu vody poznáme zo zadania a odtiaľ vieme aj že ponorená časť zlatej strely je presne polovica jej objemu.

$$m_{\text{zlatá strela}} = \frac{(\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (3{,}5\,\text{cm})^3)}{2} \cdot 1\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = \frac{343}{12}\pi\,\text{g} \doteq 89{,}8\,\text{g}$$

Vnútri zlatej strely je vákuum (vzduchoprázdno), čiže hmotnosť celej strely je vlastne len hmotnosťou zlatej steny. Takže už poznáme hmotnosť zlata a zo zadania aj jeho hustotu. Objem zlatej časti vieme vypočítať ako rozdiel objemov celej zlatej strely a vákua. Polomer vákua však nepoznáme, a teda neznámy je v tomto prípade objem, ktorý si vieme vyjadriť pomocou vzorca na výpočet hustoty:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$V = \frac{m}{\rho}$$

$$\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (3{,}5\,\text{cm})^3 - \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r_{\text{vákuum}} \doteq \frac{89{,}8\,\text{g}}{19{,}32\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}}$$

$$\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (42{,}88\,\text{cm}^3 - r_{\text{vákuum}}^3) \doteq 4{,}65\,\text{cm}^3$$

$$42{,}88\,\text{cm}^3 - r_{\text{vákuum}}^3 \doteq 1{,}11\,\text{cm}^3$$

$$42{,}88\,\text{cm}^3 - 1{,}11\,\text{cm}^3 \doteq r_{\text{vákuum}}^3$$

$$41{,}77\,\text{cm}^3 \doteq r_{\text{vákuum}}^3$$

$$3{,}47\,\text{cm} \doteq r_{\text{vákuum}}$$

Keďže vieme, že polomer celej strely je $3{,}5$ cm a polomer vákua je zaokrúhlene $3{,}47$ cm, tak hrúbka zlatej steny je $3{,}5$ cm–$3{,}47$ cm $\doteq 0{,}03$ cm.

Bodovanie: *Za využitie Archimedovho zákona ste mohli získať* 1 *b, za výpočet hmotnosti zlatej strely* 1 *b a za výpočet polomeru vákua a hrúbky zlatej steny* 2 *b. Za chýbajúci popis sme strhávali body.*

Úloha 6: Noc výskumníkov - *opravoval Martin Lauko – Logik*
Predstavme si nádobu s piestom, ktorá je naplnená jedným miliónom rýchlo a náhodne sa pohybujúcich malých guľôčok. Tieto guľôčky sa zrážajú aj navzájom, najmä však so stenami. Ak guľôčky sú plyn, potom silu, ktorou na steny pri zrážkach pôsobia, možno považovať za tlak plynu pôsobiaci na piest. Priemernú rýchlosť častíc možno označiť za teplotu plynu. **Čo sa s tlakom a teplotou stane, keď piest pomaly roztiahneme na dvojnásobný objem?**

Milí výskumníci! Podarilo sa Vám vyriešiť záhadu milióna guličiek? Alebo stále tápate a rozmýšľate, aké budú tlak a teplota plynu v nádobe? Tento príklad bol ťažší, ale najdôležitejšie bolo pozorne si prečítať zadanie.

Musíme vyriešiť, čo sa stane s tlakom a teplotou, ak piest roztiahneme na dvojnásobný objem. Začneme prvou otázkou.

Tlak plynu predstavujú nárazy jednotlivých guličiek (častíc plynu) na steny nádoby – dôležitý je počet nárazov, keďže ich sila bude v priemere rovnaká. Keď roztiahneme piest, zväčšíme objem nádoby na dvojnásobok. Guličky budú mať viac miesta na pohyb a tak aj na steny nádoby budú narážať menej často. Menej nárazov častíc na steny znamená **nižší tlak plynu v nádobe**.

