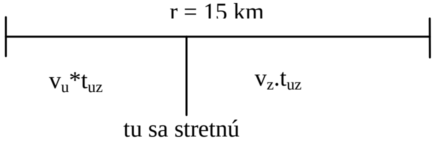
Potrebujeme vypočítať:
v = ? najmenšia rýchlosť kráľa, aby dobehol únoscu

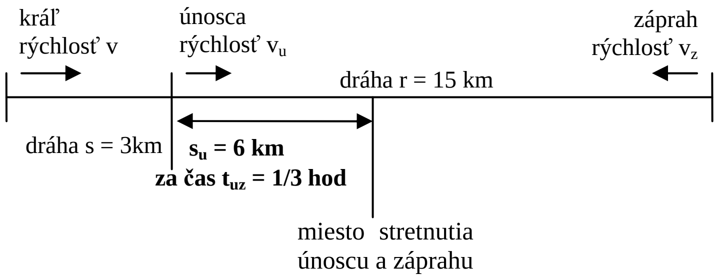
Najskôr musíme zistiť, kde sa stretne únosca so záprahom (pohyb kráľa nás teraz nemusí zaujímať). Únosca sa na miesto stretnutia dostane za rovnaký čas t_{uz} ako záprah. Za tento čas prejde únosca dráhu $v_u.t_{uz}$, záprah prejde $v_z.t_{uz}$.



Ako vidno na obrázku, $v_u.t_{uz} + v_z.t_{uz} = r$.
$t_{uz}.(v_u+v_z) = r$
$t_{uz} = \dfrac{r}{v_u+v_z} = \dfrac{15}{45} = \dfrac{1}{3}$ h
Teda únosca a záprah sa stretnú o 20 minút.
My ale potrebujeme vedieť, kde sa stretnú. Poznáme rýchlosť únoscu v_u a poznáme čas, ktorý sa bude únosca hýbať, takže dráha, ktorú únosca prejde, je $s_u = v_u.t_{uz} = 18.\frac{1}{3} = 6$ km.

Takže, aby kráľ dobehol únoscu, musí za čas t_{uz} (toľko trvá únoscovi, kým sa dostane k záprahu) dôjsť na miesto stretnutia únoscu a záprahu. Teda za čas t_{uz} musí prejsť $s + s_u = 3 + 6 = 9$ km.

Teda vypočítali sme toto:



Z toho vieme vypočítať rýchlosť kráľa $v = (s + s_u)/t_{uz} = 9/(1/3) = 27$ km/h.
Kráľ teda musí ísť rýchlosťou väčšou ako **27 km/h**, ak chce dobehnúť únoscu predtým, ako sa ten stretne so záprahom.

Príklad sa dal riešiť okrem iného aj trojčlenkou pomocou pomerov rýchlostí.

Bodovanie: Vysvetlenie toho, čo počítame, ako to počítame a prečo to počítame práve takto (stačil obrázok alebo stručný popis) 2b, výpočet 3b, menšie chyby -0,5 bodu.

PIKOFYZ

Vzorové riešenia 1. série

Pikofyz, 9. ročník www.p-mat.sk/pikofyz šk. rok 2006/2007

Príklad 1 – Lietajúci list *opravovali Zuzka Pôbišová a Kaťa Molnárová*

Najprv si musíme uvedomiť, prečo by mal list s balónikom vzlietnuť. Na každé teleso pôsobí tiažová sila zvislo nadol. Na list, na blanu balónika i na hélium v ňom. Na balónik ale podľa Archimedovho zákona pôsobí aj vztlaková sila zvislo nahor (tiež na list, ale tá je zanedbateľná). a ak bude vztlaková sila väčšia ako celková gravitačná, balóniky s listom vzlietnu.
Teraz túto teóriu prepíšeme do nerovníc a dosadíme **správne premenené** hodnoty zadaným veličín**:**

