Celoslovenský korešpondenčný seminár z fyziky pre žiakov ZŠ a OG

PIKOFYZ

21. ročník www.pikofyz.sk šk. rok 2018/2019

Vzorové riešenia 3. série letnej časti

Úloha 1: Mimozemskí kamaráti - *opravovali Michaela Rusnáková a Katarína Marčeková – Čeky*
Slnčekovi už bolo na povrchu Slnka samému príliš otupno a hlavne veľmi teplo. Chcel by preto poslať správu svojmu kamarátovi Hallčekovi, ktorý žije na Halleyho kométe. **Ako najkratšie a ako najdlhšie môže trvať, kým sa správa od Slnčeka dostane ku Hallčekovi?** Komunikácia prebieha prostredníctvom rádiového signálu, teda správa sa šíri rýchlosťou svetla.

Hallček na Halleyho kométe obieha okolo Slnčeka na Slnku. Bod na dráhe Halleyho kométy, ktorý je najbližšie k Slnku nazývame perihélium a bod, ktorý je najďalej afélium. Najkratší čas bude správe trvať kým sa dostane k Hallčekovi, keď budú Hallček a Slnček najbližšie k sebe, čo znamená, že Halleyho kométa bude v perihéliu. A naopak najdlhší čas, ak budú najďalej od seba, teda Halleyho kométa bude v aféliu. Čas chceme ale vypočítať presne. Na výpočet použijeme vzorec: $t = \frac{s}{v}$, pričom dráhu a rýchlosť (rýchlosť svetla) si vieme vyhľadať na internete.

Na internete si vyhľadáme vzdialenosti Halleyho kométy v perihéliu a aféliu.

$$s_{\text{perihélium}} = 0{,}59\,\text{AU}$$

$$s_{\text{afélium}} = 35{,}08\,\text{AU}$$

Dĺžky sme našli v astronomických jednotkách a aby sa nám s nimi lepšie pracovalo, premeníme si ich na metre, pričom $1\,\text{AU} = 150000000\,\text{m}$, čiže

$$s_{\text{perihélium}} = 0{,}59\,\text{AU} = 88500000000\,\text{m}$$

$$s_{\text{afélium}} = 35{,}08\,\text{AU} = 5262000000000\,\text{m}$$

Rýchlosť svetla vo vákuu je $c = 299800000\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Tieto údaje už len dosadíme do spomínaného vzorca $t = \frac{s}{v}$ a vypočítame aký najväčší a aký najmenší čas bude trvať správe, kým sa dostane od Slnčeka k Hallčekovi, teda zo Slnka na Halleyho kométu. Najkratší čas – Halleyho kométa je v perihéliu:

$$t_{\text{najkratší}} = \frac{s_{\text{perihélium}}}{c}$$

$$t_{\text{najkratší}} = \frac{88500000000\,\text{m}}{299800000\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$t_{\text{najkratší}} \doteq 295{,}2\,\text{s} \doteq 4{,}92\,\text{min}$$

Najdlhší čas – Halleyho kométa je v aféliu:

$$t_{\text{najdlhší}} = \frac{s_{\text{afélium}}}{c}$$

$$t_{\text{najdlhší}} = \frac{5262000000000\,\text{m}}{299800000\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$t_{\text{najdlhší}} \doteq 17551{,}7\,\text{s} \doteq 4{,}88\,\text{h}$$

Najkratšie môže trvať správe $4{,}92$ minút a najdlhšie $4{,}88$ hodín, kým sa dostane od Slnčeka k Hallčekovi.

Bodovanie: *Za zistenie informácií o Halleyho kométe a premenu astronomických jednotiek ste mohli získať $1\ b$, za výpočet najkratšieho možného času ste mohli získať $2\ b$ a za výpočet najdlhšieho $2\ b$. Za chýbajúci postup sme strhávali body.*

Úloha 2: Bonsaje chcú svetlo - *opravovali Andrea Snopková a Marianna Hronská*
Miško chce bonsajom svietiť 15 W LED-pásikom každý deň 10 h. Potrebuje však vedieť, či takýmto svietením minie mesačne viac ako na vysávanie či na používanie rýchlovarnej kanvice. **Vypočítaj, koľko elektrickej energie minie svietením mesačne. Pozoruj, ako často a dlho používate vo vašej domácnosti vysávač a rýchlovarnú kanvicu a podľa údajov na nich vypočítaj, či je to viac alebo menej ako Miško minie pri pestovaní bonsajov pomocou LED pásika.**

Keďže chceme vyrátať elektrickú energiu spotrebičov, tak nám bude stačiť ich príkon (koľko Wattov spotrebujú) a za aký čas ho spotrebujú. Tak použijeme vzorec $E = P \cdot t$.

Miškov LED pásik svieti 10 h denne a má príkon 15 W. Najskôr si premeníme hodiny na sekundy, aby sme mali všetko v základných jednotkách $10\,\text{h} = 36000\,\text{s}$.