Teplotu plynu predstavuje priemerná rýchlosť častíc (guličiek) plynu v nádobe. Čo môže mať vplyv na rýchlosť častíc v nádobe? Rozoberme to postupne

- *Nárazy medzi časticami.* Keďže k nárazom medzi časticami dochádza aj pred roztiahnutím, tieto nemôžu mať vplyv na ich priemernú rýchlosť. Ak by mali, tak by sa teplota plynu v nádobe samovoľne zvyšovala (ak sú po náraze rýchlejšie) alebo znižovala (ak spomalia). Predpokladáme však, že teplota sa nemení a tak zrážkami nedochádza k zmene priemernej rýchlosti. Čiže aj keď zväčšíme objem na dvojnásobok, menej časté zrážky neovplyvnia rýchlosť častíc.

- *Nárazy na steny nádoby.* Už sme spomenuli, že k nim dochádza menej často, ale z rovnakého dôvodu nemôžu mať vplyv na rýchlosť častíc. Častice sa od steny vždy odrazia iným smerom, ale rovnakou rýchlosťou ako narazili. Rýchlosť a teplotu teda neovplyvňujú.

- *Iné faktory.* Častice budú mať viac miesta na pohyb, preto sa budú pohybovať rýchlejšie (pomalšie). V tom prípade by museli nejakú energiu získať (stratiť) pôsobením sily. Keďže predpokladáme, že zvonku na častice žiadna sila nepôsobí, ani ich rýchlosť sa nezmení.

Na teplotu plynu sa môžeme pozrieť aj z hľadiska energie – aby teplota vzrástla, musíme plynu dodať energiu. V tom prípade ju však rýchlo odovzdá chladnejšiemu okoliu piestu. Rovnako ak by častice spomalili, teplota sa vyrovná s okolím piestu na pôvodnú úroveň.

Tým sme odôvodnili, že ak dochádza k vyrovnávaniu teploty (energie) s okolím, rýchlosť častíc a teda ani **teplota plynu sa nezmení**. Toto síce stačí na 5 bodov, doplňme ešte pár poznámok.

Poznámky z ťažkej fyziky:

(1) Úlohu ste riešili aj pomocou stavovej rovnice ideálneho plynu. Pokiaľ odôvodníme, že teplota plynu sa nemení (keďže sa vyrovnáva s okolitým prostredím), vyjde nám z nej, že tlak klesne na polovicu. Ak uvažujeme tepelne izolovaný piest, teplota aj tlak sa znížia, ale nevieme presne povedať, o koľko. To je dobrý výsledok, ale treba stredoškolské učivo a to sme od vás nepožadovali.

(2) Napísal som, že gulička (častica) sa odrazí od steny vždy rovnakou rýchlosťou, len iným smerom. Toto platí v prípade, že sa stena nepohybuje. Pokiaľ sa stena vzďaľuje (vyťahujeme piest) rovnomerným pohybom, tak sa gulička od nej odrazí pomalšie.[1]

To znamená, že časť guličiek, ktorá sa odráža od piestu, spomalí, a tak aj priemerná rýchlosť guličiek bude menšia a klesne teplota plynu v nádobe. Toto je však dosť komplikovaná úvaha a teda od Vás sme ju nepožadovali (a ani nás ňou nikto neprekvapil).

Bodovanie: *Kompletné a správne riešenie dostalo $5\ b$, z toho za správnu odpoveď bol $1\ b$, za správne zdôvodnenie zmeny tlaku $2\ b$ a za správne zdôvodnenie zmeny teploty zvyšné $2\ b$.*

Úloha 7: Opäť jeden o lenivcovi... - *opravoval Bohdan Jóža – Boďo*
Kubo mal presunúť po obývačke ťažkú skrinku tvaru kocky. Nevedel sa rozhodnúť, či sa mu viac oplatí ju po zemi šúchať (tlačiť), alebo kotúľať (prevaľovať). **Aký koeficient trenia musí byť medzi skrinkou a podlahou, aby vykonal menšiu prácu pri šúchaní skrinky po podlahe, než prevaľovaní okolo hrany?**

Nazvime prácu, ktorú vykonáme pri jednom prešuchnutí ako W_1 a prácu, ktorú vykonáme pri jednom prevalení W_2. Podľa zadania musíme zistiť, kedy platí $W_1 < W_2$.

