

Teraz vypočítame jeho výslednú rýchlosť v , ktorá vznikne zložením rýchlostí rytiera a rýchlosti rieky. Pozor! Nemôžete dané rýchlosti iba jednoducho sčítať, pretože ich smery sú

na seba kolmé! $v = \sqrt{1,2^2 + 0,6^2} \approx 1,34 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ (takisto stačilo odmerať). A výsledný čas

$$t = \frac{s}{v} = \frac{46,957 \text{ m}}{1,34 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \approx 35 \text{ s.}$$

Ako vidíte, takýto spôsob počítania je oveľa škaredší a nepresný.

Komentár: Ak je v zadaní napísané „narysuj vo vhodnej mierke“, obrázok nestačí iba načrtnúť, ale naozaj narysovať tak, aby boli zachované pomery dĺžok a veľkosti uhlov v porovnaní s realitou. A treba uviesť aj mierku, v akej to rysujete.

Bodovanie: 5b za úplné riešenie, -0,5b za nedostatočné odôvodnenie, -1b za chýbajúci náskres, 3b za riešenie s väčšou chybou, 2b za výpočty so zadanými číslami nezodpovedajúce zadaniu úlohy, 1b za čiastočné výpočty

Príklad 8 – Pritáhovovanie bárky opravoval Juraj Čechvala / Jurino

Príklad sa najlepšie rieši ako obyčajná pohybová úloha. Dráhu, ktorú bárka prejde si rozdelíme na dvojmetrový úsek (s_1), na ktorom ťahajú lano obaja rytieri a na trojmetrový úsek (s_2), na ktorom ťahá iba rytier na brehu. Ak ťahajú rytieri spolu, rýchlosti ktorými ťahajú lano, a teda aj bárku, sa sčítavajú (v_1). Ak ťahá rytier lano sám (v_2), bárka sa pohybuje tak rýchlo ako lano. Čas, za ktorý príde bárka ku brehu, je súčet časov, za ktoré prejde bárka najprv prvý úsek dráhy (t_1) a potom druhý úsek dráhy (t_2). Rovnice vyzerajú asi takto:

$$\begin{aligned} s_1 &= 2 \text{ m} & s_2 &= 3 \text{ m} \\ v_1 &= 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}} & v_2 &= 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ t_1 &= \frac{s_1}{v_1} = \frac{2}{1} \text{ s} = 2 \text{ s} & t_2 &= \frac{s_2}{v_2} = \frac{3}{0,5} \text{ s} = 6 \text{ s} \end{aligned}$$

$$t = t_1 + t_2 = 2 \text{ s} + 6 \text{ s} = 8 \text{ s}$$

Správny výsledok je osem sekúnd. Dôležité je uvedomiť si, prečo sčítavam rýchlosti, ak ťahajú obaja rytieri súčasne. Každý rytier ťahá lano smerom k sebe (akoby sa preťahovali), ale jeden stojí pevne na brehu a druhý na bárke, nikto nikoho nestiahne do vody, pretože bárka sa pohybuje smerom k brehu a tak vyrovnáva ťahanie rytierov, aby vyrovnala súčasne ťahanie dvoch rytierov, musí ísť tak rýchlo ako súčet rýchlostí ich ťahania.

Úloha sa dala riešiť aj tak, že sme si dráhu rozdelili po metroch a ráтали čas za ktorý prešla bárka každý jeden meter, súčet časov bol potom opäť osem sekúnd alebo sme ráтали čas po sekundách a zrátavali prejdene metre v momente, keď bolo metrov päť, tak sme skontrolovali, na ktorej sme sekunde, mala by nám vyjsť ôsma sekunda.

Bodovanie: Správny postup aj s výsledkom 5b; 0,5 až 1 bod som strhal ak chýbal akýkoľvek komentár alebo ak mal riešiteľ nejaké nepresnosti v postupe (zlé fyzikálne jednotky a pod.).

Chybný výsledok na základe jednej nesprávnej úvahy 2 až 4b podľa môjho uváženia, časté chyby ako nespočítanie rýchlostí keď ťahali obaja rytieri alebo numerické chyby.