Nesmieme však zabudnúť, že zadanie po nás chce, koľko energie minie mesačne, takže to ešte vynásobíme 30 dňami a dáme do vzorca.

$$E_{pasik} = 30 \cdot 36000\,\text{s} \cdot 15\,\text{W}$$

$$E_{pasik} = 16200000\,\text{J} = 16{,}2\,\text{MJ}$$

Teraz sa poďme pozrieť na vysávač. Bežne sa používa tak dvakrát do týždňa a vysávanie trvá asi 30 minút. Keďže mesiac má približne 4 týždne, tak mesačne vysávame $4\,\text{h} = 14400\,\text{s}$. Priemerný vysávač má príkon okolo 1000 W.

$$E_{vysavac} = 14400\,\text{s} \cdot 1000\,\text{W}$$

$$E_{vysavac} = 14400000\,\text{J} = 14{,}4\,\text{MJ}$$

Nakoniec sa pozrime na rýchlovarnú kanvicu. Bežne sa používa okolo 10 minút denne na čaj, kávu alebo iné. $10\,\text{min} = 600\,\text{s}$ pričom výsledok chceme opäť vynásobiť 30, aby sme dostali energiu za mesiac a nie iba za deň. Obyčajná kanvica má príkon okolo 2200 W.

$$E_{kanvica} = 30 \cdot 600\,\text{s} \cdot 2200\,\text{W}$$

$$E_{kanvica} = 3960000\,\text{J} = 3{,}96\,\text{MJ}$$

Čiže Miško minie na svietenie LED pásikom viacej elektrickej energie ako na vysávanie alebo zohrievanie vody v rýchlovarnej kanvici. Keďže každá domácnosť má iné spotrebiče a používa ich rôzne dlho, tak sme uznávali aj odpovede, že Miško minie menej elektickej energie svietením LED pásiku.

Bodovanie: *vzorec* $E = P \cdot t - 1\ b$*, správne jednotky* $- 1\ b$*, výpočty pre pásik, kanvicu, vysávač a popis k tomu* $- 2{,}5\ b$*, odpoveď na otázku, či Miško minie viac energie pri pestovaní bonsajov* $- 0{,}5\ b$

Úloha 3: baTerka - *opravoval Jakub Hluško – Kubo*

Zober bežnú jednorazovú batériu (veľkosti AA alebo AAA), a vymysli, ako odmerať jej kapacitu. Popíš spôsob a aparatúru, ako si meral, a výsledok, ku ktorému si dospel.

Pripojac batériu na voltmeter pri začiatku merania tento ukázal napätie okolo $1{,}5\,\text{V}$, typické pre novú batériu; mnohí z vás toto neodmerali, čo bolo pri novej batérii samozrejme v poriadku.

Prúd vieme zistiť jeho meraním alebo pripojením zdroja na rezistor so známym odporom (v tomto prípade $I = \frac{U}{R}$), či spotrebič so známym výkonom (teraz zas $I = \frac{P}{U}$).

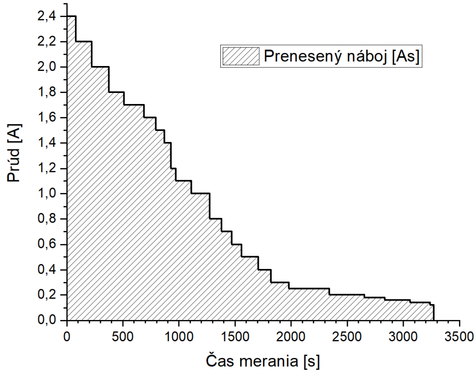
Poďme sa najskôr pozrieť na priame meranie prúdu. Ampérmeter na rozdiel od voltmetra nikdy nesmieme pripojiť priamo na zdroj, má totiž (v ideálnom prípade, v skutočnosti nie celkom) nulový odpor a takto nielenže skratujeme zdroj, no v prípade niektorých ampérmetrov nepekne ubližujeme aj im (v blahých spomienkach sa mi zachovala vetička z jednej učebnice, ktorej som neveril, až kým som to nevidel na vlastné oči - „pozor, z ampérmetra by sa mohlo začať dymiť!“).

Meranie prúdu ampérmetrom má tú nespornú výhodu, že prúd vidíme v každom momente a vieme zostaviť tabuľku a graf vývoja prúdu v čase. Z týchto údajov sa dalo jednoducho dopočítať, koľko Ah mala táto batéria. Ako? Napríklad sme mohli prúd v každom, hoc i rôzne dlhom časovom úseku týmto časom vynásobiť a následne tieto čiastkové kapacity posčitovať.