$$F_{vz} > F_g$$
$$n.F_{vz} > F_{gL} + n\,F_{gHe} + n\,F_{gB} \qquad \text{kde n je počet balónikov}$$
$$n.V.\rho_v.g > m_Lg + n.V.\rho_{He}.g + n.m_B.g$$
$$n.V.\rho_v - n.V.\rho_{He} - n.m_B > m_L$$
$$n\,(V\rho_v - V.\rho_{He} - m_B) > m_L$$
$$n > \frac{m_L}{V(\rho_v - \rho_{He}) - m_B} = \frac{0{,}012\text{ kg}}{0{,}004\text{ m}^3\,(1{,}29\text{ kg/m}^3 - 0{,}18\text{ kg/m}^3) - 0{,}02\text{ kg}} = 4{,}92$$

To v praxi znamená, že balónikov musí byť 5 alebo viac.
Bodovanie: Maximálne 4 body mohol dostať ten, kto len skúšal pridávať balóniky, ale len ak to bolo úplne správne s rozobranými všetkými možnosťami.
1 až 3 body v závislosti od toho kam sa až dopracovali dostali tí, čo aspoň začali počítať nejaké gravitačné a vztlakové sily.
0,2 bodu sme strhávali za riešenie „5 balónikov“ namiesto „aspoň 5 balónikov“. Veď ich nemusí byť presne 5, môže ich byť napr. 27 a ono to tiež vzletne...,
do 1 bodu sme strhávali za chýbajúci komentár a numerické chyby či chyby pri premieňaní jednotiek, podľa závažnosti.
0 bodov dostali tí, ktorí nepočítali nijaké sily, len vydelili hmotnosť listu hmotnosťou balónika. Takto by na kilové závažie stačilo priviazať ďalšie kilové závažie a tie by vzlietli.

Príklad 2 – Vlek na kopec *opravoval Matej Duník / Matt*

Takto vyzerá moje riešenie: $Nmgh = 2P_0t \Rightarrow h = 2P_0t/(Nmg) = 2.800.7200/(120.70.10)$ m = 137m. Ja viem, je to "trošku" neprehľadné... ☺ Ale mnohé vaše riešenia boli napísané presne takto – zopár rovničiek a výsledok. No a mohli ste napísať napríklad toto:
Vychádzame z toho, že celková práca, ktorú koníky vykonajú na zdvihnutie kvádrov sa rovná práci, ktorú treba na zdvihnutie kvádrov. To je očividné. No a práca, ktorú dva koníky (každý s výkonom $P_0 = 800$ W) vykonajú za dve hodiny (teda za $t = 7200$ s) je $W = 2P_0t$. A práca, ktorú treba vykonať na zdvihnutie kvádrov je $W = F.h$ (kde F je sila, ktorou treba pôsobiť, aby sa kvádre dvíhali – jej veľkosť sa rovná veľkosti tiažovej sily a h je dráha – v našom prípade výška – výškový rozdiel). Tiažovú silu vypočítam z celkovej hmotnosti všetkých kvádrov, teda $F = N.m.g$ (N je počet kvádrov). Silu dosadím do predchádzajúcej rovnice: $W = Nmgh$. A tieto dve práce sa rovnajú, takže

$$N.m.g.h = 2.P_0.t$$

Po úpravách

$$h = \frac{2P_0t}{Nmg} = \frac{2.800\ W.7200\ s}{120.70\ kg.10\ N/kg} = 137\ m$$ - to je náš maximálny výškový rozdiel.

Objavili sa aj úvahy o tom, čo sme to vlastne vypočítali, či to nie je náhodou nejaká skutočná dráha lanovky a výška je potom menšia... My sme dostali túto vzdialenosť z vzťahu W = F.s. Uvažujeme o tiažovej (alebo gravitačnej) sile, ktorá pôsobí zvisla nadol, teda koníky musia pôsobiť zvisle nahor a k tomuto smeru prislúcha aj dráha – teda v našom prípade výška.