Tí čo nevedeli, že čas je dráha lomené rýchlosť a podobní...0 až 2b -riešenia z ktorých bolo vidno, že riešiteľ nevie, čo vlastne počíta alebo ak aj áno, narobil toľko chýb, že nespočítal správne ani časť príkladu.



Vzorové riešenia 2. série

Pikofyz, 9. ročník

www.p-mat.sk/pikofyz

šk. rok 2006/2007

Príklad 1 – Klamlivé váhy opravoval Peto Petrík / Zilo

Fungujú váhy spravodlivo? No uvidíme. Na každé teleso na zemi pôsobí okrem gravitačnej sily aj vztlaková (obrázok napravo). Na pravej strane váh máme fyzikov zvláštny predmet (m_f, V_f). Sila na pravú miskú váh je teda

$$F_p = m_f g - \rho_{\text{vzduch}} g V_f = 8,5 \text{ N}$$

a aby boli váhy v rovnováhe to sa musí **rovnať** sile pôsobiacej na ľavú miskú. Na ľavú miskú pôsobí sila (v úprave som použil vzťah $V=m/\rho$)

$$F_l = m_{\text{pb}} g - \rho_{\text{vzduch}} g V_{\text{pb}} = m_{\text{pb}} g \left(1 - \frac{\rho_{\text{vzduch}}}{\rho_{\text{pb}}}\right) = F_p$$

takže z toho vyplýva že $m_{\text{pb}} = 8,5 \frac{\text{N}}{g} \left(1 - \frac{\rho_{\text{vzduch}}}{\rho_{\text{pb}}}\right) = 0,873 \text{ kg}$. To znamená že na ľavej strane váh je iba 0,873kg olova! Veľa z vás počítalo vztlakovú silu na ľavej časti váh tak, ako keby tam bolo 1kg olova, čo ale nie je správne. Mali ste však šťastie, lebo ρ_{vzduch} je oveľa menšie (asi 10000krát) ako ρ_{pb} a preto je vztlaková sila na olovo zanedbateľná. Na Mesiaci je to trochu iné. Nie je tam atmosféra (vlastne je veľmi veľmi veľmi riedka) a preto sú tam vztlakové sily úplne zanedbateľné. To znamená že na oboch koncoch váh musí byť presne rovnaká hmotnosť = 1 kg. Preto sa cítil Arthur oklamáný lebo na Mesiaci by dostal 0,127kg olova viac. No čo, sú spravodlivé? ☺

Bodovanie: 2 body za vypočítanie vztlakových síl, 1 bod za určenie m_{pb} , 1 bod za situáciu na Mesiaci, 1 bod za zvyšné veci

Príklad 2 – Kotúľanie bedne opravovala Zuzka Pôbišová

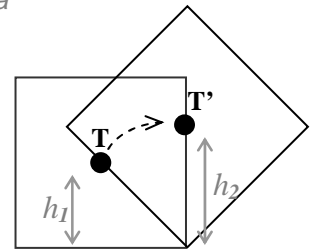
Keď chceme kocku preklopiť okolo hrany, stačí aby sme ju dostali do polohy ako na obrázku, ďalej už spadne sama. Tým zmeníme polohu ťažiska a teda aj polohovú energiu. A práca, ktorú vykonáme, sa rovná práve tejto zmene polohovej energie. Teda:

$$W = \Delta E_p$$

$$W = mgh_2 - mgh_1$$

$$W = mg(h_2 - h_1)$$

Vieme, že $h_1 = \frac{a}{2} = 0,5 \text{ m}$, h_2 vypočítame z Pytagorovej vety: $h_2 = \frac{a}{\sqrt{2}} = 0,71 \text{ m}$



Po dosadení dostaneme:

$$W = 50 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ N/kg} \cdot (0,71 \text{ m} - 0,5 \text{ m})$$

$$W = 103 \text{ J}$$

Na jedno preklopenie sa kocka posunie o 1 m, potrebujeme ju teda preklopiť 10-krát, teda celková práca bude $103 \text{ J} \cdot 10 = 1030 \text{ J}$.