Tu napríklad vidíme, ako sa vyvíjal prúd batérie PHILIPS AA. Áno, i napísať typ batérie bolo dôležité, pretože bez tejto informácie by ste zmerali, že nejaká batéria má kapacitu $1200\,\text{mAh}$, kým s udaním typu batérie už táto informácia nadobúda hodnotu.

Prvý kúsok grafu nám hovorí o prúde $2{,}4\,\text{A}$ po dobu $60\,\text{s}$, teda batéria stratila kapacitu $2{,}4\,\text{A} \cdot \frac{1}{60}\,\text{h} = 40\,\text{mAh}$, následne ďalší kúsok grafu $2{,}2\,\text{A} \cdot \frac{2}{60}\,\text{h} = 73{,}3\,\text{mAh}$, čo nám za prvé tri minúty dá spolu $113{,}3\,\text{mAh}$... Áno, počítať to ručne by bola otrava! Preto je na podobné veci najlepšie použiť tabuľkový kalkulátor, akým je napríklad Excel a nechať ho urobiť túto špinavú prácu za nás. My sa už len potom môžeme tešiť z výsledku, že **batéria PHILIPS AA má kapacitu okolo** 800 **mAh**. Samozrejme, výsledok nie je úplne presný, pretože je možné, že batéria nebola pri meraní celkom nová.

Mnohí z vás, ktorí prúd nemerali ampérmetrom, si žiaľ neuvedomili jednu veľmi dôležitú vec, a to tú, že batéria sa vybíja priebežne a jej napätie (a teda i prúd z nej tečúci) v čase klesá. Pokiaľ by sme uvažovali, že sa tak nedeje, vyšla by nám kapacita asi dvojnásobne vyššia.



Kapacita batérií udávaná výrobcami začína niekde pod 1000 mAh (pri menej kvalitných AAA batériách výrobca kapacitu radšej vôbec neudá) a šplhá sa až ku 2500 mAh. Prekvapivo, kapacita udávaná výrobcom (ak nejakú vôbec udal) bola často asi o štvrtinu nižšia, než ste namerali. Čím to bolo? Ide o to, že keď sa batéria vybije na napätie okolo $0{,}7$ V, stále ešte má nejakú kapacitu, no pre spotrebiče je pri takto nízkom napätí nevyužiteľná – idú slabo až nejdú vôbec – a preto výrobcovia neuvádzajú kapacitu do úplného vybitia, ale len do vybitia na úroveň použiteľnosti v drobnej elektronike.

Bodovanie: 3 *b ste dostali za správne spravený experiment,* 1 *b za to, že ste si všimli a uvedomili, že prúd sa v čase mení a posledný* 1 *b za všetky výpočty, ktoré ste urobili vo veľkej väčšine úplne správne.*

Úloha 4: Hore - *opravovala Nina Hanesová*
Koľko balónov by bolo treba na zdvihnutie takého 68 t domu. Balón má zanedbateľnú hmotnosť a je naplnený $10\,\ell$ hélia s hustotou $0{,}179\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ Vzduch má hustotu $1{,}205\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
Koľko balónov to bude?

Najprv je potrebné zamyslieť sa, aké všetky sily tu pôsobia. Na dom pôsobí tiažová sila smerom kolmo nadol, jej veľkosť je rovná súčinu hmotnosti domu a gravitačného zrýchlenia:

$$F_{gd} = mg = 68000\,\text{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 667080\,\text{N}$$

Na balónik naplnený héliom tiež pôsobí tiažová sila, ktorej veľkosť je:

$$F_{gb} = mg = \rho V g = 0{,}179\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0{,}01\,\text{m}^3 \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 0{,}0176\,\text{N}$$

Vzduch pôsobí na balónik vztlakovou silou, ktorou balónik následne ťahá dom hore. „Kvapalinu“ v tomto prípade predstavuje vzduch, nakoľko balóny sa vznášajú v ňom. Vztlaková sila, ktorou bude pôsobiť vzduch na jeden balónik má veľkosť:

$$F_{vzb} = V \rho_k g = 0{,}01\,\text{m}^3 \cdot 1{,}205\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 0{,}1182\,\text{N}$$

Na dom tiež pôsobí vzduch vztlakovou silou, na ktorú mnohí z vás zabudli. Tým, ktorí ju vypočítali, alebo si uvedomili, že existuje ale napísali, že ju zanedbávajú, som udelila plný počet bodov (ak bol aj zvyšok riešenia správny). Na jej výpočet bolo potrebné odhadnúť objem domu – povedzme, že dom má plochu $150\,\mathrm{m}^2$ a výšku $3\,\mathrm{m}$. Vztlaková sila bude mať teda veľkosť:

$$F_{vzd} = V\rho_k g = 150\,\mathrm{m}^2 \cdot 3\,\mathrm{m} \cdot 1{,}205\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 5319{,}47\,\mathrm{N}$$