Teraz práce nevieme porovnať, musíme ich vyjadriť pomocou nejakých veličín, ktoré vieme porovnať. Keďže po jednom prešuchnutí bude skrinka o jednu jej dĺžku ďalej, lebo sa len otočila okolo svojho rohu, prácu W_1 vyjadríme ako $W_1 = F \cdot (2 \cdot a)$, kde F je sila, ktorou sme museli pôsobiť a $(2 \cdot a)$ je dĺžka strany skrinky(teda a je polovica strany skrinky). Počas celého šúchania na skrinku pôsobí šmykové trenie s koeficientom f, teda aj trecia sila $F_\mathrm{t} = F_\mathrm{g} \cdot f$, kde F_g je tiažová sila pôsobiaca na skrinku. To ešte upravíme na $F_\mathrm{g} = m \cdot g$, kde m je hmotnosť skrinky a g je tiažové zrýchlenie. Dostávame:

$$W_1 = m \cdot g \cdot f \cdot (2 \cdot a)$$

Teraz si predstavme, že celú hmotnosť skrinky presunieme do jej ťažiska, ale necháme jej tvar ako nehmotný rám. Čo sa stane s ťaziškom, keď skrinku preklopíme? Na začiatku je ťažisko vo výške a. Keď je kocka na hrane, ťažisko je vo výške polovice uhlopriečky skrine. Túto vzdialenosť nazveme u a vieme si ju vyjadriť pomocou pytagorovej vety:

$$u^2 = a^2 + a^2$$

[1] Stačí sa na situáciu pozrieť z pohľadu piestu. Označme v rýchlosť guľôčky vzhľadom na bočné steny nádoby a u rýchlosť piestu vzhľadom na steny nádoby. Z pohľadu piestu to vyzerá tak, že sa guľôčky približuje rýchlosťou $v - u$, takže sa aj odrazí od piestu rýchlosťou $v - u$ vzhľadom na piest. Avšak piest sa pohybuje – vzďaľuje sa od bočných stien rýchlosťou u, takže skutočná rýchlosť guľôčky vzhľadom na steny nádoby bude $v_1 = v - 2u$, čo je menej ako v.

$$u^2 = 2 \cdot a^2$$

$$u = \sqrt{2} \cdot a$$

Keď sa skriňa dostane do tohto bodu, na svoju druhú stranu sa už prevalí sama, tu nemusíme pôsobiť žiadnou silou. Počas celého pohybu sme teda ťažisko skrinky zdvihli o $\sqrt{2} \cdot a - a$, čo upravíme ako $(\sqrt{2} - 1) \cdot a$. Keďže sme jej takto dodali potenciálnu energiu $m \cdot g \cdot (\sqrt{2} - 1) \cdot a$, museli sme na nej vykonať rovnakú prácu. Dostávame

$$W_2 = m \cdot g \cdot (\sqrt{2} - 1) \cdot a$$

Teraz vyjadrenia oboch prác dosadíme do pôvodnej nerovnice:

$$W_1 < W_2$$

$$m \cdot g \cdot f \cdot 2 \cdot a < m \cdot g \cdot (\sqrt{2} - 1) \cdot a$$

Tu vidíme, že m, g a a môžeme z oboch strán nerovnice vykrátiť. Dostávame:

$$f \cdot 2 < (\sqrt{2} - 1)$$

$$f < \frac{(\sqrt{2} - 1)}{2}$$

Toto je riešenie tejto úlohy. Aby sme vykonali menej práce šúchaním ako prevaľovaním, koeficient trenia musí byť menej ako $\frac{(\sqrt{2}-1)}{2}$.

Bodovanie: *Za správne vyjadrenie oboch prác po 2 b, za správny výsledok 1 b.*