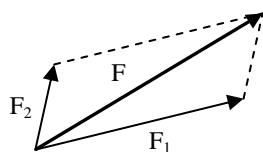
Arthur vykonal prácu 1030 J.

Bodovanie: Za správne riešenie ste mohli dostať 5 bodov. Tí, čo len zadané hodnoty dosadili do vzorca $W = Fs$ bez toho, aby sa nad tým zamysleli, dostali 0,5b. Kto nepočítal rozdiel výšok ťažiska, ale mal tam nejakú dobrú myšlienku, dostal 2 až 3 body. Za drobné chyby a chýbajúci slovný komentár som strhávala do 1b.

Príklad 3 – Boj o syr opravoval Ondrej Bogár / Bugy

Úloha bola trochu netradičná, lebo ste ju mali riešiť graficky. To ste si mnohí neprečítali pozorne. Riešiť graficky znamená, že nepotrebujete nič počítať a k výsledku sa odstanete len za pomoci pravítka, ceruzky a kružidla.

Skôr ako sa pozrieme na samotné grafické riešenie tak si povedzme teóriu, ktorú budeme potrebovať. Ak sú sily rovnobežné tak ich môžeme jednoducho odčítať od seba. Výsledná sila bude mať smer väčšej sily. Sily, ktoré sú rôznobežné, sa skladajú inak. Celé to má ale jednu podmienku – že skladané sily musia pôsobiť v jednom bode (v našom prípade stred syra alebo ťažisko). Sily si doplníme na silový rovnobežník. Výslednú silu nájdeme dokreslením uhlopriečky tohto rovnobežníka. Na správne vyriešenie príkladu nám stačili tieto dve pravidlá.



Na začiatok grafického riešenia si musíme zvoliť mierku, v ktorej budeme pracovať. To znamená, že koľko Newtonov bude predstavovať jeden centimeter v našom riešení. To je veľmi dôležité a mnohí ste na to zabudli. Na syr pôsobia 4 rôzne sily. Vyberieme si dve z nich a podľa hore napísaných pravidiel ich zložíme. Potom zoberieme zvyšné dve a tiež ich zložíme. Teraz nám ostali už len dve rôznobežné sily. Doplníme ich na rovnobežník a nakreslíme výslednicu. Smer pôsobenia výslednej sily je zrejmy z obrázku (preto je to grafické riešenie). Určíme už len veľkosť výslednej sily. Na to nám posluží mierka, ktorú sme si predtým zvolili a v ktorej je celé riešenie narysované. Pravítkom zmeriame dĺžku výslednej sily a pomocou mierky prevedieme na silu v Newtonoch.

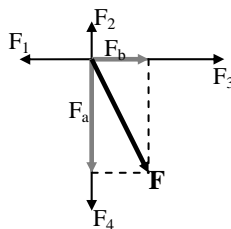
Môj postup: mierka $1 \text{ cm} = 2 \text{ N}$

Zložil som sily od myši 1 a 3 a od myši 2 a 4. Dostal som sily F_a a F_b . Tie som poskladal do výslednej sily F .

Výsledná sila merala 6,5 cm a preto predstavuje silu 13 N.

Bodovanie: ak ste neriešili graficky dostali ste max 3,5b. Ak ste nedodržali pravidlá na skladanie síl dostali ste 2-3b

Strhával som: Za výpočet síl F_a , F_b -0,5b, ak chýbala mierka -0,1b, Ak nebola odmeraná veľkosť výslednej sily -0,2b. Ak nebolo jasné ako ste postupovali -0,2b.



V prípade úplne otvorených dverí sa pri zrýchľovaní nebude diať s dverami nič, keďže moment už spomínanej sily je nulový (dvere sa nemôžu viac pohnúť dozadu, jedine že by sa vytrhli z pántov). Pri spomaľovaní je to obdobné. Daná poloha je ale vratká (keď sa dvere len o trošičku vychýlia tak ich zotrvačnosť bude hneď zatvárať).