Na balónik aj na dom pôsobia dve sily opačným smerom, aby sme vypočítali ich výslednicu, stačí ich odčítať. Výslednica pôsobiaca na balónik bude smerovať kolmo nahor, pretože vztlaková sila je väčšia. Naopak, výslednica síl pôsobiacich na dom bude smerovať kolmo nadol, pretože gravitačná sila je v tomto prípade väčšia.

$$F_b = F_{vzb} - F_{gb} = 0{,}1182\,\mathrm{N} - 0{,}0176\,\mathrm{N} = 0{,}1006\,\mathrm{N}$$

$$F_d = F_{gd} - F_{vzd} = 667080\,\mathrm{N} - 5319{,}47\,\mathrm{N} = 661760{,}53\,\mathrm{N}$$

Aby sme zistili, koľko balónikov potrebujeme na zdvihnutie domu, je potrebné vypočítať podiel týchto dvoch výsledníc:

$$F_d/F_b = 661760{,}53\,\mathrm{N}/0{,}1006\,\mathrm{N} \approx 6580000$$

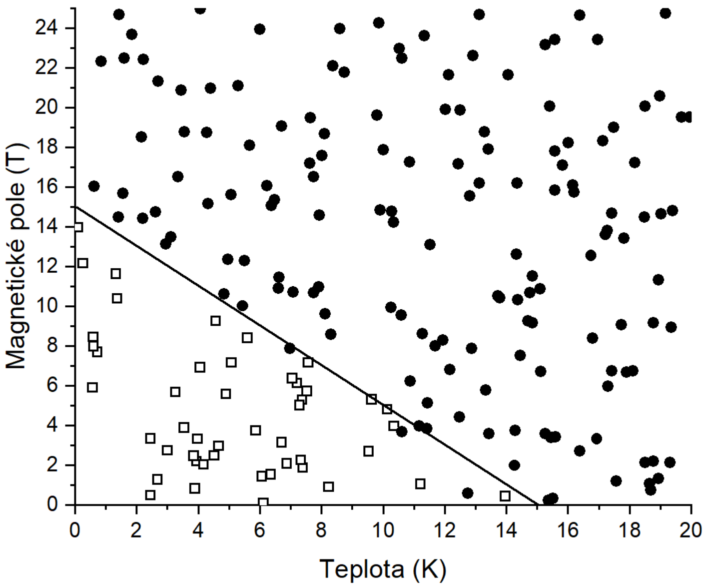
Na zdvihnutie domu potrebujeme 6580000 balónikov.
Výsledok som zaokrúhlila na desaťtisíce nahor, aby sa sily nielen vyrovnali, ale aby vztlaková sila prekonala gravitačnú. Nie je chyba, ak ste počítali so zaokrúhlenou hodnotou gravitačného zrýchlenia. Za správny výsledok som považovala ten, ku ktorému ste sa dostali fyzikálne korektným spôsobom (pokojne iným, ako vo vzorovom riešení).

Bodovanie: *Správny výsledok* $1\ b$*. Pomenovanie a výpočet všetkých štyroch pôsobiacich síl (*$F_{gd}, F_{gb}, F_{vzb}, F_{vzd}$*)* $3\ b$*. Fyzikálna korektnosť* $1\ b$*. Alternatívny výpočet bez spomenutia síl* $2\ b$*.*

Úloha 5: Vodí sa mi super! - *opravoval Samuel Kočiščák*
Supravodič je materiál, ktorý, ak sú podmienky vyhovujúce, vedie elektrický prúd úplne bez odporu. V priloženej tabuľke `https://www.pikofyz.sk/tabulka21_6` nájdete 200 meraní, pri každom z nich experimentátori nastavili nejaké hodnoty zaujímavých veličín (teploty, intenzity magnetického poľa a hustoty prúdu) a zistili, či sa materiál správa supravodivo alebo nie. **Na základe výsledkov meraní popíšte, pre aké kombinácie meraných veličín sa materiál správa supravodivo. Bude materiál supravodivý pri teplote 13 K, mag. poli 1 T a prúdovej hustote $650\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{mm}^2}$?**

Pristúpiť k riešeniu podobnej úlohy nikdy nie je ľahké. Na začiatok je vždy dobré pozorovať, či na prvý pohľad nevidieť aspoň niečo, od čoho by sa dalo odraziť. Niekto mohol už z tabuľky vypozorovať, že materiál je typicky supravodivý pre nízke hodnoty magnetického poľa aj teploty. Ťažko to na základe takého tvrdenia uchopiť no začiatok to je rozhodne dobrý.