Bodovanie: Bol som veeeľmi mierny v hodnotení. Teda 5 bodov dostal každý, kto sa dostal k správnemu výsledku a podložil ho aspoň nejakými rovnicami a vysvetlením, dokonca aj takí, ktorí sa neobťažovali čokoľvek vysvetľovať (nezvykajte si na to). Za malé chyby v rádoch, jeden koník namiesto dvoch, zle premenené jednotky a iné –0,3b - –1,5b. Za väčšie chyby – vo vzťahoch, výsledok úplne bez počítania a pod. –2,5b.

Príklad 3 – Stred Slovenska *opravoval Juraj Čechvala*

Ťažisko telesa je bod, v ktorom pôsobí tiažová sila na teleso. Z tejto vlastnosti ťažiska vyplývajú rôzne spôsoby jeho zisťovania. Uvádzam 3 najjednoduchšie, všetky sú správne a rovnocenné, teda nech si použil ktorýkoľvek z nich, máš možnosť získať plných 5 bodov (ak si postupoval správne).

Samozrejme si vždy najskôr vystrihnem mapu Slovenska, ale iba to, čo leží v jeho hraniciach, teda žiadne obdĺžniky, najlepšia je veľká mapa podlepená tvrdým papierom.

1. Tento je zo všetkých najjednoduchší a najrozšírenejší. Mapu Slovenska si zavesím tak, aby sa mohla úplne voľne(toto je veľmi dôležité) otáčať, napríklad do nej urobím malú dierku a strčím do nej špendlík. Potom vezmem olovnicu a priložím ju k mape tak, aby niť olovnice prechádzala bodom závesu mapy. Pozdĺž nite urobím ceruzkou alebo perom rovnú čiaru. Toto zopakujem niekoľkokrát tak, že mapu zavesím za rôzne miesta (napr. za Košice, Žilinu, Myjavu a Bratislavu). Ak som postupoval správne, všetky čiary sa mi pretnú v jedinom bode – v ťažisku. Toto sa deje práve preto, lebo tiažová sila pôsobí v ťažisku, ktoré sa jej pôsobením zhupne tak ako kyvadlo (lebo mapa je zavesená) do zvislého smeru, teda do smeru, ktorý ukazuje olovnica. Pri tomto spôsobe platí zásada: čím väčšia mapa, tým presnejšie určím ťažisko.

2. Pretože všetka tiaž pôsobí na teleso v jeho ťažisku, stačí podoprieť teleso presne pod jeho ťažiskom a to určite nespadne, musí sa udržať, ako keby bolo položené na stole. Takto systémom pokus-omyl môžem nájsť aj ťažisko Slovenska. Vezmem predmet s tenkým hrotom, napríklad zastrúhanú ceruzku alebo kružidlo (môžem použiť aj prst, ale nie je to najpresnejšie) a hľadám bod na mape, v ktorom keď ju podopriem, zostane v rovnováhe (vodorovne). Tento bod je ťažisko Slovenska. Pre túto úlohu treba mať mapku z tvrdého papiera, aby sa neprehýbala.

3. Tretí spôsob funguje rovnako ako druhý, ale mapku nepodopieram v jednom bode, ale položím ju na tenkú paličku tak, aby z nej nespadla. Keď takú polohu nájdem, urobím rovnú čiaru tam, kde bola mapka podoprená paličkou. Pretože sa mapka udržala v takej vratkej polohe, musela palička prechádzať pod ťažiskom, a teda ťažisko leží na vyznačenej čiare. Aby som ho určil presne, nájdem ešte inú polohu, v ktorej sa mapka udrží na paličke a urobím druhú čiaru. Tam, kde sa čiary pretnú, leží ťažisko. Opäť je najlepšie mať mapku z tvrdého papiera.