Pokiaľ ste uvažovali úplne otvorené dvere, ako dvere otvorené o 180° , ste všetci správne uviedli, že pri spomaľovaní sa nebude diať s dverami nič, keďže im bráni v pohybe stena.

Ak ste uvažovali s dverami na konci vlaku, tak samozrejme pôsobí aj vzduch (ktorý obteká vlak), ale jeho vplyv je veľmi zložitý a nedá sa presne určiť ako bude vplývať na pohyb dverí.

Bodovanie: 1 bod: správne opísanie pohybu pootvorených dverí;
2 body: správne opísanie pohybu úplne otvorených dverí;
3 body: zdôvodnenie pohybu dverí v oboch, vyššie spomenutých prípadoch.

Polovica bodu až jeden bod mohol padnúť k dobru, pokiaľ ste uvažovali i trenie, pokiaľ ste uvažovali stabilitu úplne pootvorených dverí, .. a vôbec.., pokiaľ ste uvažovali navyše a správne.

Príklad 7 – Bárka opravovala Zuzka Batmendijnová / BTW

Pri kreslení náčrtu ste si mohli všimnúť, že:

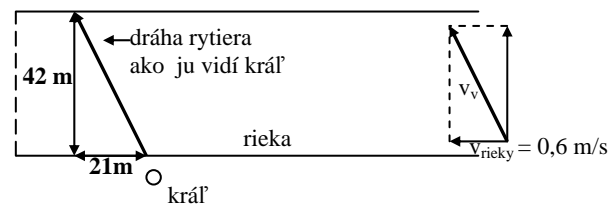
za každú sekundu sa rytier pohne v smere kolmom na breh o 1,2m a rieka ho unesie „dole prúdom“ o 0,6m. To vám mohlo pomôcť uvedomiť si, že keďže prúd rieky prúdi kolmo na pohyb rytiera, neovplyvňuje jeho rýchlosť v smere kolmom na breh. Preto rytier prepláva rieku z čas

$$t = \frac{s}{v} = \frac{42 \text{ m}}{1,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 35 \text{ s.}$$

Na naryšovanie presného náčrtu ešte treba dopočítať, ako ďaleko rytiera za ten čas „unesie“ rieka:

$$s_r = v_{\text{rieka}} \cdot 35 \text{ s} = 0,6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 35 \text{ s} = 21 \text{ m}$$

Tieto údaje nám stačia na naryšovanie náčrtu:



Mierka 1:2100

Ak ste si neuvedomili skutočnosť, že rýchlosť prúdu rieky neovplyvňuje čas, za ktorý rytier preplával rieku, mohli ste sa pustiť do oveľa zložitejšieho počítania, ktoré sme však od vás nechceli: najprv si vypočítame (alebo odmeriame z obrázka, keďže ste sa ešte neučili takúto veci počítať). Veľkosť dráhy rytiera $s = \sqrt{42^2 + 21^2} \approx 46,957 \text{ m}$ - kto nepozná tento vzorec, nech sa neľaká, stačilo tú veľkosť odmerať.

Príklad 4 – Kakao opravoval Tomáš Jediný / Tomino

Za predpokladu, že na meranie použijeme pre vodu aj pre kakao rovnakú nádobu a naplníme ju doplna (prípadne inak zabezpečíme aby sme merali pre rovnaký objem (napr. odmerný valec)), nepotrebujeme vôbec poznať objem a dokonca ani jeho hustotu. Pretože $V_{\text{vody}} = V_{\text{kakaa}}$ a keďže

$$\rho = \frac{m}{V} \text{ čiže } V = \frac{m}{\rho} \text{ môžeme povedať, že } \frac{m_{\text{kakaa}}}{\rho_{\text{kakaa}}} = \frac{m_{\text{vody}}}{\rho_{\text{vody}}} \text{ a teda } \frac{\rho_{\text{vody}}}{\rho_{\text{kakaa}}} = \frac{m_{\text{vody}}}{m_{\text{kakaa}}}.$$

Kuchynskými váhami som odmeral

hmotnosť nádoby: $m_{\text{nádoby}} = 50 \text{ g}$
a hmotnosť nádoby s vodou: $m_{\text{vody}} + m_{\text{nádoby}} = 320 \text{ g}$
teda hmotnosť vody je: $m_{\text{vody}} = 320 \text{ g} - 50 \text{ g} = 270 \text{ g}$

a rovnakým spôsobom hmotnosť kakaa v nádobe: $m_{\text{kakaa}} + m_{\text{nádoby}} = 327 \text{ g}$
(použil som plnotučné mlieko) $m_{\text{kakaa}} = 277 \text{ g}$

Merania som opakoval 5-krát, uvádzam už len priemerné hodnoty.

