PIKOFYZ

Vzorové riešenia 3. série

Pikofyz, 10. ročník www.p-mat.sk/pikofyz šk. rok 2007/2008

Milá riešiteľka naša, milý riešiteľ náš! *Skončila sa tretia séria, už tradične Ti prinášame naše riešenia úloh. Pred tebou je štvrtá séria, v ktorej máš poslednú a najväčšiu šancu zabojovať o najlepšie umiestnenie a pozvánku na júnové sústredenie. Vzorové riešenia nech sú pre Teba inšpiráciou a poučením, ako nabudúce bodovať naplno. Držíme Ti palce!*

Príklad 1 - Bežiace pásy *opravoval Matej Duník - Matt*

Hneď na úvod ste dostali vyrátať celkom jednoduchý príklad, v ktorom stačí využiť jediný vzťah

$$v = \frac{s}{t}$$

Skúsme teraz porozmýšľať, ako to funguje, keď človek ide po takom bežiacom páse. Ako rýchlo vzhľadom na okolie sa vlastne pohybuje? Ak sa bežiaci pás pohybuje rýchlosťou v_1 a ja na ňom stojím, tak sa vzľadom na okolie pohybujem rýchlosťou pásu, teda v_1. No ak kráčam v smere pohybu pásu rýchlosťou v vzhľadom na pás, tak sa vzhľadom na okolie pohybujem rýchlosťou $v + v_1$.

Nakoniec si treba uvedomiť, že v zadaní akoby naschvál, boli použité metre, sekundy a kilometre za hodinu, takže niektoré hodnoty samozrejme premeníme, napríklad na základné jednotky, teda na sekundy a metre.

Prvý pás sa hýbe rýchlosťou $v_1 = 8\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} = \frac{8}{3{,}6}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \doteq 2{,}22\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ a Fero po ňom beží $v = 14\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \doteq 3{,}89\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, čiže sa vzhľadom na okolie pohybuje rýchlosťou $v_1 + v$. Prebehne takto dráhu 6 m a platí

$$t_1 = \frac{s}{(v_1+v)} = \frac{6\ \mathrm{m}}{6{,}11\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} \doteq 0{,}98\ \mathrm{s}$$

Tretí pás sa hýbe rýchlosťou $v_3 = 10\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \doteq 2{,}78\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, a teda analogicky platí

$$t_3 = \frac{s}{(v_3+v)} = \frac{6\ \mathrm{m}}{6{,}66\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} \doteq 0{,}90\ \mathrm{s}$$

Na druhý pás mu teda ostalo

$$t_2 = t - t_1 - t_3 = 4{,}5\ \mathrm{s} - 0{,}98\ \mathrm{s} - 0{,}9\ \mathrm{s} = 2{,}62\ \mathrm{s}$$

Bežal po ňom rýchlosťou $v - v_2$ (pretože pás sa pohyboval oproti nemu, teda ho spomaľoval). Takže platí

$$v - v_2 = v - \frac{s}{t_2} = 3{,}89\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - \frac{6\ \mathrm{m}}{2{,}62\ \mathrm{s}} \doteq 3{,}89\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - 2{,}29\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 1{,}6\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 5{,}76\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$$

Mnohí ako výsledok uviedli 2,29 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ t.j. rýchlosť Fera vzhľadom na okolie a neuvedomili si, že to nie je rýchlosť druhého. Veľmi ste ma ale potešili - kopec z vás úlohu vyriešilo správne. To je fakt super :).

Bodovanie: *Iba za správny postup aj riešenie* 5 *b. Strhávali sme: za numerické chyby vo výpočtoch* 0,3 *b, za malé chyby alebo za chýbajúci postup* 0,5 *b*-1 *b. Za posledný krok - výpočet rýchlosti pásu z rýchlosti Fera* 1 *b. Za väčšie chyby v úvahách viac bodov.*

