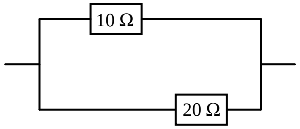
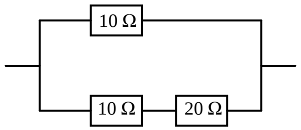
Príklad 8 – Odporný drôtik *opravoval Martin Varga / Fubu*

Chceli sme vedieť aké bude výsledné rozpätie odporu, ak v danej schéme budeme mať k dispozícii ľubovoľne veľký odpor R.
Aby sme určili krajné hodnoty rozpätia, musíme za R „dosadiť“ čo najmenší odpor (teda 0 Ω) a veeeliký odpor (nie 100 Ω ani 10000000 kΩ, ale faaakt veľký odpor).
Rezistor s nulovým odporom si môžeme predstaviť ako vodič.



A elektrický prúd si „radšej vyberie“ prechod vodičom, takže spodný 10 Ω rezistor môžeme pri počítaní vynechať. Teda

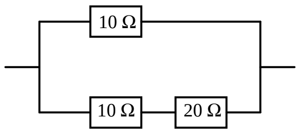
$$\frac{1}{R} = \frac{1}{10} + \frac{1}{20} \quad => \quad \frac{1}{R} = \frac{3}{20} \quad => \quad \mathbf{R = \frac{20}{3}\ \Omega}$$



V prípade, že zapojíme rezistor s veeeľkým odporom, elektrina cezeň naopak nepôjde vôbec, takže môžeme vynechať ten a dostávame

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{10} + \frac{1}{30} \quad => \quad \mathbf{R} = \frac{30}{4}\ \Omega = \mathbf{\frac{15}{2}\ \Omega}$$

Toto nie je jediný spôsob ako sa dostať k výsledku. Úlohu môžem vyriešiť napríklad tak, že vypočítam, aký odpor má obvod všeobecne pre akékoľvek R. Ide o obvod zložený z viacerých častí, v ktorých sú jednotlivé odpory zaradené buď sériovo alebo paralelne a pre ktoré platia známe vzťahy: sériové zapojenie: $R_{výsl.} = R_1 + R_2$, paralelné zapojenie: $1/R_{výsl.} = 1/R_1 + 1/R_2$



Pre výsledný odpor teda dostaneme vzorec: $R_{výsl.} = \frac{15\ R + 20}{2\ R + 3}\ \Omega$

Teraz za R dosadíme opäť maličký odpor (teda 0 Ω)a dostávame $R_{výsl.} = \frac{15.0 + 20}{2.0 + 3}\ \Omega = \frac{20}{3}\ \Omega$

Ako veľmi veľký odpor, skúsim dosadiť napríklad 1000 Ω, teda

$$R_{výsl.} = \frac{15.1000 + 20}{2.1000 + 3}\ \Omega = \frac{15\ 020}{2\ 003}\ \Omega = \frac{15{,}02}{2{,}003}\ \Omega$$

Keby som dosadil 1000 000, dostanem $R_{výsl.} = \frac{15{,}000\ 02}{2{,}000\ 003}\ \Omega$.

Vidno, že čím väčší odpor dosadím, tým menej sa výsledok líši od $\frac{15}{2}\ \Omega$, takže z toho vyplýva,

že keby som dosadil veeeľmi veľký odpor, tak by bol $\boldsymbol{R_{výsl.} = \frac{15}{2}\ \Omega}$ Hotovo ☺

Bodovanie: správne vzorce – 1b, správne rozpätie – 2b (získané aj dosadzovaním nejakých malých či veľkých čísel), použitie niektorého z vyššie uvedených postupov – 2b (nie dosadzovaním „nejakých“ hodnôt!)

Celoslovenský korešpondenčný seminár z fyziky pre žiakov ZŠ a OG

PIKOFYZ

Vzorové riešenia 3. série

Pikofyz, 9. ročník www.p-mat.sk/pikofyz šk. rok 2006/2007

Príklad 1 – Ľad sa topí *opravoval Peter Petrík / Zilo*

Ahojte. Tak ako je to s tým ľadom? Ako ste všetci zistili, cestári neposýpajú cesty soľou len tak. Pri rozpúšťaní soli vo vode sa uvoľňuje teplo a navyše slaný roztok zamŕza pri oveľa nižšej teplote ako voda. Čo sa týka múky, tá naopak vôbec nereaguje s ľadom a funguje ako taký izolant, teda zabraňuje teplu sa dostať k ľadu. Cukor taktiež napomáha rozmrazovaniu ale nie tak veľmi. Keď chcete o tom vedieť viac, tak odporúčam trochu pošmátrať po nete, je tam toho hŕba☺.