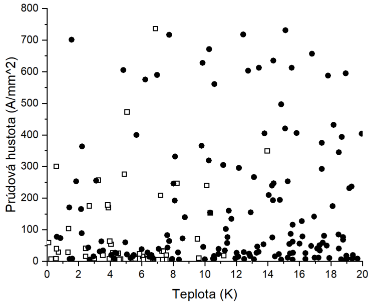
Posmelení rýchlym zistením môžme hľadať, ako dobre toto platí. Ľahko nájdeme meranie s najvyššou teplotou (riadok 124) a najsilnejším magnetickým poľom (riadok 20), pri

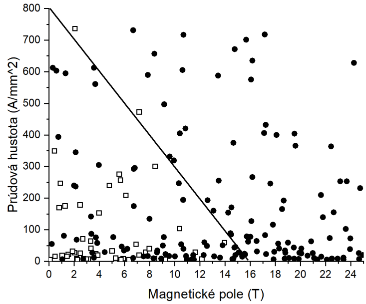


ktorých je materiál supravodivý. Zhodou okolností sa tieto hodnoty číselne rovnajú: $13{,}97$ K a $13{,}97$ T. Čo si ďalej všimneme je, že pri teplote $13{,}97$ K v supravodivom stave bolo mag. pole iba $0{,}44$ T a ak bolo mag. pole $13{,}97$ T, teplota bola $0{,}1$ K. Pozrime sa na ďalšie merania, pri ktorých bola aspoň jedna zo skúmanej dvojice hodnôt relatívne vysoká a materiál bol aj tak supravodivý (riadky 5, 58, 111, 155, 177, 186) a pozorujeme, že druhá hodnota je vždy nízka. Pozorujeme, že hoc jedna z hodnôt môže byť skoro 14, nesmú byť obe naraz. Najvyššie hodnoty, ktoré môžu nastať rovnako vysoké sú okolo 7, viď riadky 67, 129, 200.

Aby sme videli, v akom vzťahu je teplota a mag. pole pre supravodivé a nesupravodivé materiály, nakreslime bodový graf závislosti teploty a mag. poľa pre supravodivé aj nesupravodivé materiály s rozlíšením, či je materiál surpavodivý.

V grafe som odlíšil značkou supravodivé (prázdny štvorček) a nesupravodivé (plný krúžok) body. Toto je technický problém, keďže (pravdepodobne aj kvôli formátu dátového súboru) väčšina z Vás použila MS Excel (príp. Libre Office / Open Office alternatívu), v ktorom ide toto urobiť len ťažko (pre fajnšmekrov: je potrebné do jedného grafu vložiť viacero sérií dát, každé s inou farbou). Tí z Vás, ktorí o takýto graf stáli, väčšinou pristúpili k riešeniu: nakresliť do jedného grafu supravodivé a do druhého grafu nesupravodivé body, čo je úplne v poriadku a zjavný trend vidno aj v ňom. Mimochodom, aj heslo tretej šifry na sústredení je trend, ale to si nechaj pre seba. V mojom grafe nakreslená priamka približne zodpovedá súčtu teploty a mag. poľa rovnému 15. Trend nie je úplne presný, nemožno nakresliť jednu priamku, ktorá by úplne oddelila plné a prázdne body, je to ale pomerne





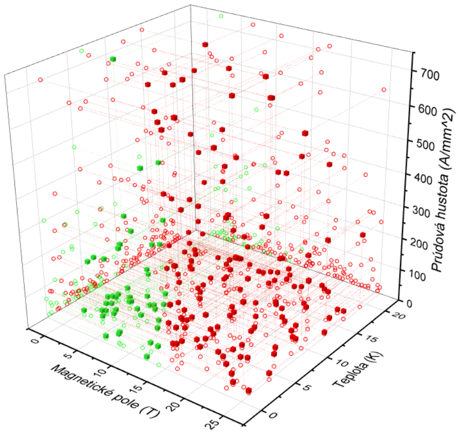
presné. Jednoduchý myšlienkový krok by bol predpokladať, že v blízkosti hranice ide o náhodu, či vzorka bude alebo nebude supravodivá. Ťažko ale operovať slovom "náhoda", keď sme ešte nevyužili všetku informáciu, ktorá je k dispozícii.

Jednoduchý a logický krok je nakresliť ďalšie 2 obdobné závislosti, závislosti medzi prúdovou hustotou a inou veličinou.