Príklad 2 - Tenisový vrhač *opravoval Juraj Čechvala - Jurino*

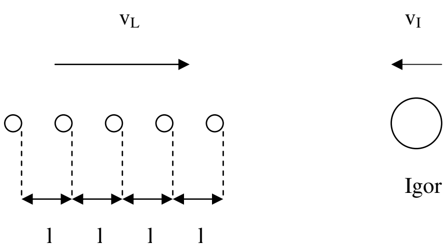
Igor zažíva pri chytaní loptičiek na vlastnej koži **Dopplerov jav**. Povedzme si o ňom niečo bližšie. Vrhací stroj vrhá loptičky s frekvenciou $f_S = 4\ \frac{1}{\mathrm{min}}$. **Frekvencia** je fyzikálna veličina, ktorá hovorí, ako často sa nejaký dej zopakuje za určitý čas. V našom prípade je to počet vystrelení loptičky za jednu minútu. Keby Igor stál na mieste, loptičky by musel chytať s rovnakou frekvenciou, ako ich vrhá stroj (4 za minútu). Pretože však Igor beží, frekvencia jeho chytania f_I bude iná ako f_S. To je podstata Dopplerovho javu.

Úloha sa dala spočítať nasledujúcou úvahou. Stroj vystrelí za minútu 4 loptičky, takže čas T_S medzi dvoma za sebou nasledujúcimi výstrelmi je

$$T_S = \frac{1}{f_S}$$

Tento čas bude v minútach, ak dosadíme frekvenciu vo výstreloch za minútu. Za čas T_S každá loptička prejde dráhu:

$$l = T_s \cdot v_L$$



Na Igora sa teda rúti rýchlosťou $v_L = 72\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ zástup loptičiek s rozostupmi dĺžky l, tak ako je to načrtnuté na obrázku. Ako dlho trvá (čas T_I), kým sa po chytení jednej loptičky dostane k Igorovi nasledujúca? Je to vzdialenosť medzi loptičkami, vydelená **vzájomnou rýchlosťou** v_v Igora a loptičky:

$$T_I = \frac{l}{v_v}$$

Vzájomná rýchlosť je rýchlosť, akou Igor vidí približovať sa loptičky. Keď beží oproti nim, zdá sa mu, že idú rýchlejšie, ak naopak beží v smere letiacich loptičiek, zdá sa mu ich rýchlosť menšia. O koľko sa mu presne javí rýchlosť loptičiek iná? Práve o jeho rýchlosť voči zemi, a preto $v_v = v_L \pm v_I$, znamienko „+“ pre beh oproti loptičkám a „-“ pre beh v smere letu loptičiek. Teraz máme všetky potrebné vzťahy, aby sme mohli zo zadaných veličín určiť dobu medzi dvoma Igorovými chyteniami. Dráhu l si vyjadríme ako $T_s \cdot v_L$; a tiež si rozpíšeme v_v pomocou v_L a v_I. Takto dostaneme vzorček v tom „najpoužteľnejšom“ tvare, to znamená, že veličina, na ktorú sa pýtame v úlohe, je vyjadrená pomocou zadaných veličín.

$$T_I = \frac{l}{v_v} = T_s \cdot \left(\frac{v_L}{v_L \pm v_I} \right) = \frac{1}{f_S} \cdot \left(\frac{v_L}{v_L \pm v_I} \right)$$

Teraz stačí už len dosadiť čísla pre naše prípady:

a) $T_I = \frac{1}{4} \cdot \frac{72}{72+9}\,\mathrm{min} = \frac{2}{9}\,\mathrm{min} = \frac{40}{3}\,\mathrm{s} \doteq 13{,}3\,\mathrm{s}$

b) $T_I = \frac{1}{4} \cdot \frac{72}{72-7}\,\mathrm{min} = \frac{18}{65}\,\mathrm{min} = \frac{216}{13}\,\mathrm{s} \doteq 16{,}6\,\mathrm{s}$

Otázka, koľkokrát za minútu chytí Igor loptičku, je otázkou na frekvenciu f_I. Vzťah pre f_I získame prevrátením hodnoty T_I (vydelením „časovej jednotky“ hodnotou T_I):

$$f_I = \frac{1}{T_I} = f_S \cdot \left(\frac{v_L \pm v_I}{v_L} \right)$$

Po dosadení čísel dostaneme:

a) $f_I = 4 \cdot \frac{72+9}{72}\,\frac{1}{\mathrm{min}} = \frac{9}{2}\,\frac{1}{\mathrm{min}} = 4{,}5\,\frac{1}{\mathrm{min}}$

b) $f_I = 4 \cdot \frac{72-7}{72}\,\frac{1}{\mathrm{min}} = \frac{65}{18}\,\frac{1}{\mathrm{min}} \doteq 3{,}6\,\frac{1}{\mathrm{min}}$