Keďže to bola experimentálna úloha, tak bolo potrebné namerať napríklad dĺžku topenia ľadovej kocky s rôznymi posypmi. Dôležité je takisto napísať, aký veľký bol ten ľad, koľko posypu ste naň dali a aká bola teplota miestnosti kde ste experiment robili. Však je rozdiel či zasypete kúsok ľadu štipkou soli alebo celým kilovým balením☺. Takisto ste mali pokus zopakovať a je dôležité napísať aj časy, ktoré vám vyšli pri tomto opakovanom meraní. Napísať „vyšiel mi rovnaký výsledok ako prvýkrát“ nestačí. Celkovo to dopadlo ale dobre.

Bodovanie: 2b – popis experimentu(objem ľadu, posypu, teplota), 3b za výsledok (pozor číselný, nie iba poradie☺ + opakovanie experimentu)

Príklad 2 – Rozbitá termoska *opravoval Juraj Čechvala / Jurino*

Vákuová termoska je nádoba slúžiaca na uchovávanie studených alebo horúcich potravín, pretože tepelne izoluje tieto potraviny od okolia a tak si udržia dlhšie svoju teplotu. Základnou črtou termosky je to, že má dvojitú stenu. Vonkajšia časť dvojitej steny (vonkajšia stena) je pevná a odolná voči nárazu, zvyčajne vyrobená z plastu alebo kovu. Vnútorná časť dvojitej steny (vnútorná stena) je zvyčajne zo skla, lebo sklo je dobrým tepelným izolantom a zároveň dobre odráža tepelné žiarenie. Medzi vonkajšou a vnútornou stenou je vákuum (nie úplné, ale takmer vákuum), teda priestor, z ktorého je vyčerpaný všetok vzduch, pretože ten by pomáhal vymieňať teplo medzi vnútrom termosky a jej okolím.

Pretože medzi vnútornou a vonkajšou stenou termosky nie je žiaden vzduch, tlak v priestore medzi stenami je nulový. V okolí aj vo vnútri termosky je ale tlak atmosférický (približne 101 kPa, čo nie je málo v porovnaní s nulovým tlakom medzi stenami termosky). Medzi stenami termosky je teda voči okoliu podtlak (alebo môžeme povedať, že v okolí je pretlak). Atmosférický tlak stále tlačí na vonkajšiu aj vnútornú stenu termosky, tie ale zvnútra nepodopiera žiadny tlak vzduchu. Preto sú neustále namáhané, akoby na nich ležalo ťažké bremeno. Vonkajšej stene to nevadí, tá je pevná. Avšak vnútorná stena termosky je z krehkého skla a ak na ňu prisilno ťukneme napríklad lyžičkou, praskne a cez prasklinu začne do priestoru, kde bolo predtým vákuum prúdiť vzduch. Pretože pretlak vzduchu v okolí je veľký, vzduch prúdi do priestoru medzi steny veľmi rýchlo a postupne zväčší trhlinu, teda rozláme vnútornú stenu na črepiny. Toto všetko sa stane takmer okamžite a my počujeme „výbuch“.

Prečo nás nezasiahne žiadna črepina? Črepiny sú vytvorené a unášané vzduchom, ktorý prúdi cez otvory vo vnútornej stene do miest, kde bolo vákuum, teda smeruje od vnútornej steny k vonkajšej stene termosky. K otvoru termosky preto nesmerujú žiadne črepiny, dokonca ani vnútrom termosky žiadne nepoletia. Môžeme povedať, že dvojitá stena termosky implodovala (nerozletela sa po okolí, ale zrútila sa sama do seba). Črepiny sú pritlačené o vonkajšiu stenu termosky, až pokým sa tlaky nevyrovnajú (čo sa stane veľmi rýchlo), potom spadnú na dno termosky. Našej ruke by sa nič nestalo ani keby sme ju mali vo vnútri termosky.