Dosadením do vyjadreného vzorca som dostal pomer hustôt granka a studenej vody, čo je vlastne odpoveď na otázku koľkokrát je hmotnosť vody menšia ako hmotnosť kakaa

$$\frac{\rho_{\text{vody}}}{\rho_{\text{kakaa}}} = \frac{277 \text{ g}}{270 \text{ g}} = 1,0259$$

Toto číslo by malo rádovo sedieť, nebral som ho však ako presný výsledok na porovnanie riešení, to sa v tomto prípade v podsate ani nedá.

Tí z Vás čo si vyjadrili správne hustoty a porovnali tie, to mali samozrejme tiež dobre. Častou chybou však bolo, že ste si zvlášť vyjadrili hustotu mlieka a granka (prášku) a výslednú hustotu nápoja ste určili ako súčet týchto hustôt. To neplatí pretože tam hrá úlohu aj to v akom pomere ich zmiešate a takisto že granko sa v mlieku rozpúšťa (teda $V_{\text{prášku}} + V_{\text{mlieka}} \neq V_{\text{nápoja}}$, ale $m_{\text{prášku}} + m_{\text{mlieka}} = m_{\text{nápoja}}$). Rovnako pozor na to, čo uvediete ako odpoveď. Pýtali sme sa koľkokrát, nie o koľko je hustota vody menšia.

Bodovanie: Správne riešenie s pekne okomentovaným postupom pri meraní 5b; bodové zrážky: za uvedenú chybu pri výpočte hustoty -3b; za neúplný opis experimentu do -3b; za odpoveď „o koľko je menšia“ namiesto „koľkokrát“ -0,5b; za iné chyby podľa závažnosti.

Príklad 5 – Obľúbený hrnček opravoval Matej Duník / Matt

Opäť raz experimentálna úloha. Merali ste, namerali ste a našli ste kooopu rôznych spôsobov ako prísť k pekným výsledkom a často boli aj správne.☺ Je teda veľa možností, ako sa do merania pustiť, všetci ste sa rozhodli (aj ja) nejakým spôsobom porovnať tepelnú kapacitu hrnčeka s tepelnou kapacitou vody. Zámerne hovorím „tepelnú kapacitu“ a nie „mernú tepelnú kapacitu“, lebo to, čo ste mali merať, je „tepelná kapacita hrnčeka“.

Vo všeobecnosti bol postup jasný – treba vedieť teplotu vody, tepelnú kapacitu vody, teplotu hrnčeka a nechať prebehnúť výmenu medzi vodou a hrnčekom. Potom odmerať výslednú teplotu a jednoduché vzťahy ($Q = C \cdot (t_2 - t_1)$ a $Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1)$) vám "vyplývajú" tepelnú kapacitu hrnčeka.

Všetko potrebné na experiment som našiel doma: hrnček, hrniec, plynový sporák, druhý hrniec, teplomer z akvárika (sestra mi požičala :))

Do jedného hrnca som dal vodu a hrnček a postavil som ho na sporák. Do druhého som dal toľko vody, aby sa v nej hrnček mohol celý ponoriť a toto množstvo som aj odmeral ($V = 1,2 \text{ l}$). Vodu v hrnci na sporáku som nechal zovrieť a chvíľu vrieť (aby som mal istotu, že aj hrnček sa zohreje na $t_1 = 100 \text{ °C}$). Potom som odmeral teplotu studenej vody v druhom

hrnci (t_2). Dal som horúci hrnček do hrnca so studenou vodou a nechal prebehnúť tepelnú výmenu a priebežne som sledoval teplotu vody, ktorá sa zohrievala od hrnčeka. Tá sa ustálila na t_3 .