Časté chyby: Takmer nikto neprišiel na to, čo znamená, keď vyjde počet chytení za minútu ako desatinné číslo. Počet chytení loptičky je síce v konkrétnej minúte vždy celé číslo, ale toto číslo sa minútu od minúty **mení**. Napr. pre $f_I = 3{,}6\,\frac{1}{\mathrm{min}}$ chytí Igor počas niektorých minút 4 a počas iných iba 3 loptičky. Tieto minúty sa nestriedajú, ale je tam zložitý vzor, ktorý veľmi závisí na presnej hodnote f_I.

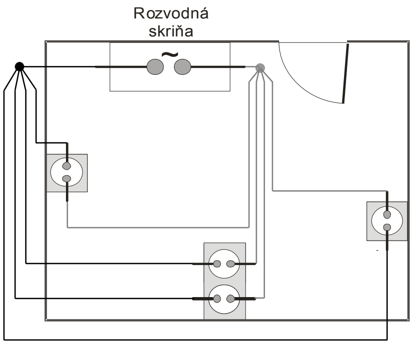
Veľmi ma potešili tí z vás, ktorí nepoužívali desatinné čísla, ale zlomky. Pri desatinných číslach sme nútení zaokrúhlovať, no **zlomky zostávajú presné**.

Bodovanie: *Za každý správny numerický výsledok je* 0,5 *b, za správny postup výpočtu intervalov medzi chyteniami sú* 2 *b a za správny postup výpočtu počtu chytených loptičiek za jednu minútu je* 1 *b.*

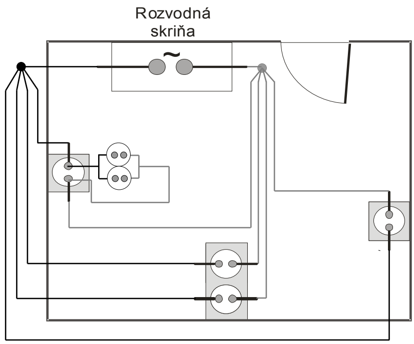
Príklad 3 - Paralelné zásuvky *opravoval Martin Varga - Bubu*

Obvod v dome je potrebné zostaviť tak, aby boli všetky zásuvky pospájané navzájom paralelne. Schéma zapojenia v dome je na obr. 1. Dôvodom je, že jednotlivé zásuvky sú vlastne prerušením obvodu, a ak by boli zapojené sériovo, tak obvodom by neprechádzal prúd, kým by neboli vo všetkých pripojené a zapnuté nejaké spotrebiče (ktoré by obvod uzavreli).

Ďalším dôvodom je, že pri paralelnom zapojení máme na každej zásuvke rovnaké napätie, kým v sériovom zapojení by sa napätie postupne znižovalo podľa odporu zapojených spotrebičov. V prípade pripojenia predlžovačky s rozdvojkou vlastne namiesto jednej zásuvky vytvárame dve nové možnosti pripojenia do obvodu. Zapojenie je opät paralelné. Schéma tohto obvodu je na obr. 2.



Obrázok 1



Obrázok 2

Bodovanie: *Správne zdôvodnenie paralelného zapojenia (prerušený obvod alebo rovnosť napätia) - 3 b, nakreslené obe schémy (pri predlžovačke aspoň čiastočne) - 2 b, ak nebola schéma pri predlžovačke ale bol správny komentár, tak som strhával* $0,5$ *b.*

Príklad 4 - Vedronosič *opravovala Zuzka Batmendijnová - BTW*

Aby boli vedrá v rovnováhe, na oboch stranách páky musí byť zachovaná rovnováha momentov síl, teda musí platiť

$$F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2,$$

kde F_1 je tiaž modrého vedra spolu s cementom a vodou a F_2 je tiaž červeného vedra spolu s vodou . Keďže vedrá sú od stredu otáčania páky vzdialené rovnako, $l_1 = l_2$ a tak stačí, aby $F_1 = F_2$.