Bodovanie:
5-4 b: v podstate správne riešenie s malými nepresnosťami
4-2 b: riešenia s chybami v úvahe, ktorá sa ale uberala správnym smerom
2-0 b: nesprávne riešenia, nepochopenie úlohy

Príklad 3 – Puding *opravovala Zuzka BTW Batmendijnová*

Čaute, vyznávači dobrého pudingu (samozrejme, s piškótami a kompótom:) i tí, ktorí mu ešte len prídu na chuť! Zamyslime sa, čo sa v pudingu deje počas varenia z hľadiska tepelnej výmeny: keď do teplej tekutiny dolejeme studenú, zmes sa ustáli na novej teplote niekde medzi dvoma pôvodnými. Teplejšia tekutina odovzdáva teplo (energiu) chladnejšej a tým sa sama ochladzuje. To isté sa stane aj nám s horúcim mliekom a studeným pudingom. Dá sa presne vypočítať, na akej teplote by sa ustálili, nebyť ďalšieho zohrievania, ale v našom príklade to ani nebude potrebné. Stačí trochu porozmýšľať: Na zohriatie 1,4 l mlieka na teplotu 90°C potrebujeme nejakú energiu, označme ju Q_1. Na zohriatie 0,6 l studeného pudingu (takto budem označovať studenú zmes pudingu a mlieka) na teplotu 90°C potrebujeme energiu Q_2. Po priliatí pudingu do kotlíka sa stane nasledovné: časť energie (označme ju Q_3) pudingu odovzdá horúce mlieko, takže kotlík má pudingu odovzdať už iba množstvo $Q_2 - Q_3$ energie. Avšak ešte je tu mlieko, ktoré sa ochladilo, lebo práve odovzdalo časť svojej energie pudingu. Kotlík teda musí odovzdať mlieku energiu Q_3, pretože práve toľko mlieku chýba, aby malo zasa 90°C. Celkovo kotlík musí odovzdať energiu $Q_1 + (Q_2 - Q_3) + Q_3 = Q_2 + Q_1$ na to, aby sme navarili puding. Takto vyzbrojení sa môžeme pustiť do počítania:

$Q_1 = m_1.c.(t_2-t_1) = V_1.\rho.c.(t_2-t_1)$
$Q_1 = 0{,}0014.1035.3900.(90-3) = 491645{,}7\ J = 491{,}65\ kJ$
$Q_1 = m_2.c.(t_2-t_1) = V_2.\rho.c.(t_2-t_1)$
$Q_1 = 0{,}0006.1035.3900.(90-3) = 210705{,}3\ J = 210{,}7\ kJ$
$Q = Q_1 + Q_2 = 491{,}65\ kJ + 210{,}7\ kJ = 702{,}35\ kJ$

Vieme, že za 3 s kotlík odovzdá pudingu 7 kJ tepla, t.j. za 1 s mu odovzdá $\frac{7}{3}$ kJ tepla. Na odovzdanie 702,35 kJ tepla teda potrebuje $\frac{702{,}35}{\frac{7}{3}}$ s = približne 301 s

Varenie pudingu kráľovej družine trvalo 301 sekúnd, čo je 5 minút a 1 sekunda.

Bodovanie: 5b za úplné riešenie,-0,5b za nedostatočné zdôvodnenie sčítania energií, -0,5 až – 1b za numerické a malé logické chyby. Menej za aspoň čiastočné výpočty.

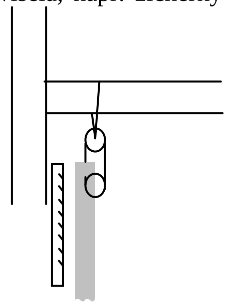
Príklad 4 – Rozbité okno *opravoval Ondrej Bogár / Bugy*

Sklenená tabuľa okna praskne ak na ňu bude pôsobiť tlak 2 KPa. Tento tlak si musíme premeniť. 2 KPa = 2000 Pa. Z rozmerov okna vieme vypočítať jeho plochu, čo budeme potrebovať v ďalšom výpočte. S = 114 cm . 57 cm = 6498 cm^2 a to musíme premeniť na S = 0,6498 m^2.

Príklad 7 – Gumičková skúška *opravoval Matej Duník / Matt*

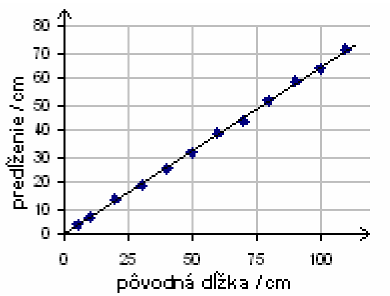
Tak a máme tu opäť experiment. No nie je to super? Netreba naň žiadne špeciálne "nezohnateľné" pomôcky, len krajčírsku gumu, závažie, meradlo a ešte niečo, čím sa na gumu dá závažie pripevniť a čím sa dá guma pripevniť o čokoľvek tak, aby visela, napr. zicherky (teda zatváracie špendlíky ☺) sú na tento účel super.