Príklad 7 – Drak *opravovala Zuzka Batmendijnová / BTW*

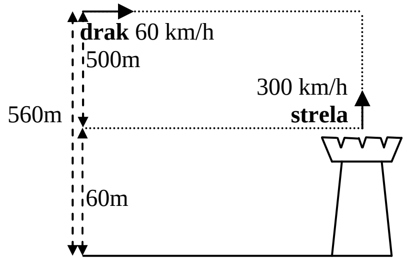
Bod S je bod Stretu draka so strelou (alebo bod Smrti draka, ako chcete;)

$$v_{draka} = 60\ \frac{km}{h} = \frac{60.1000}{3600}\frac{m}{s} = \frac{50}{3}\frac{m}{s}$$

$$v_{strely} = 300\ \frac{km}{h} = \frac{300.1000}{3600}\frac{m}{s} = \frac{250}{3}\frac{m}{s}$$

$s_{drak\text{-}s}$= 0,402 km = 402 m

$s_{strela\text{-}s}$= 560-500 = 500 m



Ak chceme draka trafiť čarovnou strelou, musíme ju vypustiť tak, aby v bode S bola strela aj drak v rovnakom čase. Ako dlho bude trvať drakovi, kým doletí do bodu S?

$$t_{draka} = \frac{s_{drak\text{-}s}}{v_{draka}}$$

A ako dlho bude trvať strele, kým doletí do bodu S?

$$t_{strela} = \frac{s_{strela\text{-}s}}{v_{strely}}$$

Predstavme si, že kušu sme práve nabili a drak k nám letí . Strelu musíme vypustiť o čas t_s skôr, ako dorazí drak do bodu S. Čiže o čas

$$t_s = t_{draka} - t_{strely} = \frac{s_{drak\text{-}s}}{v_{draka}} - \frac{s_{strela\text{-}s}}{v_{strely}}$$

$$t_s = 402.\frac{3}{50} - 500.\frac{3}{250} = 18{,}12\ s$$

Strelu treba vypustiť o 18,12 sekundy.

Komentár: Pozor na **zaokrúhľovanie** periodických čísel! Periodické čísla sú ošemetná záležitosť, radšej ich nechávajte v tvare zlomku (ako vo vzorovom riešení).

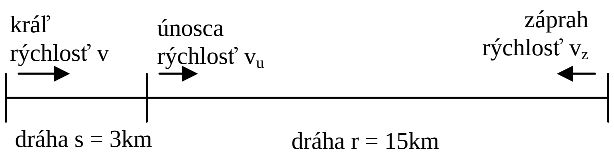
Vysvetľujte poriadne každý krok v riešení! Musíte nás opravovateľov presvedčiť o tom, že rozumiete tomu, čo počítate.

Bodovanie: 5b za úplné riešenie,-0,2b až -1b za nedostatočné vysvetlenie alebo nesprávne zaokrúhlenie, 3b za riešenie s väčšou chybou alebo chýbajúcim komentárom, 1-2b za čiastočné výpočty.

Príklad 8 – Stíhanie *opravoval Matúš Svrček / Svrki*

Zo zadania vieme:

s = 3km (vzdialenosť kráľa od únoscu), r = 15km (vzdialenosť únoscu od záprahu), v_u = 18 km.h^{-1} (rýchlosť únoscu vzhľadom na zem), v_u+v_z = 45 km.h^{-1} (vzájomná rýchlosť únoscu a záprahu vzhľadom na zem)



Bodovanie: Ak si našiel správny spôsob určenia ťažiska a dobre (myslím naozaj dobre) si ho popísal, máš určite 3 body. Ak bolo niečo nejasné alebo nesprávne, strhávali sme z 3 až na 0 bodov. Ak si postupoval nesprávne, ale našiel si ťažisko aspoň približné (obdĺžnikovači), mohol si dostať 1 bod. Tvojou úlohou bolo poslať nám mapu, na ktorej si našiel ťažisko. Tá bola za 2 body, ale len ak bola pripnutá k riešeniu úplne vystrihnutá (nie obdĺžnik), s nájdeným *ťažiskom, inak bol za ňu 1 bod, ten si za ňu dostal aj vtedy, keď nej bolo niečo vyznačené, ale bez komentára ako si to našiel. Ak mapa chýbala, nedostal si za ňu body žiadne.*