Vedrá samotné majú rovnakú hmotnosť, teda môžeme gravitačnú silu na ne pôsobiacu od oboch strán rovnice odčítať a ostane nám

$$(m_1 + 1{,}1\ \mathrm{kg}) \cdot g = m_2 \cdot g,$$

kde 1,1 kg je hmotnosť zaschnutého cementu, m_1 je hmotnosť vody v modrom vedre a m_2 v červenom vedre. Uvedomme si, že ak je hustota vody 1000 $\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$, do modrého vedra pribúda voda rýchlosťou 0,0002 $\mathrm{m}^3 \cdot 1000\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 0{,}2$ kg za sekundu a do červeného vedra rýchlosťou 0,0003 $\mathrm{m}^3 \cdot 1000\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 0{,}3$ kg za sekundu. Našu rovnicu teda môžeme prepísať takto:

$$(0{,}2 \cdot t + 1{,}1) \cdot g = 0{,}3 \cdot t \cdot g$$

Pritom t je čas, po ktorom budú vedrá v rovnováhe. Z tejto rovnice už ľahko vypočítame, že $t = 11$ s. Po 11 sekundách je v modrom vedre $11 \cdot 0{,}2 = 2{,}2\ \ell$ vody a v červenom vedre $11 \cdot 0{,}3 = 3{,}3\ \ell$ vody, preto minimálny objem vedier musí byť: modré - 2,2 ℓ, červené - 3,3 ℓ. Ak bude objem vedier menší, vedrá sa nikdy nedostanú do rovnováhy.

Iné riešenie: Vytvoríme si tabuľku, do ktorej budeme zapisovať, koľko váži voda + zaschnutý cement vo vedrách v čase.

Čas[s]/Hmotnosť[kg]	0	1	2	...	10	11
Modré vedro	1,1	1,3	1,5	...	3,1	3,3
Červené vedro	0	0,3	0,6	...	3	3,3

Ako vidíme, vedrá budú v rovnováhe po 11 sekundách. Minimálny objem vypočítame ako v predošlej časti.

Časté chyby: Väčšina z vás nezdôvodnila, prečo budú vedrá v rovnováhe práve vtedy, keď budú rovnako ťažké. Zamyslite sa, ako by to bolo, keby si Mišo prehodil palicu cez plecia v jej dvoch tretinách? Preto vám len za konštatovanie, že vedrá majú byť rovnako ťažké, šlo 0,5 bodíka dolu.

Viacerí ste za minimály objem vedra brali väčšiu hodnotu, už ste neuvažovali, ža napriek tomu, že sú vedrá rovnako ťažké, nemusia mať rovnaký objem. Ale vzhľadom na formuláciu v zadaní - „Aký musí byť minimálny objem vedra?“ - som to nepovažovala za chybu. Inak príklad dopadol veľmi dobre :).

Bodovanie: - 0,5 *b za nespomenutie mometov síl,* - 0,5 *až* 1 *b za drobné nedostatky,* - 2 *až* 3 *b za závažnejšie chyby.*

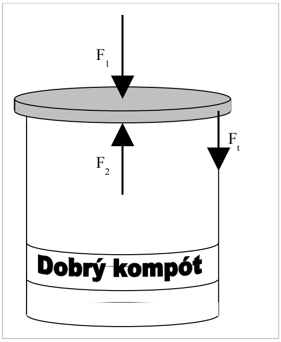
Príklad 5 - Prilepený kompót *opravoval Ondrej Bogár - Bugý*

Najskôr si podrobne rozoberme, aké fyzikálne javy v tomto príklade vystupujú. Podľa toho použijeme správne fyzikálne zákony a vzorce. Treba zistiť, aké sily pôsobia na viečko. Aby sme mohli pohár otvoriť, musíme prekonať výslednicu týchto síl. Sily pôsobiace na pohár môžu byť dvojakého pôvodu:

1) Tlakové sily, ktoré sa prejavujú ako pôsobenie tlaku na danú plochu - podľa vzorca $p = \frac{F}{S}$ a po úprave máme $F = p \cdot S$.

2) Sily vznikajúce vďaka treniu alebo z iných mechanických príčin. Tie sú špecifické pre každý pohár a nezávisia od vonkajších podmienok.