Hor sa do experimentu: Gumu som upevnil pomocou zicherky a kúsku špagáta na vrchnú priečku rebrín (teda vrchný šteblík) a tiež som na rebriny prilepil skladací meter.



Ako závažie som použil 0,5 l PET fľašu, na ktorú som pripevnil špendlík. Samotné meranie išlo ako po masle - stačilo zapichnúť špendlík do gumy napríklad v dĺžke 100 cm, pustiť fľašu a guma sa natiahla na 144,5 cm.

Pôvodná dĺžka / cm	Dĺžka po predĺžení /cm	Predĺženie /cm
5	9	4
10	16,5	6,5
20	33,5	13,5
30	49	19
40	65	25
50	81,5	31,5
60	99	39
70	113,5	43,5
80	131,5	51,5
90	149	59
100	164	64
110	181	71



Meral som s presnosťou na 0,5 cm - presnejšie hodnoty by zrejme boli zbytočné.

Graf ukazuje, že vynesené body sa **dajú** spojiť priamkou a dokonca aj bod [0,0] je na tejto priamke. Z toho vyplýva, že koľkokrát mám dlhšiu gumičku, toľkokrát viac sa natiahne. (Nestačí formulácia „čím dlhšia, tým viac sa natiahne“ lebo to by mohlo znamenať aj „o koľko dlhšia, o toľko viac sa natiahne“ ale tak to nefunguje...)

Bodovanie: Len za dobre popísaný experiment s reálnymi výsledkami, dobrým grafom a správnym záverom som mohol dať 5 bodov. Ak niečo chýbalo, alebo to nespĺňalo moje očakávania, tak som strhával za (ne)správnosť a popis pokusu najviac 2 body, za graf 1,5 bodu, za záver najviac 1,5 bodu.

Teraz si vypočítame silu, ktorá vyvolá kritický tlak 2 KPa. $p = \frac{F}{S}$ a preto $F = p \cdot S$

Po dosadení premenených hodnôt dostaneme F = 1299,6 N.

Ak na okno napadne sneh tak gravitačná sila pôsobiaca naň bude práve tá sila, ktorá vyvolá tlak na sklenenú tabulu. Gravitačnú silu môžeme napísať ako súčin hmotnosti a gravitačnej konštanty. Na výpočet použime vzorec. $\rho = m/V$ z toho určíme $m = V. \rho$ Objem v tomto výsledku môžeme napísať ako $V = S.h$, kde h je nami hľadaná výška snehu.

$F = m.g = V. \rho. g = S. h. \rho. g$ a z toho si odvodíme $h = \frac{F}{S}. \rho. g$ Dosadíme už vypočítané hodnoty. Použijeme $g = 10 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}$ a dostaneme výšku snehu približne h = 0,26 m. A ako v každom príklade, aj tu je veľmi dôležitá odpoveď. A na tej ste mnohí stratili nejaký ten bodík. Otázka totiž bola, že koľko snehu môže byť na okne aby neprasklo. Vieme, že praskne pri tlaku 2 KPa, tento tlak vyvolá snehová vrstva o hrúbke 0,26 m. To znamená, že ak na okne bude 0,26 m snehu tak okno už praskne. Teda aby okno neprasklo, môže napadnúť maximálna výška snehu h < 0,26 m. Takže pre všetkých, ktorí stratili body za odpoveď, poučenie do budúcna. Poriadne si prečítajte otázku a aj na ňu odpovedajte.

Bodovanie: Za správe vzorce max 3 b. Za premenu jednotiek 1 b. Za komentár riešenia do 1,5 b. Ak ste mali zlú odpoveď -0,1 b. Za drobné chyby som strhával do 0,5 bodu.

Príklad 5 – Rytiersky triatlon *opravoval Martin Lauko / Logik*

Tento príklad nebol ťažký, ale poďme sa pozrieť na to, ako to malo byť správne a kde sme robili chyby.

	Jednotky	Plávanie	Prezliekanie	Jazda na koni	Prezliekanie	Beh	**Celý triatlon**
Čas	*min:s*	22:30	00:27	40:30	00:18	30:00	1:33:45
	s	1 350	27	2 430	18	1 800	5 625
	hod	0,375	0,0075	0,675	0,005	0,500	1,5625
Dráha	*km*	1,5	0	13,5	0	10	25
	m	1 500	0	13 500	0	10 000	25 000
Priemer rýchlosť	*km/h*	4	0	20	0	20	16
	m/s	1,11...	0	5,55...	0	5,55...	4,44...