Príklad 4 – Harmonika *opravovali Maťo Varga, Boris Bulánek a ďalší*

Najčastejšou chybou bolo, že ste nevedeli, ako má vyzerať experiment, čo je jeho cieľom. Takže často vám chýbali vstupné hodnoty, namerané hodnoty a z nich plynúce závery.

pomôcky: 3 harmoniky so záhybmi veľkosti 1, 2 a 3 cm, pohár s väčšou plochou dna, voda, odmerka

postup: na jednotlivé harmoniky pokladáme daný prázdny pohár známej hmotnosti – 50g, postupným prilievaním vody z odmerky sledujeme chovanie harmoniky. Za maximálnu hmotnosť, ktorú harmonika ešte udrží, považujeme buď moment, keď sa celá harmonika pod pohárom úplne vystrie, alebo v prípade drsnej podložky, keď sa pohár dostatočne nakloní na stranu. Maximálnu hmotnosť získame vedomosťou o objeme vody v pohári a hmotnosti pohára. Namerané hodnoty maximálnej hmotnosti pre jednotlivé harmoniky zapíšeme do tabuľky. V prípade väčšieho počtu harmoník môžeme získanú závislosť vyniesť do grafu.

výsledky merania:

	maximálna hmotnosť [g]		
veľkosť záhybu [cm]	sklenená podložka	drevená podložka	podložka z brúsneho papiera
1	450	540	666
2	342	483	535
3	230	354	421

záver: z nameraných údajov usudzujeme, že čím je menšia veľkosť záhybov, tým väčšia je maximálna hmotnosť. Čím je podložka drsnejšia, tým je väčšia maximálna hmotnosť.

Bodovanie: 3 body – číselné výsledky merania, z ktorých sa dá vyvodiť záver, 1 bod – správny záver, 1 bod – správny postup merania

Príklad 5 – Sušenie húb *opravoval Martin Lauko / Logik*

Tento príklad nebol ťažký, napriek tomu mnohým z vás robil problémy.

Najskôr si pripomeňme, čo je vlastne **hustota**. Hustotu ρ vypočítame ako podiel hmotnosti telesa m a jeho objemu V, udáva hmotnosť jednotkového telesa (s objemom 1 m^3). Pritom hustota je vlastnosť telesa – podobne ako napríklad farba. Každá huba má rovnakú hustotu ako ostatné (pre zjednodušenie to predpokladáme), aj každé vrece húb má hustotu 500 kg/m^3, aj hustota 10 vriec húb je stále len 500 kg/m^3.

Teraz sa môžeme zamyslieť nad tým, čo sa deje s hubami pri **sušení**. Mení sa ich hmotnosť aj objem. Predstavme si, že sa to deje postupne. Najskôr hubám klesne hmotnosť na 20% (teda ich nová hmotnosť bude pätina pôvodnej, pozor, „klesne na“ a „klesne o“ nie je to isté!). Ich rozmer sa však nezmení. Teda keď sa zníži len hmotnosť, stále budeme mať 10 vriec húb, tieto vrecia však budú ľahšie ako pôvodné.

Teraz sa klesne objem na 40% (= 100% - 60%). To znamená, že huby sa zmenšia. Takže už nebudú zaberať 10 vriec, ale len 40% z nich (ak vo vreciach necháme rovnaký objem húb). Preto po usušení budú mať **4 vrecia** húb.