Teraz sa zamyslíme a do obrázka pohára zakreslíme všetky sily, ktoré tu pôsobia.



Okolo pohára je vzduch s atmosférickým tlakom, preto bude pôsobiť na viečko silou $F_1 = p_\mathrm{a}S$. Hodnota atmosférického tlaku je v tabuľkách, ja som použil hodnotu $p_\mathrm{a} = 101$ kPa. Tlaková sila F spôsobená tlakom vzduchu v pohári, bude pôsobiť na viečko silou $F_2 = p_\mathrm{p}S$. Silou F_t je viečko pridŕžané na pohári vďaka treniu a záhybom na viečku. Výslednica týchto troch síl je:

$$F_\mathrm{v} = F_1 - F_2 + F_\mathrm{t}$$

$$F_\mathrm{v} = p_\mathrm{a} \cdot S - p_\mathrm{p} \cdot S + F_\mathrm{t}$$

Silu F_t nepoznáme, a preto sa ju teraz pokúsime zistiť zo zadania. Čo sa stane, keď prepichneme viečko? Tlak vzduchu v pohári a vonku sa vyrovná, a potom sily F_1 a F_2 budú rovnako velké, ale opačného smeru, a preto ich výslednica bude nulová. Preto viečko bude pridržiavať iba sila F_t. Na otvorenie pohára musíme prekonať práve túto silu. Zo zadania potom vieme určiť, že $F_\mathrm{t} = 4$ N.

Teraz môžeme vypočítať aj tlak v pohári, keď je viečko zavreté. Vtedy na jeho otvorenie potrebujeme pôsobiť silou $F_\mathrm{o} = 44$ N. Zapíšeme si už používanú rovnicu o rovnováhe síl a upravíme ju.

$$F_\mathrm{v} = F_\mathrm{o} = F_1 - F_2 + F_\mathrm{t}$$

$$F_\mathrm{o} = p_\mathrm{a} \cdot S - p_\mathrm{p} \cdot S + F_\mathrm{t}$$

$$p_\mathrm{p} = \frac{p_\mathrm{a} \cdot S - F_\mathrm{o} + F_\mathrm{t}}{S}$$

$$p_\mathrm{p} = \frac{101000\ \mathrm{Pa} \cdot 0{,}0015\ \mathrm{m}^2 - 44\ \mathrm{N} + 4\ \mathrm{N}}{0{,}0015\ \mathrm{m}^2}$$

$$p_\mathrm{p} = 74{,}3\ \mathrm{kPa}$$

Ďalšiu časť úlohy budeme riešiť pomocou grafu v zadaní, z ktorého odčítame potrebné hodnoty. Graf hovorí o tom, že tlak klesá s nadmorskou výškou. Našou úlohou je nájsť taký atmosferický tlak vzduchu p_a2, aby na otvorenie viečka stačila nulová sila. Čiže viečko sa otvorí samovoľne. Opäť zapíšeme rovnicu rovnováhy síl.

$$F_\mathrm{v} = 0 = p_\mathrm{a2} \cdot S - p_\mathrm{p} \cdot S + F_\mathrm{t}$$

hodnoty p_p a F_t poznáme z predchádzajúceho riešenia. Upravením vzťahu dostaneme

$$p_\mathrm{a2} = \frac{p_\mathrm{p} \cdot S - F_\mathrm{t}}{S}$$

$$p_\mathrm{a2} = \frac{74300\ \mathrm{Pa} \cdot 0{,}0015\ \mathrm{m}^2 - 4\ \mathrm{N}}{0{,}0015\ \mathrm{m}^2} = 71{,}6\ \mathrm{kPa}$$

Teraz nám už stačí len z grafu odčítať v akej nadmorskej výške je takáto hodnota atmosférického tlaku. Nájdeme si na grafe hodnotu 72 kPa a pravítkom narysujeme kolmicu na zvislú os tak, aby prechádzala bodom 72 kPa. Tam, kde sa pretne táto kolmica s čiarou grafu, si označíme bod X. Potom si zase zoberieme pravítko a narysujeme kolmicu na vodorovnú os tak, aby prechádzala bodom X. Pozrieme sa, v ktorom bode pretla táto kolmica vodorovnú os grafu a odčítame hodnotu na osi.To bude nami hľadaná hodnota nadmorskej výšky. Pohár kompótu sa sa movoľne otvorí v nasmorskej výške 3, 2 km Bodovanie: *Za jednotlivé výsledky dohromady* 2 *b, slovný komentár a zdôvodnenia* 2 *b, odčítanie z grafu* 1 *b*