Pritom samozrejme stačilo uviesť všetky čísla v jednej skupine jednotiek (km, h, km/h *alebo* m, s, m/s).

Dôležité bolo správne premeniť minúty na sekundy alebo hodiny. Napríklad 22 minút 30 sekúnd: pri premieňaní na sekundy nám stačí vypočítať 22.60 + 30 = 1350 s, pri premieňaní na hodiny potom počet sekúnd vydelíme 3600 (toľko sekúnd má hodina) dostávame $\frac{1350}{3600}$ = 0,375 hod.

Doplniť čísla za pomoci vzorcov s = v.t, $v = \frac{s}{t}$, $t = \frac{s}{v}$ potom už bola hračka.

V tabuľke je nový stĺpec „celý triatlon“, v ktorom je súčet dráh a časov jednotlivých úsekov, teda celková dráha a celkový čas. Priemerná rýchlosť je potom podiel dráhy a času, napríklad $\frac{25\ \mathrm{km}}{1{,}5625\ \mathrm{h}} = 16\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$. Všimnime si, že nejaký súčet priemerných rýchlostí $4+20+20=44\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ alebo priemer rýchlosti $\frac{4+20+20}{5} = 8{,}8\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ **nie je** to isté, čo priemerná rýchlosť.

Bodovanie: Po jednom bode bolo za: doplnenú tabuľku, všetky potrebné vzťahy, výpočet čísel tabuľky, priemernú rýchlosť a výpočet čísel tabuľky. To je spolu 5 bodov. Od toho som odčitoval -1 až -2 body za numerické chyby, za chyby pri premieňaní jednotiek (podľa závažnosti) a nedostatočný slovný komentár.

Príklad 6 – Klince v stene *opravoval Boris Bulánek / Bobo*

Označme si:
m_1 – maximálna hmotnosť obrazu v prípade 2 klincov zatlčených do 1/2 svojej dĺžky
m_2 – neznáma max. hm. obrazu v prípade 3 klincov zatlčených do 1/4 svojej dĺžky
d – dĺžka klinca
M_1 – moment sily pôsobiacej na 1 klinec v prípade 2 zatlčených klincov
M_2 – moment sily pôsobiacej na 1 klinec v prípade 3 zatlčených klincov

Rátajme s tým, že hmotnosť m_1 poznáme. Keďže predpokladáme rovnomerné rozloženie hmotnosti obrazu na klince, pôsobí na jeden klinec hmotnosť polovice obrazu, pri troch tretina atď. Tak isto zo zadania vieme, že deformáciu klinca spôsobuje moment sily, ktorý na neho pôsobí. Keďže používame rovnaké klince, stenu a zatĺkame do steny vždy kolmo, je v prípade 2 i 3 klincov na stene maximálny moment sily pôsobiaci na jeden klinec rovnaký. A preto môžeme do rovnosti zapísať $M_1 = M_2$. Z danej rovnosti zistíme maximálnu hmotnosť obrazu zaveseného na 3 klincoch zatlčených z jednej štvrtiny do steny.

$$M_1 = M_2 \quad => \quad \frac{m_1}{2}\frac{1}{2}d = \frac{m_2}{3}\frac{3}{4}d \quad => \quad m_1 = m_2$$

Takže tri klince zatlčené do štvrtiny unesú najviac takú hmotnosť ako dva zatlčené do polovice.

Bodovanie: Nebolo jednoduché, keďže za dobrým výsledkom sa často skrývalo úplne, alebo skoro úplne správne pochopenie príkladu. Príčinou zlého výsledku bolo skoro vždy nepochopenie príkladu. Len zriedka bola chyba ukrytá v matematike..

Čo sa skrýva pod pojmom skoro úplne pochopenie? Mierim tým na dosť častú chybu. A to že hmotnosť m_2 ste označovali, tak isto ako hmotnosť m_1, teda v mojom prípade m_1. Áno, zistili ste, že nakoniec sa dané hmotnosti rovnajú, keďže sa rovnali momenty. Nemuseli sa ale rovnať. Takže taká jediná maličká chybička pri dobrých riešeniach.

Mínus body:
-1 b: vyššie komentovaná chyba
-0,5 b: chýbajúce jednotky
-0,5 b: chýbajúce popísanie premenných a konštánt, všeobecne neznámych, vyskytujúcich sa v rovniciach
Plus, ale v prvom prípade niekedy i mínus body:
1b: výsledok
0,5: za správne pochopenie každej jednotlivej podmienky v zadaní.