Bohužiaľ, z týchto grafov už nič tak pekné a jasné nie je vidieť. V grafe s poľom a prúdom možno vypozorovať istú hranicu, za ktorou už vzorka nikdy nie je supravodivá, ale je to prinajmenšom nepresvedčivé. Pozrime sa teda na body z prvého grafu, ktoré ležia blízko hranice súčtu 15, ale sú zafarbené inak, než napovedá hranica. Najzjavnejším plným bodom pod priamkou zodpovedajú riadky 28 a 48, na nich je prúdová hustota $560\ \frac{\text{A}}{\text{mm}^2}$ a $603\ \frac{\text{A}}{\text{mm}^2}$, teda pomerne vysoká. Prázdne body najbližšie k priamke sú zase na riadkoch 58, 111, 200, pri nich je prúdová hustota $10\ \frac{\text{A}}{\text{mm}^2}$, $20\ \frac{\text{A}}{\text{mm}^2}$ a $240\ \frac{\text{A}}{\text{mm}^2}$, teda relatívne nízka. Predpokladáme teda, že prúdová hustota bude mať podobný vplyv ako zvyšné 2 veličiny, len menej výrazný. Skúšaním platnosti rôznych vzťahov možno dôjsť k dvojici podmienok, ktoré musia byť splnené súčasne, aby bol materiál supravodivý. Jednou z nich je súčet teploty a mag. poľa menší, než 15, na druhú existuje viac variant, jednou z nich je napríklad $teplota + pole + \frac{1}{100} \cdot p.hustota < 18$, inou, na ktorú viacerí z Vás prišli je $(teplota + pole) \cdot p.hustota < 8000$. Tieto podmienky správne odhadnú správanie všetkých bodov, možno ich teda aplikovať na skúmaný bod (13 K, 1 T a $650\ \frac{\text{A}}{\text{mm}^2}$) a podľa oboch variant zisťujeme, že materiál supravodivý nebude.

K rovnakému záveru o skúmanom bode možno dôjsť aj bez znalosti konkrétnych pravidiel v matematickom tvare, ak si uvedomíme len kvalitatívny fakt, že supravodivosť je pravdepodobnejšia pre menšiu teplotu, prúdovú hustotu aj mag. pole, potom vieme, že za nami skúmaných podmienok (13 K, 1 T a $650\ \frac{\text{A}}{\text{mm}^2}$) materiál supravodivý nebude, pretože na riadku 28 je záznam o meraní, pri ktorom materiál supravodivý nebol, aj keď sú hodnoty všetkých veličín menšie.

Pre úplnosť pridávame graf podobného typu, ako 3 predchádzajúce, ale so zobrazenými všetkými tromi veličinami. Ospravedlňujeme sa, že v ňom nevidno všetky body prehľadne (to je všeobecne problém 3D grafov na 2D papieri), ale pri troche snahy v ňom vidno aspoň platnosť tvrdenia, že materiál je supravodivý pri kombináciách nízkych hodnôt mera-



ných veličín. Zelenou sú označené supravodivé prípady, červenou nesupravodivé. Ak držíš v rukách papierové vzoroové riešenia, prepáč, ale asi budeš musieť navštíviť našu stránku www.pikofyz.sk/vzorove-riesenia kvôli farebnej verzii, čiernobielo to fakt nejde :D

Bodovanie: *Bodové hodnotenie riešení bolo pre opravovateľa obzvlášť zložité, keďže každý riešiteľ pristúpil k úlohe úplne inak, použitých postupov bolo skoro toľko, koľko riešiteľov. Uvedenú stupnicu teda nebolo možné úplne uplatniť na každého, každopádne ak to bolo vzhľadom na charakter riešenia možné, opravovateľ uplatnil stupnicu:* $1\ b$ *za zistenie, že materiál je supravodivý pre nízke hodnoty teploty a mag. poľa,* $1\ b$ *za zistenie, že existujú hraničné hodnoty teploty a mog. poľa,* $1\ b$ *za zistenie, že čím je vyššia teplota, tým nižšie musí byť mag. pole,* $0{,}5\ b$ *za zistenie, že vysoká prúdová hustota potrebuje nízku teplotu a mag. pole,* $1{,}5\ b$ *za dobre podložené tvrdenie, že materiál v skúmanom stave supravodivý nebude.*

Úloha 6: Vypúšťanie akvária - *opravoval Patrik Rusnák*
Babka povedala, že akvárium treba vyprázdniť. Maťko však ostal zmätený: „Ako ho ale vylejeme, však je hrozne ťažké?" Babka ho však rýchlo vyviedla z omylu: „Načo by sme to robili? Aha, zoberiem túto hadičku a ponorím jeden koniec do akvária a cez druhý koniec skúsim cucať ako cez slamku. Neboj sa, predtým ako si upijem trošku akváriovej vody strčím tento koniec do tohto kýblika na zemi a voda doň už bude už tiecť sama." „Páni, a ako to funguje?" „Tak to už neviem Maťko." **Vysvetlite Maťkovi ako tento systém vypúšťania vody funguje.**