Príklad 6 - Zmiznutá voda *opravoval Tomáš Jediný - Tomino*

Príklad nebol náročný, stačilo zobrať odmerku, hrniec, teplomer a hodinky alebo stopky a na chvíľu sa postaviť ku sporáku. Pri experimente som postupoval nasledovne:

Odmeral som izbovú teplotu. Bola 21℃. Do odmerky som nalial liter studenej vody. Vodu som prelial do hrnca, ten som postavil na sporák, zapálil pod ním plyn a začal som merať čas. Počkal som, kým voda nezovrie a potom som hrniec odstavil zo sporáka. Zároveň som zapísal do tabuľky čas prevárania a začal merať čas chladnutia. Keď voda ochladla na izbovú teplotu, z hrnca som ju prelial opäť do odmerky, aby som zistil, koľko vody sa odparilo.

Potom som celý pokus zopakoval s hrncom prikrytým pokrievkou. Aby bol výsledok hodnoverný, bolo treba vodu prevárať v tom istom hrnci, ako pri pokuse bez nej.

Pre lepšiu názornosť som ale pokus zopakoval aj s ďalším hrncom. Pokiaľ prvý bol nízky a široký, druhý bol vysoký a úzky. No a nakoniec som ešte vyskúšal, aký vplyv má na varenie to, či zapálim pod hrncom plný plyn, alebo ho nechám stíšený.

Výsledky experimentu som zapísal do nasledujúcej tabuľky:

hrniec	pokrievka	čas prevárania		čas chladnutia*	odparená voda*
		malý plyn	veľký plyn		
1	nie	12:25 min	07:30 min	2:45 hod	160 ml
1	áno	10:45 min	06:15 min	4:00 hod	12 ml
2	nie	12:00 min	09:45 min	2:50 hod	153 ml
2	áno	10:30 min	08:30 min	4:10 hod	10 ml

* znamená priemer dvoch meraní, 1 znamená prvý hrniec - nízky a široký, 2 druhý - úzky a vysoký

Z experimentu vyplynulo, že najrýchlejšie zovrie voda v hrnci so širokým dnom na veľkom ohni, ak ju zakryjeme pokrievkou. Prečo je to tak? Keď má hrniec široké dno, zväčší sa tým plocha, cez ktorú prijíma teplo. A to je pri hrnci na sporáku hlavne jeho dno. Zároveň sa tým ale zväčší aj plocha, kadiaľ teplo zhora uniká.

Použitím pokrievky ale vo veľkej miere dokážeme zabrániť únikom tepla z hrnca a taktiež aj vyparovaniu vody. Tým vlastne získame viac prevarenej vody za kratší čas.

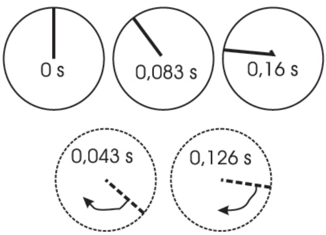
Pokrievka takisto spôsobí, že voda v hrnci chladne dlhšie. Je to opäť kvôli tomu, že bráni úniku tepla. Rovnako pri chladnutí naďalej zabraňuje unikaniu pár z hrnca. Podstatná časť vody sa pri experimente bez pokrievky odparila práve v tejto časti pokusu, pretože chladnutie trvalo oveľa dlhšie než ohrev.

Ak by som chcel získať medzivýsledok odparu vody pri teplote 100℃, bolo by lepšie vriacu vodu odvážiť, nakoľko objem sa s teplotou mení, ale hmotnosť nie.