Teplo vydané hrnčekom (ochladil sa z t_1 na t_3) = teplo prijaté vodou (tá sa oteplila z t_2 na t_3):

$$C \cdot (t_1 - t_3) = m \cdot c \cdot (t_3 - t_2)$$

$$C = \rho \cdot V \cdot c \cdot \frac{(t_3 - t_2)}{(t_1 - t_3)}$$

(všimnite si, že pri meraní tepelnej kapacity nepotrebujem hmotnosť hrnčeka, narozdiel od merania **mernej** tepelnej kapacity – to je jedna z vecí, ktoré nie je zlé uvedomiť si)

Výsledky merania a výpočtov sú v tabuľke.

č. merania	$\frac{V}{\text{l}}$	t_1 °C	t_2 °C	t_3 °C	$\frac{C}{\frac{\text{J}}{\text{°C}}}$
1	1,2	100	14,5	18	215
2	1,2	100	15	19	249
3	1,2	100	16	18,5	155

Ako vidíte, výsledky zjavne nie sú veľmi presné (tepelná kapacita $155 \frac{\text{J}}{\text{°C}}$ a $249 \frac{\text{J}}{\text{°C}}$ je dosť veľký rozdiel...), ale čo narobím – tak som to nameral.

Kde teda asi vznikli nepresnosti? Mnohí ste písali „ľudský faktor“ alebo „zle odčítané hodnoty“ – toto keď napíšem, tak sa priznávam, že som to odflákol, alebo že potrebujem silnejšie okuliare aby som videl na stupnicu. V takom prípade totiž meranie úplne stráca význam. Niektorí sa tiež vyhovárali na staré teplomery, zlé pomôcky... Dôležité je ale to, že teplo neodchádza len z hrnčeka do vody (alebo naopak), ale aj do (z) okolia (vzduch, stôl, teplomer, ďalšia nádoba...) a to tepelnou výmenou a tiež vyparovaním uniká veľa tepla.

Bodovanie: Rozdelil som si to takto: za experiment (správnosť, prevedenie, zapísanie) 3b, za výpočet 1b, za záver (poznámky hlavne o nepresnostiach) 1b. Strhával som, ak ste neurčili tep. kapacitu (C), ale len mernú tep. kapacitu (c) 0,5b. Ak ste určili (C) a neuvedomili ste si, že netreba hmotnosť hrnčeka 0,2b. Ak záver nebol dostatočný 0,5b. Za iné zvláštnosti rôzne ☺

Príklad 6 – Dvere vlaku opravoval Boris Bulánek / Bobo a Martin Varga

V tomto príklade ste slovné spojenie „úplne otvorené dvere“ pochopili tromi spôsobmi... A to ako dvere, otvorené o 90° , alebo o 180° od steny vlaku, alebo ste uvažovali bočné dvere. Pri bodovaní sme ale zohľadňovali každú voľbu.

Dvere sa otvárajú tak, ako je zakreslené na obrázku, pričom dvere sú úplne otvorené, pokiaľ zvierajú so zadnou stenou 90° -vý uhol.

Hneď úvodom treba spomenúť, že pri zrýchľovaní alebo spomaľovaní vlaku bude na dvere vďaka platnosti zákona zotrvačnosti pôsobiť sila, pôsobiaca proti smeru zrýchlenia vlaku v ťažisku týchto dverí. Je to tak preto, lebo dvere ako keby chceli zostať na svojom pôvodnom mieste a s vlakom sú spojené iba jednou časťou.

Teda ak bude vlak zrýchľovať dvere sa budú otvárať (teda pôjdu ku polohe rovnobežnej s koľajnicami) V prípade spomaľovania vlaku to bude presne naopak a dvere sa budú zatvárať.

Samozrejme dverám bráni v tomto pohybe trecia sila v pántoch a odpor vzduchu. Preto keď vlak prestane zrýchľovať tak sa po čase zastavia.