A čo sa stane s hustotou? Najlepšie je všeobecné písmenkové riešenie – indexy 0 označujú pôvodné veličiny a indexy 1 veličiny po usušení. Teda $m_1 = 0{,}2.m_0$, $V_1 = 0{,}4.V_0$.

Pôvodná hustota $\boldsymbol{\rho_0 = \frac{m_0}{V_0}}$ (mimochodom, dôležité vzťahy ako tento treba do riešení písať). Nová hustota bude

$$\rho_1 = \frac{m_1}{V_1} = \text{(dosadíme)}\ \frac{0{,}2.m_0}{0{,}4.V_0} = \frac{0{,}2}{0{,}4}\frac{m_0}{V_0} = 0{,}5.\rho_0.$$ Keďže pôvodná hustota $\rho_0 = 500\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$, tak nová hustota $\rho_1 = 0{,}5.\rho_0 = 0{,}5.500\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 250\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$.

Druhou možnosťou bolo zvoliť si hmotnosť a objem (tak, aby hustota spĺňala zadanie) – napríklad hmotnosť m_0 = 500 kg a objem všetkých vriec V_0 = 1 m^3. Vypočítame novú hmotnosť m_1 = 100 kg a nový objem V_1 = 0,4 m^3, vydelením zistíme hustotu. Otázka je či to tak môžeme robiť: v tomto prípade áno (premysli si prečo), inokedy to tak nemusí byť.

Takže záverečná odpoveď: po usušení budú mať 4 vrecia húb, ktorých hustota bude 250 kg/m^3.

Bodovanie: úplné a správne riešenie 5 bodov, chýbajúci komentár alebo vzťah –1 b, správne riešenie len jednej časti 2-3 body, odpoveď bez vysvetlenia alebo chybná úvaha 0,5 – 1,5 bodu.

Príklad 6 – Topánkisti na ľade *opravoval Peter Beňa / Pitkin*

Predstavme si chlapca, ktorý sa postaví v topánkach na rybníku na ľad, prezuje sa, dá si korčule. Keď sa postaví, je šanca, že sa prepadne väčšia či menšia? Čo sa zmenilo? Jedine obuv. Nech majú topánky aj korčule rovnakú hmotnosť. Potom vieme, že na chlapca v oboch prípadoch pôsobí rovnaká gravitačná sila. Rozdielna je ale plocha, ktorou sa chlapec dotýka svojou obuvou ľadu. Styčná plocha čepele korčule a ľadu je podstatne menšia ako styčná plocha topánky a ľadu. Potom tlak vyvolaný gravitačnou silou prostredníctvom korčule je väčší, lebo jeho veľkosť je nepriamo úmerná ploche, na ktorú sila pôsobí(tlak je definovaný ako podiel sily a plochy, na ktorú táto sila pôsobí, teda $p = \frac{F}{S}$. Otázkou už je bezpečnosť. Väčší tlak má väčšie deformačné účinky a teda na korčuliach je riziko prepadnutia sa väčšie.

Ak by sme sa hýbali, musíme zobrať do úvahy veľa faktorov, vymenujeme niekoľko: nestojíme na dvoch nohách, ale na jednej, čím pôsobíme silou na menšiu plochu; pri chôdze nestojíme stále na celom chodidle; pri dopade vznikajú otrasy; korčule sa do ľadu zarezávajú; ak začne ľad pukať, pri vyššej rýchlosti na korčuliach sa dostaneme na neporušený ľad kým praskajúca časť povolí; ďalšie iné

Bodovanie: za závislosť na ploche 1 bod, ako sa pri ploche mení tlak 1 bod, pri akom tlaku je bezpečnejšie stáť na ľade 1 bod + 0,5 bodu správna odpoveď, že korčuliarom hrozí väčšie riziko, 1 + 0,5 bodu za aspoň dva sprievodné javy pri pohybe – tvrdenie, že treba počítať len s 1 a žiadnym iným nie je nikdy vo fyzike správne.