Bodovanie: *Vykonanie experimentu s jeho úplným opisom* 2 *b, výsledky správne zapísané v tabuľke* 2 *b, porovnanie časov a zhodnotenie* 1 *b.*

Príklad 7 - Autá vo filme *opravoval Peter Petrík - Zilo*

Keď sa filmuje, tak je to niečo, ako keby ste si približne 24-krát za sekundu odfotili scénu. Tak často je to preto, lebo oko „snímkuje“ asi iba každých 0,1 sekundy (to preto, aby to stihlo potom spracovať).



Predstavte si, že sa koleso na vozidle točí tak rýchlo, že za čas, kedy oko zoberie ďalší obraz, sa dostane do tej istej polohy, ako bolo na predchádzajúcom obraze. Nám ako divákom sa potom zdá, že koleso sa nehýbe :). Keby sa vozidlo pohybovalo o trochu pomalšie, tak by sme „odfotili“ iba vrchné 3 snímky z obrázku, a zdalo by sa nám, že sa kolesá pohybujú dozadu (skúste si zakryť spodné dve kolesá a uvidíte:)).

Bodovanie: *Za správne a prehľadné obrázky kolesa vo viacerých časoch* 2 *b, za vysvetlenie javu (a okomentovanie obrázkov)* 3 *b.*

Príklad 8 - Konská sila *opravoval Martin Lauko - Logik*

Tento príklad nebol ťažký, chceli sme **spojiť dokopy** niekoľko základných vzťahov.

- **výkon** P: podiel práce W a času t, za ktorý bola práca vykonaná .. $P = \frac{W}{t}$
- **práca** W: súčin sily F a dráhy s, na ktorej sila pôsobila .... $W = F \cdot s$
- **rýchlosť** v: podiel dráhy s a času t, za ktorý bola prekonaná .... $v = \frac{s}{t}$

Začneme z prvej rovnice a postupne „dosádzame“ - teda veličiny nahrádzame tým, čomu sa podľa predchádzajúcich vzťahov rovnajú:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F \cdot s}{t} = F \cdot \frac{s}{t} = F \cdot v$$

Predelením ľavého aj pravého konca v dostaneme vzťah pre silu $F = P/v$. Práve tento vzťah je riešením príkladu: použitím hodnôt zo zadania (P a v) jediným výpočtom dostávame výsledok. Zároveň riešenie nemôže byť kompletné, pokiaľ tento vzťah neodvodíme zo základných (uvedených hore).

Dosadíme podľa zadania výkon koňa[1] $P = 1$ HP $= 740$ W a rýchlosť $v = 1{,}6\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$:

$$F = \frac{P}{v} = \frac{740\ \mathrm{W}}{1{,}6\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = 462{,}5\ \mathrm{N}$$

Náš koník teda stroj poháňa silou $F = 462{,}5$ N. Všimnime si, že toto je sila konajúca prácu - táto pôsobí v smere pohybu telesa (napr. keď držíme vo vzduchu knihu, prácu nekonáme). Kým kôň chodí do kruhu, mení sa smer pohybu telesa aj smer pôsobiacej sily - obe však rovnako. Preto koník koná prácu silou veľkosti F, ktorú sme vypočítali.

Druhá časť bola jednoduchá: počítame čas t_1, za ktorý kôň prejde obvod kružnice, teda $s = 2\pi \cdot r$ (polomer $r = 2{,}5$ m) rýchlosťou $v = 1{,}6\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$:

$$t_1 = \frac{s}{v} = \frac{2\pi \cdot r}{v} = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 2{,}5\ \mathrm{m}}{1{,}6\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} \doteq 9{,}81\ \mathrm{s}$$

Úloha sa dala riešiť aj tak, že v prvej časti použijeme výsledky (čas a dráhu) z časti druhej. Keď však urobíme niekoľko výpočtov (násobení, delení) a vždy „trochu“ zaokrúhlime výsledok, konečné číslo nie je príliš presné. Preto si vždy postupným dosádzaním vyjadríme jeden vzťah, do ktorého dosadíme všetky hodnoty **jedným výpočtom** - teda iba s jednou zaokrúhľovacou chybou.

Bodovanie: *Úplne správne riešenie* 5 *b, strhával som* -1 *b za chýbajúce odvodenie,* -1 *b za nedostatočný slovný komentár alebo iné drobné chyby.*

[1] jednotka HP *(z angl. Horse Power)* značí konskú sila, teda 740 W