Na úvod si hadičku rozdelíme na 2 časti. Prvá bude prítoková časť (od hladiny akvária po vrchol ohybu) a druhá bude odtoková časť (od vrcholu ohybu po koniec hadice). Keďže máme hadičku ponorenú vo vode tak sa na jej začiatku v prítokovej oblasti nachádza žiadna voda, podľa toho ako veľmi v akváriu je ponorená. Ak zanedbáme javy, akým je napríklad kapilarita, tak vieme povedať, že hladina v hadičke je na rovnakej úrovni ako v nádobe. Je to tak preto, lebo na vodu v nádobe pôsobí takzvaný atmosferický tlak, ktorý tlačí vodu do slamky, ale zároveň z druhej strany slamky pôsobí rovnaký atmosferický tlak proti vode a tlačí ju do akvárka. Keďže prierez hadičky je všade rovnaký, tak vieme povedať že sila pôsobiaca na vodu v slamke smerom do akvárka je rovnaká, ako sila pôsobiaca na vodu smerom do slamky, a teda sa tieto sily anulujú. Keď babka začne cucať, tak tým vlastne odsáva vzduch z hadičky, takže v hadičke bude zrazu menší tlak ako mimo hadičky. Tento jav sa nazýva podtlak. Čo sa teraz však stane je to, že tlak, a teda sila, ktorá pôsobila smerom do akvárka bude menšia ako sila pôsobiaca do slamky, takže voda v slamke stúpne. Ak by sme vytvorili dostatočne silný podtlak, vedeli by sme sa cez hadičku napiť vody. Teraz môžu nastať 4 prípady.

Prvý je, že vytvoríme podtlak taký, aby voda vystúpila až po ohyb slamky. Ak by sme teraz prestali robiť podtlak a sily z obidvoch strán by boli rovnaké, tak by voda klesla naspäť do výšky hladiny akvária, pretože by bola smerom dole ťahaná gravitačnou silou (svojou tiažou). Keďže sa voda nachádzala iba v prítokovej časti, nemohla sa preliať do odtokovej časti.

Druhý prípad je taký, že vytvoríme podtlak, ktorý vysaje toľko vody, aby sa v odtokovom kanáliku nachádzala voda medzi ohybom a hladinou vody v akváriu. Ak teraz prestaneme robiť podtlak, tak nám vzniknú 2 stĺpiky vody, jeden v prítokovom a druhý v odtokovom. Na oba stĺpiky pôsobí gravitačná sila, takže sa v mieste ohybu chcú rozdeliť, čo sa však nemôže stať. Je to spôsobené tým, že ak by sa rozdelili, tak by tam vzniklo vákuum, pretože by sa tam vzduch nemal ako dostať. Ak by tam však vzniklo vákuum, tak by tam vznikol brutálne veľký podtlak oproti vonkajšku a vonkajší atmosferický tlak by obä stĺpiky zatlačil k sebe a voda by sa nerozdelila. Ako mnohí z vás uviedli, toto nemusí byť postačujúce preto, lebo tento pokus funguje aj vo vákuu, kde nie je atmosferický tlak. Preto si treba uvedomiť, že kvapaliny ako také, chcú držať pokope a medzi ich molekulami fungujú isté príťažlivé sily, takže sa v podstate chcú správať skoro ako pevné látky a držať pokope. Tieto takzvané kohézne sily, sú však veľmi malé, takže ak by sme vytvorili veľký rozdiel objemu prítokovej a odtokovej časti (veľký rozdiel síl), tak by sa nám voda "roztrhla"na 2 stĺpiky (pretože podtlak vo vákuu nevznikne a kohézne sily sme pretrhli). Keďže však nie sme vo vákuu, tak voda v hadičke bude držať pokope, z čoho nie je vôbec ťažké vyvodiť, čo sa s ňou v tomto prípade stane. Predstavme si vodu ako lano alebo reťaz, ktorá je v mieste ohybu, akoby prevesená cez kladku. Keďže je v tomto prípade viac vody v prítokovej časti ako v odtokovej, tak prítoková časť váži viac ako odtoková, a teda na ňu pôsobí väčšia gravitačná sila, teda ich rozdiel bude nenulový a voda sa vleje späť do pohára (smerom do akvárka pôsobí väčšia sila ako smerom do vedra) a teda v našej analógia lano spadne z kladky smerom do akvárka.

Tretí prípad je veľmi hypotetický, ale keby sme mali vodu v odtokovej časti na úrovni hladiny v akváriu, a zanedbali by sme vzlínavé sily, tak by sme došli k tomu, že prítokový aj odtokový stĺpik vážia rovnako a po vyrovnaní tlaku by voda zostala stáť v hadičke.

Posledný prípad nastane vtedy, keď bude voda v odtokovej časti nižšie ako je hladina v akváriu. Vtedy bude odtokový stĺpik vody väčší, a teda ťažší ako prítokový, a preto bude voda vyťahovať kvôli podtlaku a medzimolekulovým silám vodu z akvária. Keď sa potom minie voda v akváriu, tak voda, ktorá bude v hadičke už nebude nasávať vodu, ale vonkajší vzduch pokiaľ sa celá nevyleje von.

Bodovanie: *Ak ste napísali, že voda bude držať spolu kvôli tlaku, alebo medzimolekulovým silám $2\ b$. Ak ste napísali, že voda vytečie von kvôli rozdielu gravitačných síl $2\ b$. Ak ste si uvedomili, že nestačí len, ak vytvoríme podtlak taký veľký, aby voda prekonala ohyb $1\ b$.*

Úloha 7: Keď Boďo kladie odpor - *opravoval Bohdan Jóža – Boďo*
Boďo nakúpil celú hromadu $1\,\Omega$ rezistorov. Zmyslel si, že z nich postaví schémy s celkovým odporom ľubovoľného kladného racionálneho čísla. **Podarí sa mu to? Ak áno, ako? Ak nie, prečo?**

Rezistory vieme zapájať dvoma spôsobmi. Buď ich zapojíme navzájom sériovo alebo paralelne. Dokážeme ich zapájať aj komplikovanejšie, ale na všeobecný postup pre každé racionálne číslo nám komplikovanejšie schémy netreba.

Ak zapájame rezistory sériovo, ich výsledný odpor bude súčet ich jednotlivých odporov. Výsledný odpor a rezistorov s odpormi $R_1, R_2, R_3, \ldots, R_a$ bude:

$$R_s = \sum_{i=1}^{a} R_i = R_1 + R_2 + R_3 + \cdots + R_a$$

V našom prípade majú všetky rezistory rovnaký odpor $1\,\Omega$, ale pre všeobecnosť povedzme, že všetky rezistory majú odpor r, kde r je ľubovoľný (kladný) odpor. Po dosadení do vzorca dostaneme

$$R_s = r + r + r + \cdots + r = a \cdot r$$

kde a je ľubovoľné prirodzené číslo. Slovom, keď máme nejaký odpor r a zapojíme ho sériovo a-krát, dostaneme odpor $a \cdot r$.

Ak zapájame rezistory paralelne, prevrátená hodnota ich výsledného odporu je súčet prevrátených hodnôt odporov jednotlivých rezistorov. Výsledný odpor b rezistorov s odpormi $R_1, R_2, R_3, \ldots, R_b$ bude:

$$\frac{1}{R_p} = \sum_{i=1}^{b} \frac{1}{R_i} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \cdots + \frac{1}{R_b}$$

Keď obe strany otočíme, dostaneme:

$$R_p = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \cdots + \frac{1}{R_b}}$$

V našom prípade majú všetky rezistory odpor $1\,\Omega$, čiže po dosadení do vzorca dostaneme

$$R_p = \frac{1}{\frac{1}{1\,\Omega} + \frac{1}{1\,\Omega} + \frac{1}{1\,\Omega} + \cdots + \frac{1}{1\,\Omega}} = \frac{1}{b}\,\Omega$$

kde b je ľubovoľné prirodzené číslo. Slovom, keď máme b rezistorov s odporom $1\,\Omega$ a zapojíme ich navzájom paralelne, dostaneme výsledný odpor $\frac{1}{b}\,\Omega$.

Pre výsledný postup nám stačí tieto dva poznatky skombinovať. Rozdeľme si ľubovoľné racionálne číslo $\frac{a}{b}$ na $a \cdot \frac{1}{b}$. Dokázali sme, že pomocou $1\,\Omega$ rezistorov dokážeme paralelným zapojením vyrobiť odpor $\frac{1}{b}\,\Omega$, kde b je ľubovoľné prirodzené číslo. Takisto sme si dokázali, že keď máme nejaký odpor r, ktorý môže byť ľubovoľné číslo, sériovým zapojením z neho dokážeme vyrobiť odpor $a \cdot r$, kde a je ľubovoľné prirodzené číslo. Pre ľubovoľné racionálne číslo $\frac{a}{b}$ teda najprv vyrobíme schému s odporom $\frac{1}{b}$ paralelným zapojením b jednoohmových rezistorov a potom túto schému zapojíme a-krát za seba, čím dostaneme odpor $a \cdot \frac{1}{b} = \frac{a}{b}$. Naozaj teda dokážeme pomocou nekonečne veľa rezistorov s odporom $1\,\Omega$ vyrobiť pre každé racionálne číslo schému s odporom veľkosti toho čísla.

Na záver malina pre labužníkov: Toto platí, aj keď nemáme jednoohmové rezistory, ale rezistory s odporom veľkosti ľubovoľného racionálneho čísla, povedzme $\frac{x}{y}$. Najprv vyrobíme naším postupom schému s odporom $\frac{y}{x}$, čiže keď v nej budú rezistory s odporom $\frac{x}{y}$, výsledný odpor bude vždy $\frac{y \cdot x}{x \cdot y} = 1$. Túto schému potom budeme považovať za jednoohmový rezistor a tým istým postupom z nej vyrobíme novú schému s odporom $\frac{a}{b}$. To však len ako zaujímavosť.

Bodovanie: *Správny popis a dôkaz sériového zapojenia 2 b, správny popis a dôkaz paralelného zapojenia 2 b, zovšeobecnenie na všetky kladné racionálne čísla 1 b.*